

**Estimasi Parameter Model Regresi Linier Berganda dengan Pendekatan Bayes  
Menggunakan *Prior Pseudo* (Studi Kasus Indeks Pembangunan Manusia (IPM)  
di Kalimantan Timur)**

*Parameter Estimation of the Multiple Linear Regression Model with the Bayes Approach Using  
Prior Pseudo (Case Study of the Human Development Index (HDI) in East Kalimantan)*

**Afryda Isgiarahmah<sup>1</sup>, Rito Goejantoro<sup>2</sup>, dan Yuki Novia Nasution<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Laboratorium Statistika Komputasi FMIPA Universitas Mulawarman

<sup>2</sup>Laboratorium Statistika Komputasi, FMIPA Universitas Mulawarman

<sup>3</sup>Laboratorium Matematika Komputasi, FMIPA Universitas Mulawarman

<sup>1</sup>E-mail: [isgrhmb@gmail.com](mailto:isgrhmb@gmail.com)

**Abstract**

*The parameter estimation of a regression model can use the Ordinary Least Square (OLS) method which must fulfill the assumption of BLUE. Besides OLS, there is another method that can be used to estimate the regression parameters, namely the Bayes method. Parameter estimates using the OLS method and the Bayes method have been widely used in the field of development. One of them is on economic development, namely the Human Development Index (HDI). The purpose of this study is to know multiple linear regression models and interpretations that state the relationship between per capita expenditure, average length of school, life expectancy, and school length for the Human Development Index (HDI) with the Bayes approach using pseudo priors.*

*Keywords: Bayesian, Human Development Index (HDI), Multiple linear regression, Prior Pseudo, OLS.*

**Pendahuluan**

Analisis regresi linier merupakan metode statistik yang digunakan untuk memodelkan suatu hubungan antar variabel. Variabel di dalam analisis regresi linier terbagi menjadi dua yaitu variabel dependen dan variabel independen. Penaksiran parameter suatu model regresi dapat menggunakan metode Ordinary Least Square (OLS) yang harus memenuhi asumsi dari Best Linear Unbiased Estimator (BLUE) untuk menghasilkan model persamaan regresi linear berganda yang baik dimana dapat dilihat berdasarkan nilai residualnya (kuadrat sisanya), selain OLS ada metode lain yang dapat digunakan untuk mengestimasi parameter regresi yaitu metode Bayes. Metode Bayes merupakan suatu metode yang lebih informatif untuk mengestimasi parameter regresi apabila data yang digunakan sangat minim dan tidak lengkap. Estimasi parameter dengan metode OLS maupun metode Bayes sudah banyak digunakan dalam bidang pembangunan. Salah satunya adalah pada pembangunan ekonomi (Sukirno, 2006).

Pembangunan ekonomi adalah suatu proses kenaikan pendapatan total dan pendapatan perkapita dengan memperhitungkan pertumbuhan penduduk dan disertai dengan perubahan dalam struktur ekonomi suatu daerah dan pemerataan pendapatan bagi suatu penduduk suatu daerah. (Sukirno, 2006)

IPM atau dikenal dengan sebutan Human Development Index (HDI) merupakan indikator yang digunakan untuk mengukur salah satu aspek penting yang berkaitan dengan kualitas dari hasil pembangunan ekonomi, yakni derajat perkembangan manusia. (Tambunan, 2003).

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah untuk Mengetahui model regresi linier berganda yang menyatakan hubungan angka harapan hidup, harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah dan pengeluaran per kapita terhadap Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan pendekatan Bayes menggunakan prior pseudo. Mengetahui interpretasi model regresi linier berganda yang menyatakan hubungan angka harapan hidup, harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah dan pengeluaran per kapita terhadap Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan pendekatan Bayes menggunakan prior pseudo.

