

**Penerapan Diagram Kontrol *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance* (MEWMV)
(Studi Kasus: Kualitas Air Produksi PDAM Tirta Mahakam
Kutai Kartanegara Kota Tenggarong)**

***Implementation of Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance (MEWMV)
(Case Study: Water Quality Production of PDAM Tirta Mahakam
Kutai Kartanegara Tenggarong)***

Agustina Feni Baransano¹, Sri Wahyuningsih², dan Yuki Novia Nasution³

¹Laboratorium Statistika Komputasi Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman

²Laboratorium Statistika Terapan Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman

³Laboratorium Matematika Komputasi Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman

e-mail: fenibaransano@yahoo.co.id

Abstract

Statistical Process Control based on the quality characteristics can be divided into two kinds, namely univariate control chart and multivariate control charts. This study used Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance Control Chart (MEWMV). PDAM Tirta Mahakam in the districts of Kutai Kartanegara is one of the regional companies engaged in the production of drinking water, which is located in Tenggarong, East Kalimantan. In the production process, PDAM Tirta Mahakam always refers to the standard which is set by the government in producing drinking water. The purpose of this study was to determine whether water quality characteristics of PDAM Tirta Mahakam in a controlled state or not by using control charts MEWMV, and to know the water process capability. From the result of research it can be concluded that by using MEWMV control chart with weight $\omega = 0,9$, $\lambda = 0,8$, $L = 3$ and $\omega = 0,9$, $\lambda = 0,9$, $L = 3$ show that the condition has been statistically in control. Process capability index MC_{pin} multivariate explains that the process has not been capable in precision with a value of 0,896 or not meet the specifications of the company.

Keywords: Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance Control Chart, PDAM Tirta Mahakam Kutai Kartanegara

Pendahuluan

Kualitas produk yang baik akan meningkatkan loyalitas pelanggan serta mampu menjaga persaingan produsen dengan para kompetitor. Untuk itu para produsen selalu berupaya untuk bisa melakukan proses produksi yang baik sehingga mampu menghasilkan produk yang sesuai dengan kebutuhan konsumen. Salah satu tindakan yang dilakukan untuk menjaga kualitas adalah pengendalian kualitas. Metode yang berperan dalam pengendalian kualitas adalah pengendalian proses statistik.

Pengendalian proses statistik (*statistical process control*) merupakan metode yang digunakan dalam memonitor suatu proses, baik terhadap variabel kualitas produk ataupun variabel yang terlibat dalam proses produksi. Salah satu alat yang sering digunakan dalam pengendalian kualitas secara statistik adalah diagram kontrol (*control chart*).

Diagram kontrol menurut banyaknya karakteristik kualitas yang digunakan, yaitu diagram kontrol univariat dan diagram kontrol

multivariat. Diagram kontrol univariat digunakan jika karakteristik kualitas yang diamati hanya satu, sedangkan diagram kontrol multivariat digunakan apabila kualitas yang diamati lebih dari dua (Montgomery, 2005). Diagram kontrol multivariat banyak digunakan dan dikembangkan karena seringkali kualitas suatu produk tidak dapat dilihat hanya dari satu sampai dua karakteristik kualitas yang mempunyai hubungan keeratatan satu sama lain atau berkorelasi. Hotelling (1947) pertama kali memperkenalkan diagram kontrol multivariat variabel berdasarkan statistik Hotelling T^2 . Kemudian beberapa perkembangan diagram kontrol multivariat variabel lainnya antara lain *Cumulative Sum control chart* (Multivariat CUSUM), *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average control chart* (MEWMA), dan *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance control chart* (MEWMV) (Montgomery, 2005).

Dalam suatu proses produksi tertentu, pergeseran nilai variansi dari suatu ukuran atau kualitas dari hasil produksi itu sendiri. Diagram MEWMV juga digunakan untuk mendeteksi terjadinya perubahan variansi proses dimana

karakteristik kualitas yang dikendalikan lebih dari dua (Montgomery, 2005).

