Penaksiran Parameter Model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) Data Indeks Pembangunan Manusia di Kalimantan Tahun 2016

Parameter Estimation of Mixed Geographically Weighted Regression Model (MGWR) *of Borneos Human Development Index Data 2016*

Mita Asti Wulandari[1], Suyitno[2], dan Wasono[3]
[1,2]Laboratorium Statistika Terapan FMIPA Universitas Mulawarman
[3]Laboratorium Matematika Komputasi FMIPA Universitas Mulawarman
E-mail: mitaastiwulandari@gmail.com

Abstract

Mixed Geographical Regression (MGWR) model is a combination of global linear regression model and GWR model. Some MGWR parameters are global (the same value) and the other parameters are local (different values) at each observation location. The purpose of this study is to obtain MGWR model for every District's HDI and to obtain the factors that significantly influence District HDI in East Kalimantan, Central Kalimantan and South Kalimantan Provinces. Estimating parameters for global parameters use Ordinary Least Square (OLS) method. Estimating parameters for local parameters use Weighted Least Square (WLS) method, where weighting spatial is determined by using gaussian adaptive function. Based on the result of MGWR parameters testing, it was concluded that the school enrollment rates (SMP) affected the HDI of all districs in East Kalimantan, Central Kalimantan and South Kalimantan provinces. The population density and the percentage of poor people influence locally to HDI.

Keywords: GCV, HDI, MGWR, OLS, WLS.

Pendahuluan

Analisis regresi merupakan salah satu analisis yang populer dan luas penggunaannya. Analisis regresi digunakan untuk mengetahui hubungan satu variabel yang diteliti dengan variabel lain yang mempengaruhinya, sehingga dapat diketahui faktor-faktor yang mempengaruhi variabel yang diteliti. Model regresi linier berganda sering disebut dengan model regresi global (klasik). (Widarjono, 2007). Sebagai pengembangan model regresi klasik adalah pemodelan regresi pada data spasial. Data spasial adalah data yang memuat nilai atribut dan informasi lokasi georafis dimana pengamatan di suatu lokasi bergantung pada pengamatan di lokasi lain yang berdekatan (*neighboring*). Data spasial cenderung memiliki autukorelasi dan heterogenitas pada data sehingga tidak dapat menggunakan analisis regresi klasik karena tidak memenuhi asumsi dari regresi klasik. Penerapan model regresi global pada data spasial akan menghasilkan model yang tidak valid. Salah satu model regresi yang dapat digunakan pada data spasial adalah model GWR.

Model GWR adalah pengembangan model regresi di mana penaksiran parameter dilakukan pada setiap lokasi pengamatan dan menggunakan pembobot spasial. Salah satu metode penaksiran parameter model GWR yaitu, *Weighted Least Square* (WLS). Pengujian parameter model GWR terdiri dari pengujian kesesuaian model GWR dan model global, pengujian parameter secara simultan dan parsial. Berdasarkan hasil pengujian parameter model GWR terhadap variabel GWR dimungkinan sebagian nilai penaksir parameter bernilai sama (bersifat global) dan sebagian lagi nilai penaksir parameter berbeda-beda (bersifat lokal) untuk setiap lokasi pengamatan, sehingga perlu dikembangkan model baru yaitu, model MGWR.

Model MGWR adalah suatu metode permodelan yang menggabungkan model regresi global dengan model regresi terboboti Penaksiran model MGWR terdiri dari penaksiran parameter yang bersifat global menggunakan metode OLS dan parameter yang bersifat lokal menggunakan metode WLS (Fotheringham, dkk. 2002). Model MGWR pada penelitian ini akan diterapkan pada data Indeks Pembangunan Manusia (IPM). IPM merupakan merupakan indikator penting untuk mengukur keberhasilan dalam upaya membangun kualitas hidup manusia (masyarakat/penduduk) (BPS, 2013). Nilai IPM untuk setiap daerah berbeda-beda tergantung pada karakteristik daerah masing-masing sehingga data IPM diduga merupakan data spasial. Pada penelitian ini, peneliti mengolah data IPM dari Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Tengah dan Kalimantan Selatan.