**Analisis Regresi**

Analisis regresi adalah metode statistika yang dipergunakan untuk mengetahui hubungan antara dua variabel atau lebih, terutama untuk memperjelas hubungan yang memiliki model belum diketahui dengan baik atau untuk mengetahui bagaimana variasi dari beberapa variabel independen mempengaruhi variabel dependen. secara matematis hubungan itu dapat dijabarkan sebagai berikut :

$$Y = E(Y|X_1, X_2, \dots, X_k) + \varepsilon \quad (1)$$

**Model Regresi Linier Berganda**

Regresi linier berganda merupakan perluasan dari regresi linier sederhana dengan dua atau lebih variabel  $X_1, X_2, \dots, X_k$  sebagai variabel independen dan variabel Y sebagai variabel dependen. Model regresi linier berganda dapat dilihat pada persamaan

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Dari model regresi linier berganda, akan didapatkan nilai estimasi dari koefisien regresi dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2)$$

**Pengujian Parameter secara Simultan (Uji F)**

Pengujian parameter secara simultan digunakan untuk menguji koefisien regresi secara keseluruhan. Pengujian parameter secara simultan atau Uji F pada dasarnya menunjukkan apakah semua variabel independen yang ada pada model mempunyai pengaruh secara keseluruhan terhadap variabel dependen. Hipotesis :

$H_0 : \beta_0 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0$   
(secara simultan tidak terdapat pengaruh yang signifikan dari variabel independen terhadap variabel dependen)

$H_1 : \beta_j \neq 0, j = 0, 1, 2, \dots, k$  minimal ada satu (paling tidak ada satu variabel independen mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap variabel dependen)

Kriteria pengujian pada pengujian parameter secara simultan atau Uji F adalah menolak  $H_0$  jika  $F_{hitung} > F_{(\alpha; k, 1; n-k)}$  atau nilai p-value  $< \alpha$ . dimana  $\alpha =$  taraf signifikansi.

**Pengujian Parameter Secara Parsial (Uji t)**

Apabila hasil pada pengujian secara simultan atau secara keseluruhan  $H_0$  ditolak, dimana terdapat minimal satu variabel independen yang memberikan pengaruh terhadap variabel dependen, maka perlu dilakukan pengujian parameter secara parsial atau secara masing-masing koefisien regresi yang bertujuan untuk mengetahui apakah masing-masing koefisien regresi yang berpengaruh terhadap variabel dependen.

Hipotesis :  
 $H_0 : \beta_j = 0, j = 1, 2, \dots, k$

(tidak terdapat pengaruh yang signifikan dari variabel independen ke-j terhadap variabel dependen)

$H_1 : \beta_j \neq 0, j = 1, 2, \dots, k$   
(Terdapat pengaruh yang signifikan dari variabel independen ke-j terhadap variabel dependen)

Kriteria pengujian pada pengujian parameter secara simultan atau Uji t adalah menolak  $H_0$  jika  $|t_{hitung}| > t_{(\alpha/2, n-k-1)}$  atau nilai P-value  $< \alpha$  dimana  $\alpha =$  taraf signifikansi.

**Metode Bayes**

Bayes memperkenalkan suatu metode dimana kita perlu mengetahui bentuk distribusi awal (prior) dari populasi yang dikenal dengan metode Bayesian. Sebelum menarik sampel dari suatu populasi terkadang membutuhkan informasi mengenai parameter yang akan diestimasi. Informasi ini yang akan digabungkan dengan informasi dari sampel untuk digunakan dalam mengestimasi parameter populasi. Dalam metode Bayesian yang perlu diperhatikan adalah parameter. Parameter mempunyai distribusi probabilitas yang merupakan tingkat kepercayaan awal tentang parameter sebelum dilakukan disebut distribusi prior. Teoroma umum Bayesian adalah

$$P(\mu|y) = \frac{P(y|\mu)P(\mu)}{P(y)} \quad (3)$$

Dimana  $P(\mu|y)$  adalah distribusi posterior  $\mu$  dan  $P(y|\mu)P(\mu)$  adalah probabilitas kejadian dimana seluruh elemennya adalah anggota  $\mu$  dan anggota  $y$  sedangkan  $P(y)$  adalah probabilitas kejadian  $y$ . (Box and Tiao, 1973)

**Distribusi Prior**

Pembentukan posterior parameter model memerlukan informasi data sampel dan informasi awal dari parameter yang digunakan sebagai prior. Penentuan distribusi prior parameter akan mempengaruhi hasil dari distribusi posterior yang akan diperoleh. Penentuan ini akan berdampak pada tepat atau tidaknya pengambilan keputusan. Distribusi prior pseudo merupakan penentuan prior dengan nilai yang dihasilkan dari pengolahan data yang didapatkan dari metode klasik. Metode klasik yang digunakan merupakan regresi dengan *Ordinary Least Square* (OLS) (Box and Tiao, 1973).

