Penerapan Model *Geographically Weighted Logistic Regression* Pada Data Status Kesejahteraan Masyarakat di Kalimantan Tahun 2017

Application of Geographically Weighted Logistic Regression Model to Kalimantan Community Welfare Status Data 2017

Nadya Pratiwi[1], Suyitno[2], Meiliyani Siringoringo[3]
[1,2]Laboratorium Statistika Terapan FMIPA Universitas Mulawarman
[3]Laboratorium Statistika Komputasi FMIPA Universitas Mulawarman
E-mail: pratiwinadya15@gmail.com

Abstract

Geographically Weighted Logistic Regression (GWLR) model is a regression model developed from logistic regression which is applied to spatial data. The aims of research is a GWLR model determination on dichotomous data of community welfare status based on the Human Development Index (HDI) and to find the factors influencing the probability of high welfare status of each Regency/City on Kalimantan Island in 2017. Parameters estimation of the GWLR model was done at each observation location using a weighted Maximum Likelihood Estimation (MLE) method and maximum likelihood estimator was obtained by Newton Raphson iterative method. Spatial weighting on parameter estimation was determined using Adaptive Gaussian weighting function and optimum bandwidth was determined using Generalized Cross-Validation (GCV) criterion. Based on the result of GWLR parameter testing, it was concluded that the factors influencing the probability of high welfare status of Regency/City on Kalimantan Island in 2017 were school enrollment rates (senior high school), the number of health workers, real per capita income and the open unemployment rate.

Keywords: *Adaptive Gaussian Weighting Function, GCV, GWLR, HDI, MLE.*

Pendahuluan

Data spasial adalah data yang mengandung informasi atribut dan lokasi, serta terdapat interdependensi antara lokasi dan data. Karakteristik data spasial pada suatu lokasi pengamatan akan berbeda dengan data di lokasi pengamatan yang lain, akan tetapi memiliki hubungan yang erat dengan data di lokasi pengamatan lain yang berdekatan (Anselin, 2010).

Hubungan antar lokasi pengamatan disebut dengan efek spasial. Efek spasial berhubungan dengan perbedaan karakteristik lingkungan dan geografis antar lokasi pengamatan, sehingga masing-masing pengamatan memiliki variasi yang berbeda dan dinamakan heterogenitas spasial. Heterogenitas spasial menyebabkan perbedaan pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon untuk lokasi pengamatan yang berbeda. Interdependensi antara data variabel respon dan lokasi pengamatan menyebabkan nilai estimator dari parameter regresi pada satu lokasi pengamatan dan lokasi pengamatan lainnya berbeda, sehingga pemodelan data spasial yang sesuai adalah pemodelan yang bersifat lokal, yakni penaksiran parameter yang dilakukan pada setiap titik atau lokasi pengamatan. Model regresi yang melakukan penaksiran parameter pada setiap lokasi pengamatan adalah model *Geographically Weighted Regression* (GWR).

Data variabel respon di lapangan sering ditemukan berupa data spasial dan bersifat kualitatif atau kuantitatif yang dapat dikategorikan. Salah satu pemodelan data respon bersifat dikotomus (berskala nominal dengan dua kategori) adalah model regresi logistik biner (Agresti, 2002).

Perbedaan karakteristik lokasi geografis akan menyebabkan perbedaan pengaruh antara variabel prediktor terhadap respon pada setiap lokasi, sehingga penaksiran parameter model regresi logistik yang diaplikasikan pada data spasial yang sesuai adalah dilakukan pada setiap lokasi pengamatan dan metode yang sesuai adalah *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR). Penerapan model regresi logistik pada data spasial perlu dilakukan dengan pertimbangan banyak permasalahan-permasalahan pada bidang tertentu seperti bidang ekonomi dan sosial yang dapat diselesaikan dengan model GWLR, selain itu perlu pengembangan metode statistika khususnya penaksiran parameter dan pengujian hipotesis model GWLR.

Model GWLR pada penelitian ini diaplikasikan pada data dikotomus status kesejahteraan masyarakat kabupaten/kota di Pulau Kalimantan pada tahun 2017. Status kesejahteraan masyarakat dapat diukur berdasarkan *Human Development Index* (HDI) atau Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Nilai IPM setiap daerah berbeda-beda tergantung pada keberhasilan pemerintah daerah untuk mewujudkan indikator-indikator kesejahteraan masyarakat seperti kependudukan, kesehatan, pendidikan, ketenagakerjaan, pola konsumsi, kemiskinan, dan sosial lainnya. Keberhasilan untuk mewujudkan indikator-indikator kesejahteraan masyarakat akan berbeda di setiap daerah, sehingga data IPM diduga merupakan data spasial.

Berdasarkan data dari Badan Pusat Statistik, capaian IPM kabupaten/kota di Pulau Kalimantan pada tahun 2017 berada pada angka 61,52 sampai dengan 79,69 yang berarti IPM kabupaten/kota di Pulau Kalimantan berada pada dua kategori pengelompokan IPM, yaitu kategori sedang berada pada interval 60 sampai dengan 69,99 dan kategori tinggi berada pada interval 70 sampai dengan 79,99 (BPS, 2017). Pemodelan data IPM menggunakan GWLR dapat digunakan sebagai pertimbangan pemerintah daerah dalam pengambilan kebijakan untuk meningkatkan status kesejahteraan masyarakat tinggi menjadi sangat tinggi maupun untuk meningkatkan status kesejahteraan masyarakat kabupaten/kota yang masih dalam kategori sedang menjadi tinggi dan sangat tinggi.

Sistematika penelitian ini adalah sebagai berikut: bagian pertama membahas distribusi Bernoulli, bagian kedua membahas model regresi logistik biner, bagian ketiga membahas pengujian heterogenitas spasial, bagian kelima membahas pembobot spasial model GWR, bagian keenam membahas model GWLR, bagian ketujuh membahas koefisien determinasi, bagian kedelapan membahas Indeks Pembangunan Manusia, bagian kesembilan membahas hasil dan pembahasan, serta kesimpulan yang dibahas pada bagian kesepuluh.

Model Regresi Logistik Biner

Model regresi logistik biner merupakan salah satu model regresi untuk menentukan hubungan variabel respon yang bersifat dikotomus dengan satu atau lebih variabel prediktor yang bersifat kontinu atau kategorik. Model regresi logistik biner dapat dinyatakan sebagai

$$\pi_i = \frac{\exp(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i)}{1+\exp(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i)}, \qquad (1)$$

dengan $\pi_i = P(y_i = 1)$, $\boldsymbol{\beta}^T = \begin{bmatrix}\beta_0 & \beta_1 & \dots & \beta_p\end{bmatrix}$, $\mathbf{x}_i = \begin{bmatrix}1 & x_{i1} & \dots & x_{ip}\end{bmatrix}^T$.