Penelitian ini dibatasi pada fungsi pembobot *gaussian* adaptif dan kriteria penentuan *bandwidth* optimum menggunakan kriteria *Generalized Cross-Validation* (GCV). Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan model MGWR data IPM tahun 2016 dan faktor-faktor yang berpengaruh di Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Tengah dan Kalimantan Selatan serta menginterpretasikan hasil yang diperoleh.

Model Regresi Linier Global

Regresi linier global adalah suatu metode yang berguna untuk menentukan pola hubungan satu variabel tak bebas yang dinyatakan dengan y terhadap satu atau lebih variabel bebas yang dinyatakan dengan x. Model regresi linier secara umum dinyatakan dengan

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i, \quad (1)$$

di mana, $i = 1, 2, \ldots, n$ dengan, asumsi $\varepsilon \sim IIDN(0, \sigma^2)$. Metode yang digunakan untuk menaksir parameter model regresi adalah metode OLS, dengan nilai taksiran sebagai berikut:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \,. \quad (2)$$

dengan,

$\mathbf{y} = [y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_n]^T$ dan

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}$$

(Widarjono, 2007)

Model *Geographically Weighted Regression* (GWR)

Model GWR adalah pengembangan model regresi di mana, prinsip model GWR adalah penaksiran yang dilakukan pada setiap lokasi pengamatan dengan menggunakan pembobot spasial. Model GWR dapat ditulis sebagai berikut

$$y_i = \beta_0(u_i, v_i) + \sum_{k=1}^{p} \beta_k(u_i, v_i) x_{ik} + \omega_i \,, \quad (3)$$

di mana, $i = 1, 2, \ldots, n$, dengan asumsi $\omega \sim IIDN(0, \sigma^2)$.

Salah satu metode penaksiran parameter model GWR adalah metode WLS yaitu metode OLS yang diberi pembobot spasial. Nilai taksiran untuk $\mathbf{y}$ pada lokasi pengamatan ke-*i* dengan koordinat (u_i, v_i) adalah

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i) = [\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{y} \quad (4)$$

Misalkan $\mathbf{x}_i^T = [1 \quad x_{i1} \quad x_{i2} \quad \cdots \quad x_{ip}]$ adalah elemen baris ke-*i* dari matriks **X**, nilai prediksi untuk $\mathbf{y}$ pada lokasi pengamatan ke-*i* dengan koordinat (u_i, v_i) adalah

$$\hat{y}_i = \mathbf{x}_i^T (\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_i, v_i) \mathbf{y} \,,$$

Sehingga untuk seluruh pengamatan dapat dituliskan sebagai berikut:

$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}_1 \quad \hat{y}_2 \quad \cdots \quad \hat{y}_n]^T = \mathbf{L}\mathbf{y}$ dan

$\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \quad \omega_2 \quad \cdots \quad \omega_n]^T = (\mathbf{I} - \mathbf{L})\mathbf{y}$,

dengan, $\mathbf{I}$ adalah matriks identitas berukuran $n \times n$ dan

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1^T [\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_1, v_1) \\ \mathbf{x}_2^T [\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_2, v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n^T [\mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}(u_n, v_n) \end{bmatrix} \quad (5)$$

(Caraka & Yasin, 2017)

Pada model GWR, pembobot spasial yang digunakan adalah fungsi pembobot adaptif *Gaussian* dinotasikan sebagai berikut

$$w_{ij} = \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{d_{ij}}{b_i} \right)^2 \right], \quad (6)$$

di mana,

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \,. \quad (7)$$

d_{ij} adalah jarak *euclidian* antara lokasi (u_i, v_i) dan lokasi (u_j, v_j) di mana b_i adalah *bandwidth* pada lokasi ke-*i*.