Perusahaan Daerah Air Minum Tirta Mahakam Kutai Kartanegara diberi wewenang untuk menyelenggarakan jasa pelayanan air minum yang memenuhi syarat dan dimanfaatkan untuk masyarakat. PDAM Tirta Mahakam memiliki laboratorium yang berfungsi sebagai tempat untuk mengukur dan meneliti karakteristik kualitas yang digunakan sebagai penentu kualitas air terdiri dari bau, rasa, warna, kekeruhan, pH, temperatur, daya hantar listrik (*conductivity*), padatan terlarut total (*Total Dissolved Solid* atau TDS) dan *coliform*.

Berdasarkan uraian tersebut, maka penulis tertarik untuk menguji karakteristik kualitas kekeruhan, pH dan Klorin dengan menggunakan diagram kontrol MEWMV.

Kualitas

Menurut Ariani (2005), kualitas merupakan topik yang hangat di dunia bisnis akan akademik. Namun demikian, istilah tersebut memerlukan tanggapan secara hati-hati dan perlu mendapat penafsiran secara cermat. Faktor utama yang menentukan kinerja suatu perusahaan adalah kualitas barang dan jasa yang sesuai dengan apa yang diinginkan konsumennya.

Menurut Montgomery (1990), ada dua segi umum tentang kualitas yaitu rancangan dan kualitas kecocokan. Variansi dalam tingkat kualitas ini memang disengaja, maka dari itu istilah teknik yang sesuai adalah kualitas rancangan. Kualitas kecocokan adalah seberapa baik produk itu sesuai dengan spesifikasi dan kelonggaran yang disyaratkan oleh rancangan itu.

Pengendalian Kualitas Statistik

Pengendalian kualitas statistik merupakan penyelesaian masalah yang digunakan untuk memonitor, mengendalikan, menganalisis, mengelola, dan memperbaiki produk dan proses menggunakan metode-metode statistik. Tujuan utama pengendalian kualitas adalah pengurangan variabilitas produk. Rancangan percobaan dapat digunakan dalam hubungannya dengan pengendalian proses statistik untuk meminimalkan variabilitas proses.

Diagram Kontrol

Diagram kontrol atau sering disebut juga grafik pengendali, menurut Montgomery (1990) adalah alat untuk menggambarkan dengan cara yang tepat apa yang dimaksudkan dengan pengendalian statistik, dalam hal ini dapat digunakan dalam berbagai cara. Dalam banyak penerapan ini digunakan untuk mengawasi proses pada jalur. Yakni data sampel dikumpulkan dan digunakan untuk membentuk grafik pengendali dan apabila nilai sampel grafik x (misalnya) jatuh

di dalam batas-batas pengendalian dan tidak memperlihatkan sesuatu pola sistematika maka dikatakan proses dalam keadaan terkendali pada tingkat yang ditunjukkan oleh grafik.

Distribusi Normal Multivariat

Penggunaan diagram kontrol MEWMV pada data multivariat memiliki asumsi normal multivariat. Pemeriksaan distribusi normal multivariat dilakukan untuk menguji dugaan bahwa distribusi data yang akan dianalisis berdistribusi normal multivariat.

Variabel random x_1, x_2, \dots, x_p dikatakan berdistribusi normal multivariat dengan parameter μ dan Σ jika mempunyai fungsi kepadatan peluang (Evans dkk, 2000)

$$f(\mathbf{X}) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|^{1/2}} e^{-1/2(x-\mu)^T \Sigma^{-1}(x-\mu)} \quad (1)$$

Pemeriksaan asumsi distribusi normal multivariat dilakukan pada variabel random dengan hipotesis sebagai berikut.

H_0 : variabel random berdistribusi normal multivariat

H_1 : variabel random tidak berdistribusi normal multivariat

Salah satu cara yang dapat digunakan untuk melakukan pengujian kenormalan data multivariat adalah cara pendekatan Mahalanobis.

Pada nilai μ dan Σ^{-1} yang dietimasi dengan nilai \bar{x} dan S^{-1} sehingga didapatkan statistik ujinya adalah

$$d_i^2 = (x_i - \bar{x})^T S^{-1}(x_i - \bar{x}) \quad (2)$$

di mana :

d_i^2 adalah nilai jarak kuadrat untuk setiap sampel ke-i

x_i adalah sampel yang ke-i dengan $i = 1, 2, \dots, n$

\bar{x} adalah rata-rata sampel

S^{-1} adalah invers matriks variansi kovariansi dari sampel

p adalah banyaknya karakteristik

Data akan berdistribusi normal multivariat apabila terdapat lebih dari 50% jarak $d_i^2 \leq \chi_{(p;\alpha)}^2$.