Salah satu metode penaksiran parameter model regresi logistik biner adalah metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Berdasarkan fungsi densitas distribusi Bernoulli dan dengan memperhatikan persamaan (1) fungsi *likelihood* didefinisikan oleh

$$L(\boldsymbol{\beta}) = \left(\prod_{i=1}^{n}\left(1+\exp(\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{x}_i)\right)^{-1}\right)\exp\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{x}_i\right). \qquad (2)$$

Berdasarkan metode MLE, penaksir ML model regresi logistik biner adalah nilai vektor $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix}\hat{\beta}_0 & \hat{\beta}_1 & \cdots & \hat{\beta}_p\end{bmatrix}^T$ yang memaksimumkan fungsi *likelihood* dan juga memaksimumkan fungsi *log-likelihood*, dimana maksimum dari kedua fungsi tersebut dicapai pada titik yang sama yaitu $\hat{\boldsymbol{\beta}}$. Fungsi *log-likelihood* berdasarkan persamaan (2) adalah

$$\ell(\boldsymbol{\beta}) = \sum_{i=1}^{n} y_i\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{x}_i - \ln\left(1+\exp\left(\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{x}_i\right)\right). \qquad (3)$$

Penaksir parameter $\boldsymbol{\beta}$ diperoleh dengan cara menurunkan persamaan (3) terhadap β_k, k=0,1,…,p dan disamakan dengan nol dan diperoleh persamaan *likelihood*, yaitu

$$\frac{\partial\ell(\boldsymbol{\beta})}{\partial\beta_k} = \sum_{i=1}^{n} x_{ik}(y_i - \pi_i) = 0\ ;\ k = 0,1,2,...,p. \qquad (4)$$

Diketahui persamaan *likelihood* (4) adalah *nonlinier*, sehingga solusi eksak (*closed form*) untuk mendapatkan penaksir ML eksak tidak dapat ditemukan secara analitik. Metode alternatif untuk menentukan solusi persamaan *likelihood* (4) adalah metode iteratif Newton-Raphson. Algoritma iteratif Newton-Raphson membutuhkan perhitungan vektor gradien dan matriks Hessian. Vektor gradien dinyatakan dalam bentuk

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{X}^T(\mathbf{y} - \boldsymbol{\pi}), \qquad (5)$$

dimana $\boldsymbol{\pi} = \begin{bmatrix}\pi_1 & \pi_2 & \cdots & \pi_n\end{bmatrix}^T$ dengan π_i diberikan oleh persamaan (1), $\mathbf{y} = \begin{bmatrix}y_1 & y_2 & \cdots & y_n\end{bmatrix}^T$ dan $\mathbf{X}$ adalah matriks data pengamatan berukuran $n\times(p+1)$ yaitu

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix}1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p}\\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np}\end{bmatrix}. \qquad (6)$$

Matriks Hessian model regresi logistik biner dinyatakan dalam bentuk

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = -\mathbf{X}^T\mathbf{V}\mathbf{X}, \qquad (7)$$

dengan $\mathbf{X}$ diberikan oleh persamaan (10) dan $\mathbf{V}$ diberikan oleh

$$\mathbf{V}=\begin{bmatrix}\hat{\pi}_1(1-\hat{\pi}_1) & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \hat{\pi}_2(1-\hat{\pi}_2) & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \hat{\pi}_n(1-\hat{\pi}_n)\end{bmatrix}. \tag{8}$$

Matriks Informasi Fisher didefinisikan oleh

$$\mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\beta}})=-E(\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}))=-\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}). \tag{9}$$

Berdasarkan vektor gradien dan matriks Hessian yang masing-masing diperoleh pada persamaan (5) dan (7), maka iterasi Newton-Raphson dapat dijalankan untuk memperoleh penaksir parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ dengan algoritma

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t+1)}=\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}-\left[\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)})\right]^{-1}\mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}). \tag{10}$$

Proses iterasi dimulai dari penentuan nilai awal $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(0)}=\left[\hat{\beta}_0^{(0)}\ \hat{\beta}_1^{(0)}\cdots\hat{\beta}_p^{(0)}\right]^T$ dan iterasi dihentikan sampai iterasi ke-t+1 bila terpenuhi kondisi konvergen, yaitu $\left\|\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t+1)}-\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}\right\|\le\varepsilon$ dengan ε adalah bilangan yang cukup kecil misal 10^{-12} (Fathurahman dkk, 2016).

Pengujian signifikansi parameter terdiri dari dua tahap yaitu pengujian signifikansi parameter model secara serentak dan pengujian signifikansi parameter model secara parsial. Pengujian serentak dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter β_k (k =1,2,…,p) terhadap variabel respon secara simultan. Hipotesis pengujian secara serentak adalah

$\mathrm{H}_0:\beta_1=\beta_2=...=\beta_p=0$

H_1 : Minimal ada satu $\beta_k\neq 0,\ k=1,2,...,p$

Statistik uji diberikan oleh

$$G=2\left(\ell(\hat{\Omega})-\ell(\hat{\omega})\right), \tag{11}$$

dengan $\hat{\Omega}=\left\{\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1,...,\hat{\beta}_p\right\}$ adalah himpunan parameter di bawah populasi, $\hat{\omega}=\{\hat{\beta}_0\}$ adalah himpunan parameter dibawah H_0, $\ell(\hat{\Omega})$ diberikan oleh

$$\ell(\hat{\Omega})=\sum_{i=1}^{n}y_i\hat{\boldsymbol{\beta}}^T\mathbf{x}_i-\ln\left(1+\exp\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^T\mathbf{x}_i\right)\right), \tag{12}$$

dan $\ell(\hat{\omega})$ diberikan oleh

$$\ell(\hat{\omega})=\sum_{i=1}^{n}y_i\hat{\beta}_0\mathbf{x}_i-\ln\left(1+\exp\left(\hat{\beta}_0\mathbf{x}_i\right)\right). \tag{13}$$

Statistik uji G yang diberikan oleh persamaan (11) berdistribusi *chi-square* dengan derajat bebas p. Hipotesis nol pada pengujian serentak akan ditolak pada taraf uji α jika nilai $G>\chi^2_{(\alpha,p)}$ atau jika *p-value* $<\alpha$.

Pengujian parameter secara parsial menggunakan uji *Wald*, hasil pengujian secara parsial akan menunjukkan apakah suatu variabel prediktor secara individual berpengaruh terhadap variabel respon. Hipotesis uji secara parsial untuk parameter β_k dengan nilai k tertentu $(k=0,1,...,p)$ adalah

$\mathrm{H}_0:\beta_k=0$

$\mathrm{H}_1:\beta_k\neq 0$

Statistik uji diberikan oleh

$$W^2=\frac{\hat{\beta}_k^2}{Var(\hat{\beta}_k)}\sim\chi_1^2, \tag{14}$$

dengan $Var(\hat{\beta}_k)$ adalah elemen diagonal ke-k dari invers matriks informasi Fisher $\left[\mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\beta}})\right]^{-1}=-\left[\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}})\right]^{-1}$ dan $\mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ diberikan oleh persamaan (13). Hipotesis nol akan ditolak pada taraf uji α jika nilai $W^2>\chi^2_{\alpha,1}$ atau jika *p-value* $<\alpha$ (Agresti, 2007).