(Suyitno, dkk. 2016)

Ada beberapa metode yang digunakan untuk memilih *bandwidth* optimum. Salah satu diantaranya adalah metode *Generalised Cross-Validation Criterion* (GCV). GCV didefinisikan sebagai berikut

$$GCV = n \sum_{i}^{n} [y_i - \hat{y}_i(b)]^2 / (n - v_1)^2 \quad (8)$$

dengan $\hat{y}_i(b)$ merupakan nilai penaksiran dari y_i yang menggunakan *bandwidth* b_i dan $v_1 = tr(\mathbf{L})$ dengan $\mathbf{L}$ diberikan pada persamaan (5).

(Fotheringham, dkk. 2002)

Model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR)

Model *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) merupakan gabungan dari model regresi linier global dengan model GWR. Tahap awal sebelum melakukan penaksiran model MGWR adalah mengidentifikasi variabel bebas yang berpengaruh secara lokal dan global berdasarkan model GWR. Hipotesis untuk mengidentifikasi yaitu,

$\text{H}_0 : \beta_k(u_1, v_1) = \beta_k(u_2, v_2) = \cdots = \beta_k(u_n, v_n)$, $k = 0, 1, 2, \ldots, p.$ (parameter β_k bersifat global)

$\text{H}_1 :$ Paling tidak ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k(u_j, v_j)$; $i \neq j \,; i, j = 1, 2, \ldots, n$ (parameter β_k bersifat lokal)

Statistik ujinya adalah

$$F(\text{k}) = \frac{\delta_1}{\gamma_1} \times \frac{V_k^2}{\text{JKE(GWR)}} \quad (9)$$

dengan,

$$V_k^{\ 2} = \frac{1}{n}(\mathbf{K}_k\mathbf{y})^T\left[\mathbf{I}-\frac{1}{n}\mathbf{J}\right]\mathbf{K}_k\mathbf{y}\,, \qquad (10)$$

$$\gamma_s = tr\left(\frac{1}{n}\mathbf{K}_k^T\left[\mathbf{I}-\frac{1}{n}\mathbf{J}\right]\mathbf{K}_k\right)^s,\ s=1,2 \qquad (11)$$

$$\delta_s = tr([(\mathbf{I}-\mathbf{L})^T(\mathbf{I}-\mathbf{L})]^s)\ ,\ s=1,2. \qquad (12)$$

$$\mathbf{K}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_k^T(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_1,v_1)\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_1,v_1) \\ \mathbf{e}_k^T(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_2,v_2)\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_2,v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{e}_k^T(\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_n,v_n)\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{W}(u_n,v_n) \end{bmatrix},$$

di mana, $\mathbf{J}$ adalah matriks berukuran $n\times n$ yang semua elemennya adalah 1, $\mathbf{e}_k$ merupakan vektor kolom berukuran (p+1) yang bernilai satu untuk elemen ke-*k* dan bernilai 0 untuk elemen lainnya dan $\text{JKE(GWR)} = \boldsymbol{\omega}^T\boldsymbol{\omega} = \mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{L})^T(\mathbf{I}-\mathbf{L})\mathbf{y}$.

Kriteria penolakan hipotesis nol adalah H_0 ditolak pada taraf sig α jika $F(k) > F_{\left(\alpha;\frac{\gamma_1^2}{\gamma_2};\frac{\delta_1^2}{\delta_2}\right)}$ atau *p-value* $<\alpha$. γ_s dan δ_s masing-masing diberikan oleh persamaan (11) dan (12), di mana $\mathbf{L}$ diberikan pada persamaan (6).