(Johnson dan Wichern, 2007)

Diagram Kontrol MEWMV

Diagram kontrol MEWMV digunakan untuk mendeteksi pergeseran variabilitas proses yang kecil, tanpa asumsi tidak terjadi perubahan proses *mean* selama periode pengamatan tersebut. Diagram kontrol MEWMV dibangun untuk dapat secara sensitif mendeteksi terjadinya perubahan pada variabilitas proses.

Perumusan diagram kontrol MEWMV dibentuk dari persamaan:

$$\begin{aligned} &V_m \\ &= \omega(x_m \\ &- y_m)(x_m - y_m)^T \\ &+ (1 - \omega)V_{m-1} \end{aligned} \quad (3)$$

di mana:

ω : pembobot *smoothing constant*, $0 < \omega < 1$

$$V_0 = (x_m - y_m)(x_m - y_m)^T$$

dan

$$Y_m = \lambda x_m + (1 - \lambda)Y_{m-1} \tag{4}$$

Untuk mendeteksi terjadinya perubahan dalam matrik kovarian, maka pertama kali didefinisikan,

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T, Y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T \text{ dan } C = \begin{bmatrix} (1-\omega)^{m-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega(1-\omega)^{m-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega(1-\omega) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega \end{bmatrix} \tag{5}$$

C adalah matriks diagonal berukuran m x m dengan ω sebagai elemennya, ω merupakan pembobot yang ditetapkan.

Dari Persamaan (3) dan Persamaan (5) diperoleh

$$V_m = \sum_{i=1}^m \omega(1-\omega)^{m-1}(x_i - y_i)(x_i - y_i)^T + (1-\omega)^T V_0 \tag{6}$$

$$y_i = \sum_{j=1}^m \lambda(1-\lambda)^{m-1} x_j \tag{7}$$

$$x_i - y_i = x_i - \sum_{j=1}^m \lambda(1-\lambda)^{i-j} x_j = (1-\lambda)x_i - \lambda(1-\lambda)x_{i-1} - \dots - \lambda(1-\lambda)^{i-1}x_1 \tag{8}$$

dimana $i = 1, 2, \dots, m$

dari Persamaan (8) dilanjutkan dengan perhitungan:

$$(X - Y) = \begin{bmatrix} (x_1 - y_1)^T \\ (x_2 - y_2)^T \\ \vdots \\ (x_m - y_m)^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 0 & \dots & 0 \\ -\lambda(1-\lambda) & 1-\lambda & \vdots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & 0 \\ -\lambda(1-\lambda)^{m-1} & \dots & -\lambda(1-\lambda) & 1-\lambda \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X^T_1 \\ X^T_2 \\ \vdots \\ X^T_m \end{bmatrix} = (I_m - M)X \tag{9}$$

dimana
$$I_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \tag{10}$$

dengan M adalah matriks segitiga bawah berukuran m x m dengan λ merupakan bobot yang ditetapkan,

$$M = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 0 & \dots & 0 \\ -\lambda(1-\lambda) & 1-\lambda & \vdots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & 0 \\ -\lambda(1-\lambda)^{m-1} & \dots & -\lambda(1-\lambda) & 1-\lambda \end{bmatrix} \tag{11}$$

Sesuai dengan Persamaan (1), maka

$$V_m = (X - Y)^T C (X - Y) = X^T (I_m - M)^T C (I_m - M) X = X^T Q X \tag{12}$$

dimana Q adalah matrik bujur sangkar berukuran m x m:

$$Q = (I_m - M)^T C (I_m - M) = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1m} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{m1} & q_{m2} & \dots & q_{mm} \end{bmatrix} ; 1 \leq i, j \leq m$$