Pengujian Heterogenitas Spasial

Salah satu metode untuk pengujian heterogenitas spasial adalah metode uji *Glejser*. Hipotesis pengujian heterogenitas spasial adalah

H_0 : $\sigma_1^2=\ldots=\sigma_n^2=\sigma^2$

(tidak terdapat heterogenitas spasial)

H_1 : Minimal ada satu $\sigma_i^2\neq\sigma^2$; i=1,2,..,n

(terdapat heterogenitas spasial)

Statistik uji diberikan oleh

$$F_h=\frac{\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{e}-n\bar{e}^2\right)/p}{\left(\mathbf{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{e}-\hat{\boldsymbol{\alpha}}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{e}\right)/n-p-1}, \tag{15}$$

dengan $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ adalah penaksir parameter model regresi antara $|\hat{e}_i|$ terhadap variabel-variabel prediktor, yaitu

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}=(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{e}, \tag{16}$$

dimana $\mathbf{X}$ diberikan oleh persaman (6) dan $\mathbf{e}=\left[|\hat{e}_1|\ \ |\hat{e}_2|\ \ \cdots\ \ |\hat{e}_2|\right]^T$ dengan $|\hat{e}_i|=|\hat{\pi}_i-\bar{Y}|$. Statistik uji F_h berdistribusi F dengan derajat bebas pembilang $v_1=p$ dan penyebut $v_2=n-p-1$. Kriteria penolakan H_0 adalah menolak H_0 jika nilai $F_h>F_{\alpha,v_1,v_2}$ atau *p-value* $<\alpha$.

Kesimpulan yang diperoleh jika H_0 ditolak adalah residual tidak independen dan diduga terdapat heterogenitas spasial atau terdapat pengaruh faktor geografis, hal ini menyebabkan data respon adalah data spasial (Fotheringham dkk, 2002).

Pembobot Spasial Model GWR

Penaksiran parameter model GWR menggunakan pembobot spasial yang ditentukan dengan salah satu fungsi pembobot yaitu fungsi *Adaptive Gaussian* yang diberikan oleh

$$w_{ij} = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{d_{ij}}{b_i}\right)^2\right), \tag{17}$$

dengan w_{ij} menyatakan bobot spasial yang diberikan oleh pengamatan pada lokasi ke-j untuk model GWR pada lokasi ke-i (i = 1,2,…,n). d_{ij} pada persamaan (17) adalah jarak *Euclidean* antar lokasi (u_i,v_i) dengan lokasi (u_j,v_j), yaitu

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2}\ , \tag{18}$$

dan b_i adalah *bandwidth* pada lokasi ke-i. *Bandwidth* optimum ditentukan menggunakan kriteria *Generalized Cross Validation* (GCV). Nilai GCV dihitung menggunakan rumus

$$\mathrm{GCV} = \frac{n\sum_{i=1}^{n}\hat{e}_i^2}{(n-p-1)^2}\ , \tag{19}$$

dengan $\hat{e}_i$ dihitung menggunakan

$$\hat{e}_i = \hat{\pi}(u_i,v_i) - \bar{Y}\ . \tag{20}$$

(Suyitno dkk, 2016).

Model GWLR

Model *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR) merupakan pengembangan dari model regresi logistik yang diaplikasikan pada data spasial. Pemodelan data spasial pada model regresi logistik biasa akan menghasilkan model yang tidak *valid* karena interdependensi antara data variabel respon dan lokasi pengamatan menyebabkan nilai estimator dari parameter regresi pada satu lokasi pengamatan dan lokasi pengamatan lainnya berbeda, oleh karena itu digunakan model yang sesuai dan salah satu model yang dapat mengakomodir pemodelan data spasial pada model regresi logistik adalah model GWLR (Atkinson dkk, 2003).

Misalkan koordinat lokasi semua pengamatan diketahui, berdasarkan model regresi logistik biner pada persamaan (1) maka model GWLR pada lokasi pengamatan (u_i,v_i) adalah

$$\pi(u_i,v_i) = \frac{\exp(\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}(u_i,v_i)\mathbf{x}_i)}{1+\exp(\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}(u_i,v_i)\mathbf{x}_i)}\ . \tag{21}$$

Salah satu metode penaksiran parameter model GWLR adalah metode MLE. Misal koordinat lokasi untuk setiap pengamatan diketahui, berdasarkan persamaan (2) fungsi *likelihood* dengan pembobot faktor lokasi geografis didefinisikan

$$L(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)) = \left(\exp\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\boldsymbol{\beta}^T(u_i,v_i)\mathbf{x}_j\right)\right)^{w_{ij}} \times \left(\prod_{j=1}^{n}\left(1+\exp\left(\boldsymbol{\beta}^T(u_i,v_i)\mathbf{x}_j\right)\right)^{-1}\right)^{w_{ij}}. \tag{22}$$

Penerapan logaritma natural fungsi *likelihood* pada kedua ruas persamaan (22) menghasilkan fungsi *log-likelihood* yaitu

$$\ell\left(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)\right) = \left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij}\left(y_j\boldsymbol{\beta}^T(u_i,v_i)\mathbf{x}_j\right)\right) - \left(\sum_{j=1}^{n} w_{ij}\left(\ln\left(1+\exp\left(\boldsymbol{\beta}^T(u_i,v_i)\mathbf{x}_j\right)\right)\right)\right). \tag{23}$$

Penaksir parameter $\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)$ diperoleh dengan cara menurunkan persamaan (23) terhadap $\beta_k(u_i,v_i)$ dengan k = 0,1,2,..,p, i = 1,2,…,n dan disamakan dengan nol maka diperoleh

$$\frac{\partial\ell\left(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)\right)}{\partial\beta_k(u_i,v_i)} = \sum_{j=1}^{n} w_{ij}x_{jk}(y_j - \pi_j) = 0\ . \tag{24}$$

Diketahui persamaan *likelihood* (24) adalah *nonlinier*, sehingga solusi eksak (*closed form*) untuk mendapatkan penaksir ML eksak tidak dapat ditemukan secara analitik. Metode alternatif untuk menentukan solusi persamaan *likelihood* (24) adalah metode iteratif Newton-Raphson. Algoritma iteratif Newton-Raphson membutuhkan perhitungan vektor gradien dan matriks Hessian. Vektor gradien dinyatakan dalam bentuk

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\beta}(u_i,v_i)) = \mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\left(\mathbf{y} - \boldsymbol{\pi}(u_i,v_i)\right), \tag{25}$$

dengan $\mathbf{W}(u_i,v_i)$ adalah matriks diagonal bobot spasial untuk lokasi ke-i yang diberikan oleh persamaan berikut

$$\mathbf{W}(u_i,v_i) = \begin{bmatrix} w_{i1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_{i2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_{in} \end{bmatrix}. \tag{26}$$

Matriks Hessian model GWLR dinyatakan dalam bentuk

$$\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i,v_i)) = -\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{V}(u_i,v_i)\mathbf{X}, \qquad (27)$$

dengan **X** dan $\mathbf{W}(u_i,v_i)$ masing-masing diberikan oleh persamaan (6) dan (27), $\mathbf{V}(u_i,v_i)$ adalah

$$\mathbf{V}(u_i,v_i) = \begin{bmatrix} \hat{\pi}_1(1-\hat{\pi}_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{\pi}_2(1-\hat{\pi}_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{\pi}_n(1-\hat{\pi}_n) \end{bmatrix}, \qquad (28)$$

dengan $\pi_i = \pi(u_i,v_i),\ i = 1,2,...,n$.