**Distribusi Posterior**

Distribusi posterior merupakan dasar pemodelan dengan menggunakan metode Bayesian yang mempunyai perpaduan antara dua informasi, yaitu data masa lalu sebagai prior dan data pengamatan yang digunakan sebagai penyusun fungsi likelihood. Dengan menggunakan Teorema Bayes didapatkan distribusi posterior parameter sebagai berikut:

$$P(\theta|Y) = \frac{P(Y|\theta)P(\theta)}{P(Y)} \tag{4}$$

dimana P(Y) merupakan konstanta yang biasa disebut *normalized constant*, maka persamaan (3) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$P(\theta|Y) \propto P(Y|\theta)P(\theta) \tag{5}$$

dengan  $\propto$  menunjukkan proposional. Persamaan (4) menunjukkan bahwa *posterior* adalah proposional terhadap likelihood yang dikalikan dengan prior parameter model (Box and Tiao, 1973).

**Konsep Rantai Markov**

Rantai Markov (Markov Chain) adalah suatu teknik matematika yang bias digunakan untuk melakukan pembuatan model (*modelling*) bermacam-macam system dan proses bisnis. Teknik ini dapat digunakan untuk memperkirakan perubahan-perubahan diwaktu yang akan datang dalam variabel-variabel acak dasar perubahan dari variabel acak tersebut diwaktu yang lalu. Teknik ini dpaata juga digunakan untuk menganalisa kejadian yang akan mendatang secara matematis (Subagyo, Marwan, T tani, 2013).

**Konsep Dasar Metode Monte Carlo**

Pendekatan Monte Carlo merupakan suatu metode yang dikembangkan oleh ahli Fisika dengan membangkitkan bilangan acak untuk menghitung integral. Menurut Ross (2007), proses Markov adalah suatu proses stokastik . Nilai yang mungkin dari adalah terhingga atau terhitung, apabila , maka proses dikatakan berada pada state-i dan apabila proses berada pada state-i maka akan berpindah ke state-j dengan peluang, dimana tidak tergantung pada t.

**Markov Chain Monte Carlo**

Markov Chain *Monte Carlo* (MCMC) adalah metode yang banyak digunakan dalam pemodelan dengan pendekatan Bayes untuk memperoleh solusi karena distribusi posterior

yang ada memerlukan proses integrasi dengan dimensi yang besar sehingga proses perhitungannya menjadi sangat rumit (Carlin dan Chib 1995). MCMC juga dapat memberikan solusi dalam estimasi parameter suatu model dengan tingkat kesulitan yang tinggi (Gelman dkk, 2004). Dasar dari MCMC adalah dengan membangkitkan data parameter sesuai proses Markov Chain dengan menggunakan simulasi Monte Carlo secara iteratif sehingga akan diperoleh distribusi posterior yang stasioner. MCMC lebih bersifat umum dan fleksibel dibandingkan dengan teknik simulasi langsung . . Algoritma yang sering digunakan sebagai pembangkit variabel acak dalam MCMC adalah *Gibbs Sampler* (Gelman dkk, 2004).

**Gibbs Sampling**

*Gibbs Sampling* merupakan teknik untuk membangkitkan variabel acak dari suatu distribus marginal secara langsung tanpa harus menghitung fungsi kepadatan distribusi tersebut (Casella dan George, 1992). Cara kerja Gibbs Sampling hanya didasarkan pada sifat dasar rantai Markov. *Gibbs Sampling* merupakan sebuah proses peniruan Rantai Markov secara iterative dengan melakukan estimasi parameter

$$\beta_1 | \theta_{-\beta_1}, Y, X_1 \sim N(\hat{\beta}_1, \hat{\sigma}_{\beta_1}^2) \tag{6}$$

$$\beta_2 | \theta_{-\beta_2}, Y, X_2 \sim N(\hat{\beta}_2, \hat{\sigma}_{\beta_2}^2) \tag{7}$$

:

$$\beta_k | \theta_{-\beta_k}, Y, X_k \sim N(\hat{\beta}_k, \hat{\sigma}_{\beta_k}^2) \tag{8}$$

$$\sigma | \theta_{-\sigma}, Y, X \sim IG(\eta, \tau) \tag{9}$$

model hanya dengan menggunakan informasi nilai parameter hasil estimasi dari iterasi sebelumnya. Proses Gibbs Sampling akan membangun iterasi dengan full conditional posterior untuk setiap posterior parameter. Untuk model regresi berganda, full conditional posterior adalah sebagai berikut:  $\theta_{-\beta_1}$  dimana adalah semua nilai pada parameter  $\theta$  dimasukan ke dalam model kecuali  $\beta_0$  dan *IG* adalah invers gamma (Yildirim, 2012).