Dari Persamaan (12) didapat persamaan $tr(V_m) = tr(X^T Q X)$, oleh karena itu,

$$tr(V_m) = \sum_{j=1}^m q_{1j} (\sum_{k=1}^m x_{1k} x_{jk}) + \sum_{j=1}^m q_{2j} (\sum_{k=1}^m x_{2k} x_{jk}) + \dots + \sum_{j=1}^m q_{ij} (\sum_{k=1}^m x_{ik} x_{jk}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij} (\sum_{k=1}^m x_{ik} x_{jk}) \tag{13}$$

Saat p=1 persamaan $tr(V_m)$ akan menjadi persamaan EWMV. Saat proses dalam keadaan terkendali dapat ditunjukkan dari nilai $E(tr(V_m))$

$$E[tr(V_m)] = \sum_{i=1}^m q_{ii} E(\sum_{k=1}^m x_{ik}^2) + \sum_{i=1}^m \sum_{j \neq i}^m q_{ij} E(\sum_{k=1}^m x_{ik} x_{jk}) = p \sum_{i=1}^m q_{ii} \cdot p \cdot tr(Q) \tag{14}$$

$E(tr(V_m))$ konvergen ke $E(V_m) = \frac{2(1-\lambda)^2 \Sigma}{2-\lambda}$

saat $\lambda \neq 1 - \sqrt{1-\omega}$ untuk $m \rightarrow \infty$. Untuk mendapatkan batas kontrol dari $tr(V_m)$ maka terlebih dahulu dilakukan perhitungan untuk mendapatkan $Var[tr(V_m)]$,

$$Var[tr(V_m)] = \left[\sum_{j=1}^m q_{ii} \sum_{k=1}^m x_{ik}^2 + 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j \neq i}^m q_{ij} \sum_{k=1}^m x_{ik} x_{jk} \right] = \sum_{j=1}^m q_{ii} Var \left(\sum_{k=1}^m x_{ik}^2 \right) + 4 \sum_{i=1}^m \sum_{j \neq i}^m q_{ij}^2 Var \sum_{k=1}^m x_{ik} x_{jk} = 2p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij}^2 + 4 \sum_{i=1}^m \sum_{j < i}^m q_{ij}^2 = 2p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij}^2 \tag{15}$$

Persamaan (12) menunjukkan bahwa akan menjadi batas yang memungkinkan untuk setiap m. Dari persamaan didapat pula batas kontrol untuk nilai Batas Pengendali Atas (BPA) dan Batas Pengendali Bawah (BPB) berdasarkan $tr(V_m)$ adalah sebagai berikut:

$$BPA = p \cdot tr(Q) + L \sqrt{2p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij}^2}$$

$$BPB = p \cdot tr(Q) - L \sqrt{2p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_{ij}^2} \tag{16}$$

Dimana L merupakan konstanta yang bergantung pada p , nilai ω dan λ telah ditentukan sebelumnya (Tracy dkk, 1992).

Analisis Kapabilitas Proses

Menurut Tham dalam Rasyidin (2012), analisis kemampuan proses atau kapabilitas proses merupakan konsep yang penting dalam *statistical process control*, karena analisis ini menguji variabilitas dalam karakteristik karateristik proses dan apakah proses mampu menghasilkan produk yang sesuai dengan spesifikasi.

Kapabilitas proses didapatkan dengan menghitung nilai indeks C_p dan C_{pk} . Indeks kapabilitas proses (C_p) merupakan nilai yang menunjukkan proses sudah kapabel atau belum. Perhitungan indeks kapabilitas proses untuk data univariat dapat dilihat pada persamaan berikut (Montgomery, 2005).

$$C_p(X_i) = \frac{BSA - BSB}{6S} \tag{17}$$

Pada Persamaan (17) merupakan hasil perhitungan yang biasa digunakan untuk data pengamatan yang sifatnya univariat (satu karakteristik kualitas). Pada penelitian ini data pengamatan merupakan multivariat dengan lebih dari satu variabel karakteristik kualitas. Maka menurut (Raissi and Farzani, 2009) perhitungan nilai indeks C_p untuk data multivariat akan berubah menjadi sebagai berikut.

$$MC_p = \sum_{i=1}^p W_i C_p(X_i)$$

Kriteria penilaian MC_p adalah sebgai berikut:

- Jika $MC_p > 1$ maka proses dikatakan kapabel atau sangat baik.
- Jika $MC_p = 1$ maka proses masih dapat dikatakan kapabel
- Jika $MC_p < 1$ maka proses dikatakan tidak kapabel dan perlu adanya perbaikan.