Berdasarkan vektor gradien dan matriks Hessian yang diperoleh pada persamaan (25) dan (27), maka iterasi Newton-Raphson dapat dijalankan untuk memperoleh penaksir parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i,v_i)$ dengan algoritma

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t+1)}(u_i,v_i) = \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}(u_i,v_i) - \left[\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}(u_i,v_i))\right]^{-1}\mathbf{g}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}(u_i,v_i)\right). \qquad (29)$$

Proses iterasi Newton Raphson akan berhenti bila terpenuhi kondisi konvergen, yaitu selisih $\left\|\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t+1)}(u_i,v_i) - \hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t)}(u_i,v_i)\right\| \le \varepsilon$, dengan ε adalah bilangan yang cukup kecil misal 10^{-12}. Hasil dugaan yang diperoleh adalah $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(t+1)}(u_i,v_i)$ pada saat iterasi terakhir. Proses penaksiran parameter diulang untuk setiap lokasi ke-*i*, sehingga dapat diperoleh penaksir parameter lokal model GWLR (Fathurahman dkk, 2016).

Pengujian hipotesis model GWLR terdiri dari pengujian kesesuaian model, pengujian parameter secara serentak dan pengujian parameter secara parsial. Pengujian kesesuaian model digunakan untuk menjelaskan apakah model GWLR berbeda dari model regresi logistik biner. Hipotesis pengujian kesesuaian model adalah

$H_0: \beta_k(u_1,v_1) = \beta_k(u_2,v_2) = ... = \beta_k(u_n,v_n) = \beta_k$, dengan $k = 1,2,...,p$

(Model regresi logistik biner global dan model GWLR identik)

H_1: Minimal ada satu $\beta_k(u_i,v_i) \ne \beta_k$, dengan $k = 1,2,...,p,\ i = 1,2,...,n$

(Model regresi logistik biner global dan model GWLR tidak identik)

Statistik uji untuk pengujian kesesuaian model adalah

$$F_2 = \frac{D(\hat{\boldsymbol{\beta}})/v_1}{D(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*)/v_2}, \qquad (30)$$

dengan $D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ didefinisikan oleh

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = 2\left(\ell(\hat{\Omega}) - \ell(\hat{\omega})\right), \qquad (31)$$

dengan $\ell(\hat{\Omega})$ dan $\ell(\hat{\omega})$ masing-masing adalah maksimum fungsi *log-likelihood* yang diberikan oleh persamaan (11) pada pengujian signifikansi parameter model regresi logistik biner secara serentak. $D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ yang diberikan oleh persamaan (29) berdistribusi *chi-square* dengan derajat bebas *p* (Agresti, 2002). $D(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*)$ didefinisikan oleh

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*) = 2\left(\ell(\hat{\Omega}_{GWLR}) - \ell(\hat{\omega})\right), \qquad (32)$$

dimana $\hat{\Omega}_{GWLR} = \left\{\hat{\beta}_0(u_i,v_i), \hat{\beta}_1(u_i,v_i), ..., \hat{\beta}_k(u_i,v_i), i = 1,2,...,n\right\}$ adalah himpunan parameter dibawah populasi yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* pada persamaan (23). $D(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*)$ yang diberikan oleh persamaan (32) berdistribusi *chi-square* dengan derajat bebas *np* (Agresti, 2002).

Berdasarkan distribusi dari $D(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ dan $D(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*)$, F_2 berdistribusi *F* dengan derajat bebas pembilang *p* dan penyebut *np*. Kriteria pengujian kesesuaian model adalah menolak H_0 jika $F_2 > F_{\alpha,p,np}$ atau jika $p\text{-}value < \alpha$, (Fathurahman dkk, 2016).

Pengujian hipotesis berikutnya setelah pengujian kesesuaian model adalah pengujian parameter secara serentak. Hipotesis pengujian secara serentak adalah

$H_0: \beta_1(u_i,v_i) = \beta_2(u_i,v_i) = ... = \beta_p(u_i,v_i) = 0$

H_1: Minimal terdapat satu $\beta_k(u_i,v_i) \ne 0$, dengan $i = 1,2,...,n;\ k = 1,2,...,p$

Statistik uji diberikan oleh

$$G_2 = 2\left(\ell(\hat{\Omega}_{\text{GWLR}}) - \ell(\hat{\omega}_{\text{GWLR}})\right), \qquad (33)$$

dengan $\hat{\Omega}_{GWLR} = \left\{\hat{\beta}_0(u_i,v_i), \hat{\beta}_1(u_i,v_i), ..., \hat{\beta}_k(u_i,v_i)\right\}$ adalah himpunan parameter di bawah populasi yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* dan $\hat{\omega}_{GWLR} = \left\{\hat{\beta}_0(u_i,v_i),\ i = 1,2,...,n\right\}$ adalah himpunan parameter di bawah H_0 yang memaksimumkan fungsi *log-likelihood* pada persamaan (22).

Statistik uji G_2 mendekati distribusi *chi-square* dengan derajat bebas $v = \text{tr}(\mathbf{S})$, dimana **S** adalah matriks yang didefinisikan oleh

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T\left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_1,v_1)\mathbf{V}(u_1,v_1)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_1,v_1)\mathbf{V}(u_1,v_1) \\ \mathbf{x}_2^T\left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_2,v_2)\mathbf{V}(u_2,v_2)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_2,v_2)\mathbf{V}(u_2,v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T\left(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_n,v_n)\mathbf{V}(u_n,v_n)\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_n,v_n)\mathbf{V}(u_n,v_n) \end{bmatrix}, \qquad (34)$$

dengan $\mathbf{x}_i^T = [1\ x_{i1}\ x_{i2}\ \cdots\ x_{ip}]$, **X** diberikan oleh persamaan (10), $\mathbf{V}(u_i,v_i)$ diberikan oleh persamaan (28), dan $\mathbf{W}(u_i,v_i)$ diberikan oleh persamaan (26). Kriteria pengujian adalah menolak H_0 jika nilai

$G_2 > \chi^2_{(\alpha,v)}$ atau *p-value* $< \alpha$ (Purhadi dan Lailiyah, 2012).

Pengujian hipotesis yang terakhir adalah pengujian parameter secara parsial. Hipotesis uji secara parsial untuk parameter β_k dengan nilai *k* tertentu (*k*=1,2,…,*p*) dan *i* tertentu (*i*=1,2,…,*n*) adalah

$$\mathrm{H}_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$$
$$\mathrm{H}_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$$

Statistik uji adalah statistik *Wald* yang diberikan oleh

$$Z_h = \frac{\hat{\beta}_k(u_i, v_i)}{\sqrt{Var(\hat{\beta}_k(u_i, v_i))}}. \quad (35)$$

Statistik uji pada persamaan (35) mendekati distribusi normal baku untuk ukuran sampel *n* yang cukup besar. Daerah kritisnya adalah menolak H_0 jika nilai $|Z_h| > Z_{\alpha/2}$ atau *p-value* $< \alpha$ (Fathurahman dkk, 2016).

Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi pada model GWLR dihitung menggunakan Pseudo R^2 atau R^2 McFadden's (R^2_{MF}) yaitu

$$R^2_{MF} = 1 - \frac{\ell(\hat{\Omega}_{GWLR})}{\ell(\hat{\omega}_{GWLR})}, \quad (36)$$

dengan $\ell(\hat{\Omega}_{GWLR})$ dan $\ell(\hat{\omega}_{GWLR})$ masing-masing adalah maksimum fungsi *log-likelihood* yang diberikan oleh persamaan (33) pada pengujian signifikansi parameter model GWLR secara serentak.

Koefisien determinasi untuk model regresi logistik global juga dihitung menggunakan persamaan (36), dengan $\ell(\hat{\Omega})$ dan $\ell(\hat{\omega})$ masing-masing adalah maksimum fungsi *log-likelihood* yang diberikan oleh persamaan (7) pada pengujian signifikansi parameter model regresi logistik secara serentak (Harlan, 2018).

Indeks Pembangunan Manusia

Pada tahun 1990, *United Nations Development Programme* (UNDP) menerbitkan *Human Development Index* (HDI) atau Indeks Pembangunan Manusia (IPM) untuk mengukur kesuksesan pembangunan dan kesejahteraan suatu negara. IPM tidak sekedar mengukur tingkat kesejahteraan dari sisi ekonomi atau sosial saja, tapi merupakan penggabungan antara ekonomi dengan sosial, oleh sebab itu IPM dipakai sebagai salah satu ukuran untuk mengukur tingkat kemajuan ekonomi suatu negara oleh UNDP. IPM adalah suatu tolak ukur angka kesejahteraan suatu wilayah atau negara yang dilihat berdasarkan tiga dimensi yaitu: indikator angka harapan hidup mengukur kesehatan, indikator rata-rata lama sekolah dan angka harapan lama sekolah mengukur pendidikan, dan terakhir indikator pengeluaran perkapita mengukur standar hidup (UNDP, 2018).

Berdasarkan nilai IPM, status kesejahteraan masyarakat disuatu wilayah dapat dikelompokkan ke dalam empat kategori yaitu kategori "sangat tinggi" jika IPM lebih dari 80, kategori "tinggi" jika IPM berada diantara 70 sampai dengan 79,99, kategori "sedang" jika IPM berada diantara 60 sampai dengan 69,99 dan kategori "rendah" jika IPM kurang dari 60 (BPS, 2017).

Hasil Penelitian dan Pembahasan

1. Data Penelitian

Data penelitian terdiri dari data variabel respon dan variabel prediktor. Data variabel respon adalah data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) yang dikategorikan menjadi 2 kategori yaitu kabupaten/kota dengan $60 \leq \mathrm{IPM} < 70$ dikategorikan status kesejahteraan masyarakat sedang $(y = 0)$ dan kabupaten/kota dengan $70 \leq \mathrm{IPM} < 80$ dikategorikan status kesejahteraan masyarakat tinggi $(y = 1)$.

Data variabel prediktor terdiri dari data persentase penduduk miskin (X_1), angka partisipasi sekolah (SMA) (X_2), jumlah tenaga kesehatan (X_3), jumlah sarana kesehatan (X_4), persentase pertumbuhan ekonomi (X_5), pendapatan perkapita riil (X_6), dan tingkat pengangguran terbuka (X_7). Data penelitian disertai koordinat lokasi pengamatan (lintang dan bujur) dari 56 kabupaten/kota di Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Utara, Kalimantan Tengah, Kalimantan Barat, dan Kalimantan Selatan tahun 2017.

2. Model Regresi Logistik Biner

Subbab ini membahas model regresi logistik biner yang meliputi penaksiran parameter, pengujian parameter secara serentak, pengujian parameter secara parsial dan pengujian heterogenitas spasial.

a. Penaksiran Parameter Model Regresi Logistik Biner

Penaksiran parameter model regresi logistik biner menggunakan metode MLE yang diselesaikan dengan metode iteratif Newton-Raphson. Berdasarkan persamaan (1) maka model regresi logistik biner yang terbentuk yaitu

$$\hat{\pi} = \frac{\exp\begin{pmatrix} -31,927 - 0,143X_1 + 0,314X_2 + \\ 0,009X_3 + 0,015X_4 + 0,020X_5 + \\ 0,040X_6 + 0,623X_7 \end{pmatrix}}{1+\exp\begin{pmatrix} -31,927 - 0,143X_1 + 0,314X_2 + \\ 0,009X_3 + 0,015X_4 + 0,020X_5 + \\ 0,040X_6 + 0,623X_7 \end{pmatrix}}. \qquad (37)$$

Nilai GCV dan koefisien determinasi (R^2_{MF}) model regresi logistik biner pada persamaan (41) masing-masing sebesar 0,220 dan 0,653.

b. Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Biner Secara Serentak

Hipotesis pada pengujian parameter secara serentak adalah

$\text{H}_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = \beta_7 = 0$

$\text{H}_1 :$ Paling sedikit ada satu $\beta_k \neq 0,\ k = 1,2,...,7$

Hasil perhitungan uji parameter model regresi logistik biner secara serentak disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Statistik Uji Parameter Model Regresi Logistik Biner Secara Serentak

G	$\chi^2_{0,05(7)}$	*p-value*	Keputusan
48,390	14,067	0,000	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 1 disimpulkan bahwa persentase penduduk miskin, angka partisipasi sekolah (SMA), jumlah tenaga kesehatan, jumlah sarana kesehatan, persentase pertumbuhan ekonomi, pendapatan perkapita riil, dan TPT secara bersama-sama berpengaruh terhadap probabilitas status kesejahteraan masyarakat kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tinggi. Hal tersebut ditunjukkan pada $G = 48,390 > \chi^2_{0,05(7)} = 14,067$ dan $p\text{-}value = 0,000 < \alpha = 0,05.$

c. Pengujian Parameter Model Regresi Logistik Biner Secara Parsial

Hipotesis uji secara parsial untuk parameter β_k dengan nilai k tertentu $(k = 0,1,...,7)$ adalah

$\text{H}_0 : \beta_k = 0$

$\text{H}_1 : \beta_k \neq 0,\ k = 0,1,2,3,4,5,6,7$

Hasil perhitungan uji parameter model regresi logistik biner secara parsial disajikan pada Tabel 2. Berdasarkan Tabel 2 disimpulkan bahwa parameter yang berpengaruh signifikan adalah β_0, β_2 dan β_3, hal ini menyebabkan konstanta signifikan, variabel angka partisipasi sekolah (SMA) dan jumlah tenaga kesehatan masing-masing secara individual berpengaruh terhadap probabilitas status kesejahteraan masyarakat tinggi. Hal ini ditunjukan dari nilai statistik uji kedua variabel tersebut lebih dari 3,841 dan *p-value* kedua variabel tersebut lebih kecil dari 0,05.