**Indeks Pembangunan Manusia (IPM)**

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) diperkenalkan oleh *United Nations Development Program* (UNDP) pada tahun 1990 dan dipublikasikan secara berkala dalam laporan tahunan HDR (*Human Development Report*). IPM menjadi indikator penting untuk mengukur keberhasilan dalam upaya membangun kualitas

hidup manusia yang dapat menjelaskan bagaimana penduduk dapat mengakses hasil pembangunan dalam memperoleh pendapatan, kesehatan, dan pendidikan (Tambunan, 2003).

**Hasil dan Pembahasan  
Statistika Deskriptif**

Deskripsi data penelitian dapat dilihat berdasarkan statistik deskriptif dari masing-masing data yang terdiri dari nilai rata-rata (*mean*), simpangan baku (deviasi standar), nilai minimum dan maksimum. Statistik deskriptif data penelitian disajikan pada Tabel 1

**Tabel.1** Analisis Statistika Deskriptif Masing-Masing Variabel

Variabel	Rata-Rata	Deviasi Std
IPM ( $Y$ )	73,17	4,4085
AHH ( $X_1$ )	72,33	1,0963
HLS ( $X_2$ )	13,07	0,6228
RLS ( $X_3$ )	8,95	1,1224
PPK ( $X_4$ )	11.502.550	2.545.452

**Pengujian Parameter Regresi Model 1**

Dari hasil pengujian parameter secara parsial atau individu berguna untuk menguji ketepatan koefisien regresi didapatkan kesimpulan akhir bahwa variabel bebas yaitu harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah dan pengeluaran per kapita mempunyai pengaruh terhadap variabel terikat yaitu variabel Indeks Pembangunan Manusia (IPM) sehingga variabel bebas layak dimasukan kedalam model regresi dengan model terbaik adalah sebagai berikut :

$$Y = 10,870 + 1,283X_2 + 1,126X_3 + 9,30e^{-7}X_4$$

**Pengujian Parameter Regresi Model 2**

Dari hasil pengujian parameter secara parsial atau individu berguna untuk menguji ketepatan koefisien regresi didapatkan kesimpulan akhir bahwa variabel bebas yaitu harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah dan pengeluaran per kapita mempunyai pengaruh terhadap variabel terikat yaitu variabel Indeks Pembangunan Manusia (IPM) sehingga variabel bebas layak dimasukan kedalam model regresi dengan model terbaik adalah sebagai berikut

$$\hat{Y} = 33,06 + 1,23X_2 + 1,562X_3 + 8,74e^{-7}X_4$$

**Estimasi Model Regresi dengan Pendekatan Bayes menggunakan Prior Pseudo**

Estimasi parameter model regresi serta pengujian terhadap parameternya dihasilkan bahwa sampel yang diperoleh berdistribusi normal atau  $y_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Distribusi yang diketahui inilah yang dijadikan langkah awal dalam proses MCMC khususnya pada Algoritma *Gibbs Sampling* yang akan menirukan proses markov secara iteratif dengan melakukan estimasi parameter model hanya dengan menggunakan informasi nilai parameter dari hasil estimasi dari satu step iterasi sebelumnya sehingga proses tersebut akan membangun step-step proses MCMC dengan *full conditional posterior* untuk setiap *posterior* parameter dan menyusunnya bergantian. Untuk *full conditional posterior* adalah sebagai berikut :