Selanjutnya untuk melihat pergeseran data mendekati batas spesifikasi atas atau bawah dapat digunakan indeks C_{pk} . Hal yang sama juga berlaku untuk perhitungan nilai indeks C_{pk} yang dihitung untuk data univariat atau multivariat. Rumus untuk mendapatkan indeks C_{pk} akan lebih jelas dilihat dari persamaan berikut (Montgomery, 2005)

$$C_{pk}(X_i) = \min(C_{pu}, C_{pl}) \tag{19}$$

Berdasarkan dari perhitungan pada Persamaan (19), maka dengan cara yang sama seperti pada perhitungan C_p untuk mendapatkan indeks C_{pk} untuk data multivariat dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut (Raissi and Farzani, 2009).

$$MC_{pk} = \sum_{i=1}^p W_i C_{pk}(X_i) \tag{20}$$

Kriteria penilaian nilai MC_{pk} adalah sebagai berikut :

- Jika $MC_{pk} = 1$ maka proses memiliki akurasi yang bagus
 - Jika $MC_{pk} > 1$ maka proses sudah menghasilkan produk yang sesuai dengan spesifikasi
 - Jika $MC_{pk} < 1$ maka proses masih belum memiliki akurasi yang bagus
- Nilai W_i merupakan pembobot untuk masing-masing karakteristik kualitas.

Hasil dan Pembahasan

Data penelitian diperoleh dari data karakteristik kualitas air produksi PDAM Tirta Mahakam Kabupaten Kutai Kartanegara dari bulan April 2017 sampai dengan Mei 2017.

Statistika Deskriptif

Analisis statistika deskriptif yang digunakan untuk data karakteristik kualitas air produksi PDAM Tirta Mahakam Kutai Kartanegara dilakukan dengan membuat tabulasi penyajian karakteristik pada Tabel 1.

Tabel 1 Statistika Deskriptif Data Karakteristik Kualitas Air Produksi

Varia bel	N	Mean	Vari ansi	Max	Min
X ₁	28	3,316	1,440	6,960	1,770
X ₂	28	6,646	0,100	7,200	5,700
X ₃	28	0,157	0,020	0,600	0,000

Pada Tabel 1 dapat dijelaskan bahwa pada bulan April sampai Mei 2017 rata-rata (*mean*) karakteristik kualitas kekeruhan (X₁) adalah 3,316 NTU dengan variansi yaitu menyatakan jarak antara data terhadap rata-rata adalah 1,440 NTU. Untuk kisaran data berada antara 1,77 NTU hingga 6,960 NTU.

Pada Tabel 1 juga dapat diketahui karakteristik untuk variabel lainnya, seperti pH (X₂) dan sisa *chlor* (X₃) pada bulan April sampai Mei 2017. Nilai variansi tertinggi terdapat pada variabel Kekeruhan (X₁) sebesar 1,440 NTU yang menunjukkan bahwa jarak antara data terhadap rata-ratanya merupakan jarak terjauh jika dibandingkan dengan jarak antara data terhadap rata-rata pada variabel lain.

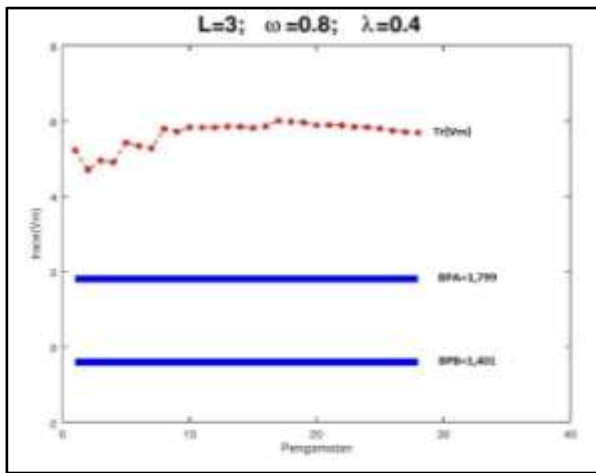
Distribusi Normal Multivariat

Pengujian distribusi normal multivariat menggunakan pendekatan mahalnobis dengan statistik uji $d_i^2 = (x_i - \bar{x})^T S^{-1} (x_i - \bar{x})$ di dapatkan

hasil bahwa nilai d_i^2 lebih besar dari 0,5 artinya lebih dari 50% nilai $d_i^2 \leq \chi_{(p),\alpha}^2$ sehingga data kualitas air berdistribusi normal.