(Leung, dkk. 2000)

Berdasarkan hasil identifikasi parameter model GWR, misalnya diperoleh *q* parameter bersifat lokal dan $(p+1)-q$ parameter bersifat global termasuk konstanta, maka model MGWR pada lokasi ke-*i* adalah

$$y_i = \sum_{k=1}^{q}\beta_k(u_i,v_i)x_{ik} + \beta_0 + \sum_{k=q+2}^{p}\beta_k x_{ik} + \lambda_i, \qquad (13)$$

dengan, $i=1,2,...,n$ di mana, asumsi $\lambda \sim IIDN(0,\sigma^2)$. Model MGWR pada persamaan (13) dapat dituliskan dalam notasi matriks, yaitu

$$\mathbf{X}_\ell = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1q} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2q} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nq} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta}_\ell(\mathrm{u}_i, v_i) = \begin{bmatrix} \beta_1(u_i,v_i) \\ \beta_2(u_i,v_i) \\ \vdots \\ \beta_q(u_i,v_i) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{X}_g = \begin{bmatrix} 1 & x_{1(q+2)} & \cdots & x_{1p} \\ 1 & x_{2(q+2)} & \cdots & x_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n(q+2)} & \cdots & x_{np} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\beta}_g = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_{q+2} \\ \vdots \\ \beta_{q+n} \end{bmatrix}$$

(Chang & Mei, 2005)

Penaksiran model MGWR terdiri dari 2 tahap. Penaksiran parameter lokal menggunakan metode WLS, yaitu

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_\ell(u_i,\mathrm{v}_i) = [\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}_\ell]^{-1}\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i,v_i)(\mathbf{y}-\mathbf{X}_g\boldsymbol{\beta}_g) \quad (14)$$

Diketahui $\mathbf{x}_{\ell i}^T = [1 \quad x_{il} \quad x_{i2} \quad \ldots \quad x_{iq}]$ adalah elemen baris ke-*i* dan dari matriks $\mathbf{X}_\ell$, maka nilai taksiran untuk $\tilde{y}$ pada (u_i,v_i) untuk seluruh pengamatan dapat dituliskan sebagai berikut

$$\hat{\tilde{\mathbf{y}}} = [\hat{\tilde{y}}_1 \quad \hat{\tilde{y}}_2 \quad \cdots \quad \hat{\tilde{y}}_n]^T = \mathbf{S}_l\tilde{\mathbf{y}}$$

dengan,

$$\mathbf{S}_\ell = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\ell 1}^T[\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_1,v_1)\mathbf{X}_\ell]^{-1}\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_1,v_1) \\ \mathbf{x}_{\ell 2}^T[\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_2,v_2)\mathbf{X}_\ell]^{-1}\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_2,v_2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{\ell \mathrm{n}}^T[\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_n,v_n)\mathbf{X}_\ell]^{-1}\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_n,v_n) \end{bmatrix} \qquad (15)$$

(Fotheringham, dkk. 2002)

Tahap kedua adalah menaksir parameter global. Penaksiran parameter global $\boldsymbol{\beta}_g$ ditentukan menggunakan metode OLS dan didapat

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\beta}}_g &= [\hat{\beta}_{q+1} \quad \hat{\beta}_{q+2} \quad \cdots \quad \hat{\beta}_p]^T \\ &= [\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)\mathbf{X}_g]^{-1}\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)\mathbf{y}\end{aligned} \qquad (16)$$

Taksiran nilai respon berdasarkan model MGWR adalah

$$\hat{\mathbf{y}} = [\hat{y}_1 \quad \hat{y}_2 \quad \cdots \quad \hat{y}_n]^T = \hat{\tilde{\mathbf{y}}} + \mathbf{X}_g\hat{\boldsymbol{\beta}}_g = \mathbf{S}\mathbf{y}$$

dengan,

$$\begin{aligned}\mathbf{S} = \mathbf{S}_\ell + (\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)\mathbf{X}_g[\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)\mathbf{X}_g]^{-1} \\ \mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_l)\end{aligned} \qquad (17)$$

(Chang & Mei, 2005)

Pengujian hipotesis parameter model MGWR terdiri dari pengujian kesesuaian antara model MGWR dan model regresi klasik (model global), pengujian hipotesis parameter secara serentak dan secara parsial. Pengujian hipotesis kesesuaian model MGWR dan model global adalah

H_0 : Paling sedikit ada satu $\beta_k(u_i,v_i) \neq \beta_k(u_j,v_j)$ $i \neq j, i=1,2,\ldots,n$; $k=q+1,\ldots,p$ (Model MGWR sama dengan model GWR)