$$\beta_2 | \theta_{-\beta_2}, Y, X_2 \sim N(1,230, 0,1867) \tag{10}$$

$$\beta_3 | \theta_{-\beta_3}, Y, X_3 \sim N(1,5620, 0,21) \tag{11}$$

$$\beta_4 | \theta_{-\beta_4}, Y, X_4 \sim N(8,74e^{-7}, 8,30e^{-8}) \tag{12}$$

$$\sigma | \theta_{-\sigma}, Y, X \sim IG(0,141, 1) \tag{13}$$

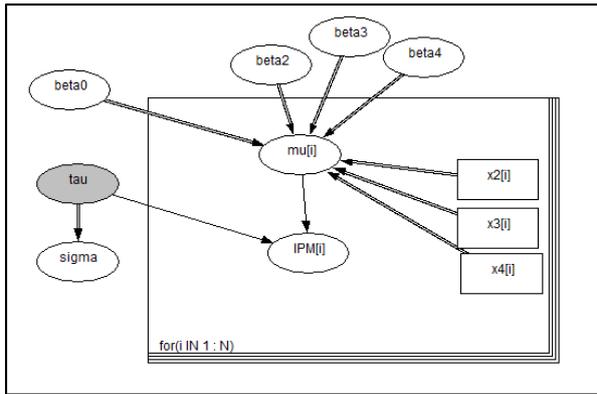
Proses MCMC menggunakan algoritma *Gibbs Sampling* dapat disusun dari menentukan nilai awal untuk setiap parameter model dalam  $\theta$  rincian dari membangkitkan nilai setiap parameter :

1. Membangkitkan data menggunakan persamaan (10)
2. Membangkitkan data menggunakan persamaan (11)
3. Membangkitkan data menggunakan persamaan (12)
4. Membangkitkan data menggunakan persamaan (13)

Setelah membangkitkan data setiap paramaternya dengan perulangan sebanyak 100.000 kali hingga akan mendapatkan kondisi konvergen. Kekonvergenan dapat dilihat dari plot dynamic trace dan MC error. Implementasi bentuk pemodelan secara grafik dari proses Algoritma *Gibbs Sampling* adalah dalam bentuk *doodle* WinBUGS Bentuk model  $mu[i]$  adalah sebagai berikut :

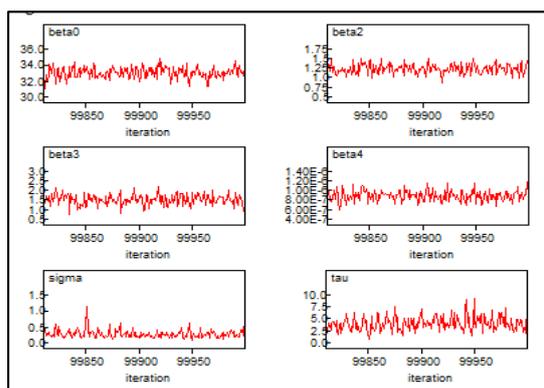
$$mu[i] = beta0 + beta2 \cdot x_2[i] + beta3 \cdot x_3[i] + beta4 \cdot x_4[i]$$

model  $mu[i]$  juga bisa digambarkan dalam model yang berbasis grafik dapat ditunjukkan dalam Gambar 1.



Gambar 1. Model grafik dengan doodle WinBUGS

Pada WinBUGS model grafik dengan doodle dapat diterjemahkan dalam basis pemrograman seperti program code WinBUGS. Program dimulai dengan pendefinisian IPM[i] yang berdistribusi normal dengan reserve word(mu[i],tau), dimana node logical mu[i] yang diterjemahkan sesuai dengan logical node dalam Gambar 4.1. node selain IPM[i] dan mu[i] dalam Gambar 4.1 merupakan definisi semua parameter yang diterjemahkan sebagai pemberian prior, dimana setiap distribusi prior setiap parameter model regresi didapatkan dari hasil estimasi OLS yang sebelumnya dilakukan dengan menggunakan Software R. Untuk menjalankan program WinBUGS, perlu memberikan data yang akan dimodelkan regresi dan nilai inisialisasi proses iterasi Gibbs Sampling. Adapun data masukan diawali dengan reserve word “list” dengan data vektor untuk data variabel terikat serta data variabel bebasnya, setiap vektor data dinyatakan dengan nama variabel di ikuti dengan statement c(.). Setelah itu akan muncul beberapa hasil dijalkannya source program dari WinBUGS, seperti Dinamic Trace, Time Series, dan hasil estimasi parameter model regresi.