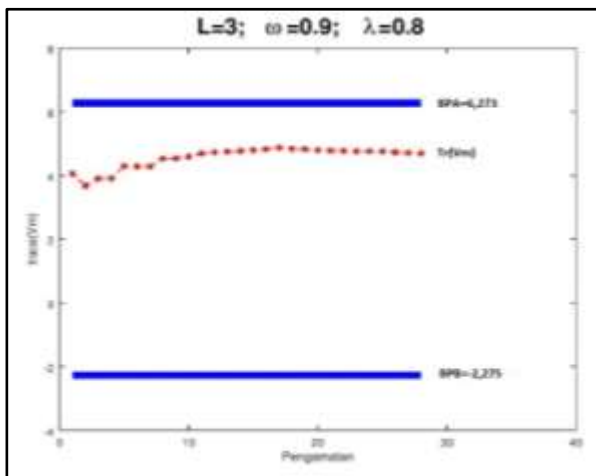
Diagram Kontrol MEWMV

Penerapan diagram kontrol ini dilakukan dengan mengkombinasikan nilai pembobot dengan pembobot $0 < \lambda < 1$ dan $0 < \omega < 1$. Hasil analisis pengendalian variabilitas proses produksi air dengan nilai pembobot $\omega = 0,8$ dan $\omega = 0,9$, nilai pembobot $\lambda = 0,4; 0,5; \dots; 0,9$ dengan nilai L sebagai konstanta sebesar 3 dapat dilihat sebagai berikut:



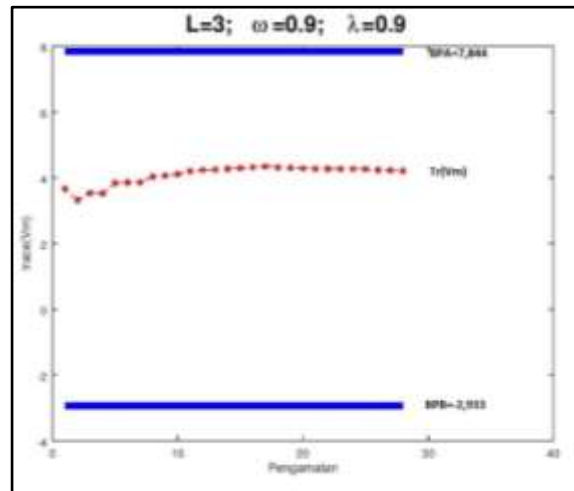
Gambar 1 Diagram Kontrol MEWMV dengan Pembobot $\omega = 0,8$ dan $\lambda = 0,4$

Pada Gambar 1 menunjukkan bahwa semua pengamatan berada pada kondisi tidak terkendali dengan BPA sebesar 1,799 dan BPB sebesar 1,408. Begitu pula pada pembobot $\omega = 0,8$ dan pembobot $\lambda = 0,5; 0,6$ dan $0,7$ menunjukkan bahwa semua pengamatan berada pada kondisi tidak terkendali.



Gambar 2 Diagram Kontrol MEWMV dengan Pembobot $\omega = 0,9$, $\lambda = 0,8$

Pada Gambar 2 menunjukkan bahwa semua pengamatan berada pada kondisi terkendali dengan BPA sebesar 6,273 dan BPB sebesar -2,275.



Gambar 3 Diagram Kontrol MEWMV dengan Pembobot $\omega = 0,9$ dan $\lambda = 0,9$

Pada Gambar 3 menunjukkan bahwa pengontrolan variabilitas proses dengan pembobot $\omega = 0,9$ dan $\lambda = 0,9$ berada pada kondisi terkendali dengan BKA sebesar 7,844 dan BKB sebesar -2,933.