H_1 : $\beta_k(u_1,v_1) = \beta_k(u_2,v_2) = \ldots = \beta_k(u_{30},v_{30})$; $k=q+1,\ldots,p$ (Model MGWR berbeda dengan model GWR)

Statistik ujinya adalah

$$F_1 = \frac{\left(\dfrac{\mathbf{y}^T[(\mathbf{I}-\mathbf{H})-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]\mathbf{y}}{z_1}\right)}{\left(\dfrac{\mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\mathbf{y}}{h_1}\right)} \qquad (18)$$

dengan $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T$ dan $\mathbf{S}$ diberikan oleh persamaan (17). Kriteria penolakan adalah H_0

ditolak jika $F_1 > F_{\left(\alpha;\frac{z_1^2}{z_2};\frac{h_1^2}{h_2}\right)}$ atau *p-value* $< \alpha$

dengan,

$$z_s = tr([(\mathbf{I}-\mathbf{H})-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]^s),\ s=1,2$$
$$h_s = tr([(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]^s),\ s=1,2. \quad (19)$$

Pengujian hipotesis parameter model MGWR yang kedua adalah pengujian parameter secara serentak. Pengujian parameter secara serentak yang pertama adalah pada parameter global. Hipotesisnya adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_{q+1} = \beta_{q+2} = \ldots = \beta_p = 0$

H_1 : Paling tidak ada satu $\beta_k \neq 0$; $k = q+1, q+2, \ldots, p$

Statistik ujinya adalah

$$F_2 = \frac{\left(\dfrac{\mathbf{y}^T[(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]\mathbf{y}}{r_1}\right)}{\left(\dfrac{\mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\mathbf{y}}{h_1}\right)} \quad (20)$$

dengan, $\mathbf{S}_\ell$ dan $\mathbf{S}$ masing-masing diberikan oleh persamaan (15) dan (17), h_s diberikan oleh persamaan (19) dan $r_s = tr([(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]^s),\ s=1,2$

Kriteria penolakan adalah H_0 ditolak jika $F_2 > F_{\left(\alpha;\frac{r_1^2}{r_2};\frac{h_1^2}{h_2}\right)}$ atau *p-value* $< \alpha$.

Pengujian parameter secara serentak kedua adalah pengujian pada parameter lokal. Hipotesisnya adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_1(u_i,v_i) = \beta_2(u_i,v_i) = \cdots = \beta_q(u_i,v_i) = 0$

H_1 : Paling tidak ada satu $\beta_k(u_i,v_i) \neq 0$; $k = 1,2,\ldots,q$

Statistik ujinya adalah

$$F_3 = \frac{\dfrac{\mathbf{y}^T[(\mathbf{I}-\mathbf{S}_g)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_g)-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]\mathbf{y}}{t_1}}{\dfrac{\mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\mathbf{y}}{h_1}} \quad (21)$$

dengan, $\mathbf{S}_g = \mathbf{X}_g(\mathbf{X}_g^T\mathbf{X}_g)^{-1}\mathbf{X}_g^T$, h_s diberikan oleh persamaan (19) dan $t_s = tr([(\mathbf{I}-\mathbf{S}_g)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_g)-(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]^S),\ s=1,2$

Kriteria penolakan adalah H_0 ditolak jika $F_3 > F_{\left(\alpha;\frac{t_1^2}{t_2};\frac{h_1^2}{h_2}\right)}$ atau *p-value* $< \alpha$.