Gambar 2 Dinamic Trace Setiap Parameter

Berdasarkan Gambar 2, *Dinamic Trace* setiap parameter terlihat bahwa tidak membentuk suatu pola yang teratur atau bisa dikatakan membentuk suatu pola acak sehingga bisa dikatakan pembangkitan data tersebut adalah konvergen. Langkah selanjutnya adalah melihat hasil estimasi parameter dapat di lihat dari rata-rata (*mean*) yang didapatkan dari terhentinya iterasi dikarenakan *MC error*. Berikut adalah hasil dari estimasi parameter

**Tabel 2** Hasil Estimasi Parameter Model Regresi Berganda dengan Pendekatan Bayes Menggunakan Prior *Psuedo*

Parameter	Rata-rata	Standar Deviasi	MC error
$\beta_0$	33,06	0,69	0,002047
$\beta_2$	1,231	0,1328	4,48E-04
$\beta_3$	1,561	0,2903	9,64E-04
$\beta_4$	8,74E-07	1,15E-07	3,66E-10
$\sigma$	0,2787	0,1082	4,02E-04
$\tau$	4,056	1,377	0,004864

Berdasarkan Tabel 2, diperoleh persamaan regresi linier berganda sebagai berikut :

$$Y = 33,06 + 1,231X_2 + 1,561X_3 + 0,000000874$$

**Kesimpulan**

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa model regresi linier berganda yang menyatakan hubungan angka harapan hidup, harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah dan pengeluaran per kapita terhadap Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan pendekatan Bayes menggunakan prior pseudo adalah sebagai berikut

$$Y = 33,06 + 1,231X_2 + 1,561X_3 + 0,000000874X_4$$

Adapun interpretasi dari model tersebut adalah setiap penambahan Rp. 1000,- pada variabel pengeluaran per kapita akan menaikkan nilai Indeks Pembangunan Manusia (IPM) sebesar 0,000000874 dengan asumsi variabel lainnya konstan. Setiap penambahan 1 tahun pada variabel rata-rata lama sekolah akan menaikkan nilai Indeks Pembangunan Manusia (IPM) sebesar 1,561 dengan asumsi variabel lainnya konstan. Setiap penambahan 1 tahun pada variabel harapan lama sekolah akan menaikkan nilai Indeks Pembangunan Manusia (IPM) sebesar 1,231 dengan asumsi variabel lainnya konstan.

**Daftar Pustaka**

- Algifari.(1997). *Analisis Statistik untuk Bisnis dengan Regresi, Korelasi, dan Nonparametrik, Edisi Pertama*.Yogyakarta :BPFE-YOGYAKARTA.
- Box, G.E.P dan Tiao,G.C. (1973). *Bayes Inference In Statistical Analysis*. Philippines:AddisionWesley Company. Inc
- Carlin, B.P. dan Chib, S. (1995). “Bayesian Model Choice via Markov Chain Monte Carlo Methods”,*Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological, Volume 57, Issue 3, 473-484*.
- Casella, G. dan George, E.I. (1992). “Explaining Gibbs Sampler”, *Journal of The AmericaStatistical Association*, 46(3), 167-174.
- Gelman, A, Carlin, J.B., Stern, H.S., dan Rubin, D.B. (2004).*Bayesian Data Analysis*, Edisi kedua. Washington : Chapman & Hall.
- Glasserman, P. (2003). *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. N.Y., USA: Springer.
- Gujarati. (1995). *Basic Econometric, third edition*.New York:Mc Graw-Hill
- Ntzoufras, I. (2009). *Bayesian Modeling Using WinBUGS*.New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Ross, Sheldon M. (2007). *Introducing to Probability Model 9<sup>th</sup> Edition*.San Diego :Academic Press.
- Sembiring, R.K. (1995). *Analisis Regresi*. Bandung : Institut Teknologi Bandung.
- Subagyo, Pangestu., Marwan, Asri., T Tani Handoko. (2013). *Dasar-Dasar Operation Research Edisi Kedua*.Yogyakarta :BPFE-YOGYAKARTA.
- Sukirno, Sudono. (2006). *Ekonomi Pembangunan : Proses, Masalah, Dan Dasar Kebijakan*.Jakarta: KencanaPrenada Media Group.
- Tambunan, T.H Tulus. (2003). *Perekonomian Indonesia*.Jakarta :Ghalia Indonesia.
- Walpole, Ronald E. (1993). *Pengantar Statistika Edisi ke- 3*.Jakarta : PT. Gramedia.
- Widarjono, Agus. (2007). *Ekonometrika Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis*.Yogyakarta : Ekonisia.
- Yildirim, Ilker. (2012). *Bayesian Inference : Gibbs Sampling*. New York : University of Rochester.
- Yitnosumarto, Suntoyo. (1990).*Dasar-dasar Statistika*. Jakarta : C.V Rajawali.