Tabel 2. Nilai Statistik Uji Parameter Model Regresi Logistik Biner Secara Parsial

Parameter	W^2	*p-value*	Keputusan
β_0	7,291	0,007	H_0 ditolak
β_1	0,222	0,638	H_0 gagal ditolak
β_2	5,880	0,015	H_0 ditolak
β_3	4,146	0,042	H_0 ditolak
β_4	0,990	0,320	H_0 gagal ditolak
β_5	0,001	0,971	H_0 gagal ditolak
β_6	2,481	0,115	H_0 gagal ditolak
β_7	3,173	0,075	H_0 gagal ditolak

d. Pengujian Heterogenitas Spasial

Pengujian heterogenitas spasial bertujuan untuk mengetahui apakah data variabel respon adalah data spasial. Pengujian heterogenitas spasial menggunakan uji Glejser dengan hipotesis

$\text{H}_0 :\ \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_n^2 = \sigma^2$

(tidak terdapat heterogenitas spasial)

$\text{H}_1 :$ Minimal ada satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2;\ i = 1,2,...,n$

(terdapat heterogenitas spasial)

Hasil perhitungan pengujian heterogenitas spasial disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai Statistik Uji Heterogenitas Spasial

F_h	$F_{(0,05;7;48)}$	*p-value*	Keputusan
3,717	2,207	0,003	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh bahwa nilai $F = 3,717 > F_{(0,05;7;48)} = 2,207$ dan $p\text{-}value = 0,003$ $< \alpha = 0,05$, sehingga disimpulkan terjadi heterogenitas spasial atau data respon adalah data spasial.

3. Model *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR)

Langkah pertama dalam melakukan analisis model GWLR adalah menghitung jarak *Euclidean* pada persamaan (18). Langkah selanjutnya adalah menghitung pembobot spasial menggunakan fungsi *Adaptive Gaussian* pada persamaan (17), di mana *bandwidth* optimum menggunakan kriteria GCV pada persamaan (19). Subbab ini membahas model GWLR yang meliputi penaksiran parameter, pengujian kesesuaian model, pengujian parameter secara serentak dan pengujian parameter secara parsial.

a. Penaksiran Parameter Model GWLR

Penaksiran parameter model GWLR menggunakan metode MLE yang diselesaikan dengan metode iteratif Newton-Raphson. Berdasarkan persamaan (21) maka model GWLR untuk setiap lokasi yaitu

$$\hat{\pi}(u_1,v_1)=\frac{\exp\begin{pmatrix}-38,236+0,133x_{1,1}+0,358x_{1,2}+\\0,008x_{1,3}+0,009x_{1,4}+0,563x_{1,5}+\\0,057x_{1,6}+0,273x_{1,7}\end{pmatrix}}{1+\exp\begin{pmatrix}-38,236+0,133x_{1,1}+0,358x_{1,2}+\\0,008x_{1,3}+0,009x_{1,4}+0,563x_{1,5}+\\0,057x_{1,6}+0,273x_{1,7}\end{pmatrix}},$$

$$\hat{\pi}(u_2,v_2)=\frac{\exp\begin{pmatrix}-32,172-0,083x_{2,1}+0,313x_{2,2}+\\0,008x_{2,3}+0,014x_{2,4}+0,115x_{2,5}+\\0,043x_{2,6}+0,519x_{2,7}\end{pmatrix}}{1+\exp\begin{pmatrix}-32,172-0,083x_{2,1}+0,313x_{2,2}+\\0,008x_{2,3}+0,014x_{2,4}+0,115x_{2,5}+\\0,043x_{2,6}+0,519x_{2,7}\end{pmatrix}}, \quad (38)$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\hat{\pi}(u_{56},v_{56})=\frac{\exp\begin{pmatrix}-33,724-0,109x_{56,1}+0,325x_{56,2}+\\0,008x_{56,3}+0,012x_{56,4}+0,263x_{56,5}+\\0,048x_{56,6}+0,555x_{56,7}\end{pmatrix}}{1+\exp\begin{pmatrix}-33,724-0,109x_{56,1}+0,325x_{56,2}+\\0,008x_{56,3}+0,012x_{56,4}+0,263x_{56,5}+\\0,048x_{56,6}+0,555x_{56,7}\end{pmatrix}}.$$

Nilai GCV dan koefisien determinasi (R^2_{MF}) model GWLR pada persamaan (38) masing-masing sebesar 0,006 dan 0,757. Berdasarkan ukuran kebaikan model, model GWLR lebih baik dari pada model regresi logistik biner (global) karena model GWLR memiliki nilai GCV yang lebih kecil, serta memiliki nilai R^2_{MF} yang lebih besar dari pada model regresi logistik biner (global).

b. Pengujian Kesesuaian Model GWLR

Pengujian kesesuaian model bertujuan untuk mengevaluasi apakah model GWLR berbeda dari model regresi logistik biner (global). Hipotesis pengujian kesesuaian model adalah

$H_0 : \beta_k(u_1,v_1)=\beta_k(u_1,v_1)=...=\beta_k(u_{56},v_{56})=\beta_k$,
dengan $k=1,2,...,7,\ i=1,2,...,56$
(Model regresi logistik biner global dan model GWLR identik)

H_1 : Minimal ada satu $\beta_k(u_i,v_i)\neq\beta_k$, dengan $k=1,2,...,7,\ i=1,2,...,56$
(Model regresi logistik biner global dan model GWLR tidak identik)

Statistik uji untuk pengujian kesesuaian model GWLR diberikan oleh persamaan (30). Hasil perhitungan pengujian kesesuaian model GWLR disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Nilai Statistik Uji Kesesuaian Model GWLR

F_{hitung}	$F_{(0,05;7;392)}$	*p-value*	Keputusan
65,363	2,033	0,000	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 4 diperoleh bahwa nilai $F_{hitung}=65,363>F_{(0,05;7;392)}=2,033$ dan $p\text{-}value=0,000<\alpha=0,05$, sehingga disimpulkan bahwa model regresi logistik biner global berbeda dengan model GWLR.

c. Pengujian Parameter Model GWLR Secara Serentak

Hipotesis pada pengujian parameter secara serentak adalah

$H_0 : \beta_1(u_i,v_i)=\beta_2(u_i,v_i)=...=\beta_7(u_i,v_i)=0,$
dengan $i=1,2,...,56$

H_1 : Minimal terdapat satu $\beta_k(u_i,v_i)\neq 0,$
dengan $i=1,2,...,56,\ k=1,2,3,4,5,6,7$

Hasil perhitungan pengujian parameter model GWLR secara serentak disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai Statistik Uji Parameter Model GWLR Secara Serentak

G_2	$\chi^2_{(0,05;11,511)}$	*p-value*	Keputusan
54,847	19,675	0,000	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 5 disimpulkan bahwa persentase penduduk miskin, angka partisipasi sekolah (SMA), jumlah tenaga kesehatan, jumlah sarana kesehatan, persentase pertumbuhan ekonomi, pendapatan perkapita riil, dan TPT secara bersama-sama berpengaruh terhadap probabilitas status kesejahteraan masyarakat kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tinggi. Hal tersebut ditunjukkan pada nilai $G_2=54,847>\chi^2_{(0,05;11,511)}=19,675$ dan $p\text{-}value=0,000<\alpha=0,05$.

d. Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial

Hipotesis uji parameter model secara parsial untuk parameter $\beta_k(u_i,v_i)$ dengan nilai k dan i tertentu k=0,1,2,3,4,5,6,7 dan i=1,2,…,56 adalah

$H_0 : \beta_k(u_i,v_i)=0$

$H_1 : \beta_k(u_i,v_i)\neq 0,\ k=1,2,...,7$ dan $i=1,2,...,56$

Kriteria penolakan H_0 adalah menolak H_0 pada taraf signifikansi $\alpha=0,1$ jika $p\text{-}value<\alpha$. Hasil perhitungan *p-value* pengujian parameter model GWLR secara parsial pada seluruh kabupaten/kota ditunjukkan pada Tabel 6.