Pemilihan diagram kendali dengan pembobot yang sesuai sangat penting sebagai alat pengontrol proses air produksi PDAM Tirta Mahakam Kutai Kartanegara. Hasil dari 12 diagram kontrol MEWMV untuk karakteristik kualitas air produksi PDAM Tirta Mahakam Kutai Kartanegara menunjukkan bahwa sepuluh diagram kontrol MEWMV dengan menggunakan pembobot pembobot $\omega = 0,8$ dan $0,9$ dengan masing-masing pembobot λ yaitu sebesar $0,4; 0,5; \dots; 0,9$ belum terkendali. Sedangkan diagram kontrol MEWMV dengan pembobot dengan menggunakan pembobot $\omega = 0,8$, $\lambda = 0,9$, $L = 3$ dan $\omega = 0,9$, $\lambda = 0,9, L = 3$ sudah terkendali secara statistik. Berdasarkan hasil pengamatan ada yang berubah dari setiap diagram kendali MEWMV dengan nilai pembobot yang berbeda-beda yaitu jarak antara titik-titik pengamatan dengan batas kendali yang ada pada diagram kontrol MEWMV.

Kapabilitas Proses

Hasil Kapabilitas proses yang didapatkan dari hasil perhitungan indeks MC_p dan $MC_{pk} < 1$ maka dapat dikatakan tidak kapabel. Artinya karakteristik kualitas air produksi PDAM Tirta Mahakam Kutai Kartanegara memiliki nilai presisi yang rendah.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang dilakukan, dapat disimpulkan bahwa:

1. Karakteristik kualitas air produksi PDAM Tirta Mahakam Kutai Kartanegara dengan
 2. (MEWMV) didapatkan hasil bahwa variabilitas proses telah terkendali dengan menggunakan pembobot $\omega = 0,9, \lambda = 0,8, L = 3$ dan $\omega = 0,9, \lambda = 0,9, L = 3$. Sedangkan untuk pembobot $\omega = 0,8$ dan $\omega = 0,9$ dengan masing-masing pembobot $\lambda = 0,4; 0,5; \dots; 0,7$ belum terkendali secara statistik karena terdapat beberapa titik pengamatan yang berada di luar batas kendali (*out of control*).
 3. Berdasarkan perhitungan kapabilitas dapat diketahui bahwa produksi air PDAM Tirta Mahakam Kutai Kartanegara memiliki nilai presisi yang rendah dan akurasinya juga rendah, sehingga bisa dikatakan proses tidak kapabel atau belum memenuhi spesifikasi dari PDAM Tirta Mahakam Kutai Kartanegara.
- Daftar Pustaka**
- Ariani, D.W. (2005). *Pengendalian Kualitas Statistik (Pendekatan Kuantitatif Dalam Manajemen Kualitas)*. Yogyakarta : Andi Offset.
- Evans, M., Hahstag, N., dan Pencock, B. (2000). *Statistical Distribution, Third Edition*. Canada: John Wiley and Sons. Inc.
- Hotteling, H. (1947). *Multivariate Quality Control, Illustrated by the Air Testing of Bombsight. Techniques of Statistical Analysis*. McGraw-Hill, 2 (5), 111-184.
- menggunakan diagram kontrol *Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance*
- Johnson, R.A. and Wichern, D.W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis, 6th Edition*. New Jersey: Person Prentice Hall.
- Montgomery, D.C. (1990). *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- _____. (2005). *Introduction to statistical Quality Control 5th Edition*. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Raissi, S., and Farzani, R.E. (2009). Statistical Process Optimization Through Multi-Response Surface Methodology. *International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*, 3 (3), 267–271.
- Rasyidin, M.T., Darnah A.N., dan Sri.W. (2012). Statistical Process Control Dengan Metode Cumulative Sum (CUSUM). *Jurnal Eksponensial*, 3 (2), 82.
- Tracy, Nola., Young, J., dan Mason, R. (1992). Multivariate Control Chart for Individual Observation. *Journal of Quality Technology*, 24 (2), 88-95