Berdasarkan Tabel 6, variabel-variabel prediktor yang berpengaruh secara individual terhadap probabilitas status kesejahteraan masyarakat Kabupaten Paser (lokasi 1) tinggi adalah angka partisipasi sekolah (SMA) (X_2) dan pendapatan perkapita riil (X_6). Variabel-variabel prediktor yang berpengaruh secara individual terhadap probabilitas status kesejahteraan masyarakat Kabupaten Kutai Barat (lokasi 2) tinggi adalah angka partisipasi sekolah (SMA) (X_2) dan jumlah tenaga kesehatan (X_3), dan seterusnya. Hal ini ditunjukkan dari nilai *p-value* variabel-variabel tersebut yang lebih kecil dari 0,1.

Tabel 6. Nilai *P-Value* Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial

Lokasi	*p-value*			
	X_0	X_1	X_2	X_3
1	0,025*	0,778	0,035*	0,117
2	0,011*	0,802	0,021*	0,071*
:	:	:	:	:
56	0,010*	0,745	0,019*	0,077*

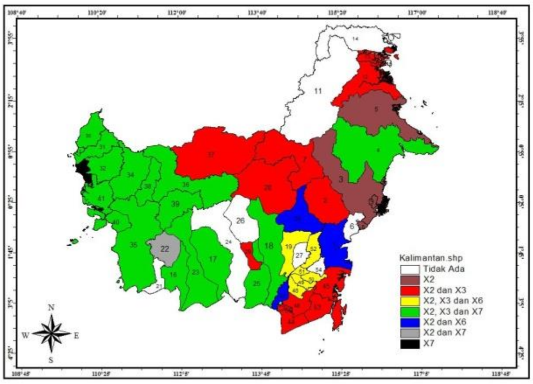
Tabel 6. Nilai *P-Value* Pengujian Parameter Model GWLR Secara Parsial (lanjutan)

Lokasi	*p-value*			
	X_4	X_5	X_6	X_7
1	0,649	0,463	0,094*	0,538
2	0,391	0,847	0,112	0,176
:	:	:	:	:
56	0,464	0,673	0,101	0,131

Ket: signifikan pada α=0,1

Berdasarkan hasil pengujian parameter model GWLR secara parsial, disimpulkan bahwa terdapat 4 variabel yang berpengaruh terhadap probabilitas status kesejahteraan masyarakat kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tinggi yaitu angka partisipasi sekolah (SMA), jumlah tenaga kesehatan, pendapatan perkapita riil dan tingkat pengangguran terbuka.

Model GWLR dapat dikelompokkan menjadi 8 menurut variabel-variabel prediktor yang mempengaruhi probabilitas status kesejahteraan masyarakat tinggi, yaitu disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Pengelompokan Model GWLR Berdasarkan Kabupaten/Kota

Berdasarkan pengelompokan model GWLR, kelompok pertama menyatakan bahwa tidak ada variabel-variabel prediktor yang mempengaruhi probabilitas status kesejahteraan masyarakat tinggi pada kabupaten/kota tersebut sehingga pemodelan yang sesuai adalah model regresi logistik biner global, sedangkan kelompok ke-2 sampai dengan ke-8 menyatakan bahwa pemodelan yang sesuai adalah GWLR karena variabel-variabel prediktor yang berpengaruh terhadap probabilitas status kesejahteraan masyarakat tinggi pada kabupaten/kota tersebut berbeda-beda.

e. Interpretasi Parameter Model GWLR

Sub bab ini membahas interpretasi model GWLR yang dibatasi dua model GWLR di Pulau Kalimantan, yakni Kota Samarinda Provinsi Kalimantan Timur, dan Kabupaten Tabalong Provinsi Kalimantan Selatan.

Model GWLR Kota Samarinda berdasarkan hasil penaksiran parameter adalah

$$\hat{\pi}(u_9,v_9)=\frac{\exp\begin{pmatrix}-36,134+0,143x_{9,1}+0,346x_{9,2}+\\0,008x_{9,3}+0,015x_{9,4}+0,309x_{9,5}+\\0,049x_{9,6}+0,242x_{9,7}\end{pmatrix}}{1+\exp\begin{pmatrix}-36,134+0,143x_{9,1}+0,346x_{9,2}+\\0,008x_{9,3}+0,015x_{9,4}+0,309x_{9,5}+\\0,049x_{9,6}+0,242x_{9,7}\end{pmatrix}}, \quad (39)$$

dengan $\hat{\pi}(u_9,v_9)$ adalah taksiran probabilitas status kesejahteraan masyarakat Kota Samarinda tinggi. Berdasarkan hasil pengujian secara parsial, variabel yang berpengaruh signifikan terhadap probabilitas status kesejahteraan masyarakat Kota Samarinda tinggi adalah angka partisipasi sekolah (SMA) (X_2). Berdasarkan model pada persamaan (43), nilai rasio *odds* untuk variabel angka partisipasi sekolah (SMA) (X_2) adalah $\exp(0,346)=1,413$, berarti setiap penambahan satu persen angka partisipasi sekolah (SMA) dan dianggap nilai variabel yang lainnya tetap akan meningkatkan probabilitas status kesejahteraan masyarakat Kota Samarinda tinggi menjadi 1,413 kali.

Model GWLR Kabupaten Tabalong berdasarkan hasil penaksiran parameter adalah

$$\hat{\pi}(u_{52},v_{52})=\frac{\exp\begin{pmatrix}-34,563-0,050x_{52,1}+0,330x_{52,2}+\\0,008x_{52,3}+0,011x_{52,4}+0,358x_{52,5}+\\0,051x_{52,6}+0,471x_{52,7}\end{pmatrix}}{1+\exp\begin{pmatrix}-34,563-0,050x_{52,1}+0,330x_{52,2}+\\0,008x_{52,3}+0,011x_{52,4}+0,358x_{52,5}+\\0,051x_{52,6}+0,471x_{52,7}\end{pmatrix}}, \quad (40)$$

dengan $\hat{\pi}(u_{52},v_{52})$ adalah taksiran probabilitas status kesejahteraan masyarakat Kabupaten Tabalong tinggi. Berdasarkan hasil pengujian secara parsial, variabel yang berpengaruh signifikan terhadap probabilitas status kesejahteraan masyarakat Kabupaten Tabalong tinggi adalah angka partisipasi sekolah (SMA) (X_2), jumlah tenaga kesehatan (X_3) dan pendapatan perkapita riil (X_6). Berdasarkan model pada persamaan (44), nilai rasio *odds* untuk variabel angka partisipasi sekolah (SMA) (X_2) adalah $\exp(0,330)=1,391$, berarti setiap penambahan satu persen angka partisipasi sekolah (SMA) dan dianggap nilai variabel yang lainnya tetap akan meningkatkan probabilitas status kesejahteraan masyarakat Kabupaten Tabalong tinggi menjadi 1,391 kali. Nilai rasio *odds* untuk variabel jumlah tenaga kesehatan (X_3) adalah $\exp(0,008)=1,008$, berarti setiap penambahan satu orang tenaga kesehatan dan dianggap nilai variabel yang lainnya tetap akan meningkatkan probabilitas status kesejahteraan masyarakat Kabupaten Tabalong tinggi menjadi 1,008 kali. Nilai rasio *odds* untuk variabel pendapatan perkapita riil (X_6) adalah $\exp(0,051)=1,052$, berarti setiap penambahan satu juta pendapatan perkapita riil dan dianggap nilai variabel yang lainnya tetap akan meningkatkan probabilitas status kesejahteraan masyarakat Kabupaten Tabalong tinggi menjadi 1,052 kali.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, maka didapatkan kesimpulan sebagai berikut:

1. Model GWLR Kota Samarinda Provinsi Kalimantan Timur, Kabupaten Bulungan Provinsi Kalimantan Utara, Kabupaten Barito Utara Provinsi Kalimantan Tengah, Kabupaten Kapuas Hulu Provinsi Kalimantan Barat, dan Kabupaten Tabalong Provinsi Kalimantan Selatan berturut-turut adalah

$$\hat{\pi}(u_9,v_9)=\frac{\exp\begin{pmatrix}-36,134+0,143x_{9,1}+0,346x_{9,2}+\\0,008x_{9,3}+0,015x_{9,4}+0,309x_{9,5}+\\0,049x_{9,6}+0,242x_{9,7}\end{pmatrix}}{1+\exp\begin{pmatrix}-36,134+0,143x_{9,1}+0,346x_{9,2}+\\0,008x_{9,3}+0,015x_{9,4}+0,309x_{9,5}+\\0,049x_{9,6}+0,242x_{9,7}\end{pmatrix}},$$

$$\hat{\pi}(u_{12},v_{12})=\frac{\exp\begin{pmatrix}-31,180-0,081x_{12,1}+0,309x_{12,2}+\\0,009x_{12,3}+0,016x_{12,4}-0,065x_{12,5}+\\0,038x_{12,6}+0,546x_{12,7}\end{pmatrix}}{1+\exp\begin{pmatrix}-31,180-0,081x_{12,1}+0,309x_{12,2}+\\0,009x_{12,3}+0,016x_{12,4}-0,065x_{12,5}+\\0,038x_{12,6}+0,546x_{12,7}\end{pmatrix}},$$

$$\hat{\pi}(u_{20},v_{20})=\frac{\exp\begin{pmatrix}-36,799+0,058x_{20,1}+0,342x_{20,2}+\\0,008x_{20,3}+0,007x_{20,4}+0,563x_{20,5}+\\0,059x_{20,6}+0,334x_{20,7}\end{pmatrix}}{1+\exp\begin{pmatrix}-36,799+0,058x_{20,1}+0,342x_{20,2}+\\0,008x_{20,3}+0,007x_{20,4}+0,563x_{20,5}+\\0,059x_{20,6}+0,334x_{20,7}\end{pmatrix}},$$

$$\hat{\pi}(u_{37},v_{37})=\frac{\exp\begin{pmatrix}-31,593-0,183x_{37,1}+0,306x_{37,2}+\\0,009x_{37,3}+0,012x_{37,4}+0,102x_{37,5}+\\0,046x_{37,6}+0,635x_{37,7}\end{pmatrix}}{1+\exp\begin{pmatrix}-31,593-0,183x_{37,1}+0,306x_{37,2}+\\0,009x_{37,3}+0,012x_{37,4}+0,102x_{37,5}+\\0,046x_{37,6}+0,635x_{37,7}\end{pmatrix}},$$

dan

$$\hat{\pi}(u_{52},v_{52})=\frac{\exp\begin{pmatrix}-34,563-0,050x_{52,1}+0,330x_{52,2}+\\0,008x_{52,3}+0,011x_{52,4}+0,358x_{52,5}+\\0,051x_{52,6}+0,471x_{52,7}\end{pmatrix}}{1+\exp\begin{pmatrix}-34,563-0,050x_{52,1}+0,330x_{52,2}+\\0,008x_{52,3}+0,011x_{52,4}+0,358x_{52,5}+\\0,051x_{52,6}+0,471x_{52,7}\end{pmatrix}}.$$

2. Faktor-faktor yang mempengaruhi probabilitas status kesejahteraan masyarakat kabupaten/kota di Pulau Kalimantan tinggi berdasarkan model GWLR yaitu angka partisipasi sekolah (SMA), jumlah tenaga kesehatan, pendapatan perkapita riil dan tingkat pengangguran terbuka.

Daftar Pustaka

Agresti, A. (2002). *Categorical Data Analysis, Second Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

__________. (2007). *An Introduction to Categorical Data Analysis 2nd edition*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Anselin, L., & A, Getis. (1992). Spatial Statistical Analysis & Geographic Information Systems. *Journal The Annals of Regional Science*. 26(1), 19-33.

Atkinson, P.M., German, S.E., Sear, D.A., & Clark, M.J. (2003). Exploring the Relations Between Riverbank Erosion & Geomorphological Controls Using Geographically Weighted Logistic Regression. *Geographically Analysis*. 35(1), 58-82.

Badan Pusat Statistik. (2017). *Indeks Pembangunan Manusia 2017*. Jakarta: CV Nario Sari.

Fathurahman, M., Purhadi., Sutikno., & Ratnasari, V. (2016). Pemodelan *Geographically Weighted Logistic Regression* pada Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat di Provinsi Papua. *Prosiding Seminar Nasional MIPA 2016:* 34-42. Jatinagor, 27-28 Oktober 2016: Universitas Padjajaran.

Fotheringham, A.S., Brunsdon, C., & Charlton, M.E. (2002). *Geographically Weighted Regression: The Analysis of Spatial Varying Relationships*. England : John Wiley & Sons.

Harlan, J. *Analisis Regresi Logistik*. (2018). Depok: Gunadarma.

Nelder, J.A., & Wedderburn, R.W.M., (1972). Generalized linear models, *Journal of the Royal Statistical Society*. A135, 370-384.

Purhadi, & Lailiyah, N. (2012). Pemodelan Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Tingkat Buta Huruf Kabupaten/Kota di Jawa Timur dengan *Geographically Weighted Ordinal Regression*. *Jurnal Sains & Seni*. 1(1), D213-D128.

Suyitno, Purhadi, Sutikno, & Irhamah. (2016). Parameter Estimation of Geographically Weighted Trivariate Weibull Regression Model. *Applied Mathematical Sciences*. 10(18), 861-878.

United Nations Development Programme. (2018). *Human Development Indices & Indicators 2018 Statistical Update*. USA: Communications Development Incorporated.