Pengujian parameter model MGWR yang ketiga adalah pengujian parameter secara parsial dilakukan terhadap parameter global dan lokal. Pengujian parameter secara parsial yang pertama pada parameter global. Hipotesisnya adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_k = 0$

$\mathrm{H}_1 : \beta_k \neq 0$; $k = 0, q+1, q+2, \ldots, p$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$t_{g\_hit} = \frac{\hat{\beta}_k}{\hat{\sigma}_{MGWR}\sqrt{g_{kk}}} \quad (22)$$

dengan, g_{kk} adalah elemen diagonal ke-$q+k+1$ dari matrik $\mathbf{GG}^T$, di mana, $\mathbf{G} = [\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)\mathbf{X}_g]^{-1}\mathbf{X}_g^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)^T(\mathbf{I}-\mathbf{S}_\ell)$ dan $\hat{\sigma}^2_{MGWR} = \dfrac{\mathbf{y}^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})\mathbf{y}}{tr[(\mathbf{I}-\mathbf{S})^T(\mathbf{I}-\mathbf{S})]}$. Kriteria penolakan adalah H_0 ditolak jika $\left|t_{g\_hit}\right| \geq t_{\left(\frac{\alpha}{2};\frac{h_1^2}{h_2}\right)}$ atau *p-value* $< \alpha$ dengan h_s diberikan oleh persamaan (19).

Pengujian parameter secara parsial yang kedua adalah pengujian pada parameter lokal. Hipotesisnya adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_k(u_i,v_i) = 0$

$\mathrm{H}_1 : \beta_k(u_i,v_i) \neq 0$; $k = 1,2,\ldots,q$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$t_{\ell\_hit} = \frac{\hat{\beta}_k(u_i,v_i)}{\hat{\sigma}_{MGWR}\sqrt{m_{kk}}}, \quad (23)$$

dengan, m_{kk} adalah elemen diagonal ke-k dari matrik $\mathbf{M}_i\mathbf{M}_i^T$, di mana, $\mathbf{M}_i = [\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i,v_i)\mathbf{X}_\ell]^{-1}\mathbf{X}_\ell^T\mathbf{W}(u_i,v_i)(\mathbf{I}-\mathbf{X}_g\mathbf{G})$.

Kriteria penolakan adalah H_0 ditolak jika $\left|t_{\ell\_hit}\right| \geq t_{\left(\frac{\alpha}{2};\frac{h_1^2}{h_2}\right)}$ atau *p-value* $< \alpha$, dengan h_s diberikan oleh persamaan (19).

Indeks Pembangunan Manusia

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) atau *Human Development Index (HDI)* merupakan suatu indeks komposit yang mencakup tiga bidang pembangunan manusia yang dianggap mendasar, yaitu usia hidup *(longetivity)*, pengetahuan *(knowledge)*, dan standar hidup layak *(decent living)* (BPS, 2013). IPM merupakan indeks komposit yang dihitung sebagai rata-rata dari tiga indeks yang menggambarkan kemampuan dasar manusia dalam memperluas pilihan-pilihan. Komponen-komponen IPM menurut (UNDP) terdiri dari, Angka Harapan Hidup, Angka Melek Huruf, Rata-rata Lama Sekolah dan Daya Beli.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

1. Regresi Linier Global

Model regresi linier global meliputi penaksiran parameter, pengujian parameter secara serentak dan pengujian parameter secara parsial.

a. Penaksiran Parameter Model Regresi Linier Global

Penaksiran parameter model regresi linier global menggunakan metode OLS berdasarkan persamaan (1) diperoleh model regresi linier global, yaitu

$$\hat{y} = 34,115 + 0,413x_1 - 0,013x_2 + 0,004x_3 + 0,001x_4 - 0,902x_5 + 0,353x_6$$

y menyatakan IPM, x_1 menyatakan angka partisipasi sekolah (SMP), x_2 menyatakan persentase penduduk yang tamat SMP, x_3 menyatakan jumlah sarana kesehatan, x_4 menyatakan kepadatan penduduk, x_5 menyatakan persentase penduduk miskin, x_6 menyatakan tingkat pengangguran terbuka. Nilai GCV model regresi global sebesar 14,8397.

b. Pengujian Parameter Secara Serentak Model Regresi Linier Global

Hipotesis pengujian parameter secara serentak adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_6 = 0$

H_1 : Paling sedikit ada satu $\beta_k \neq 0$; $k = 1,2,3,4,5,6$

Hasil perhitungan uji parameter secara serentak model regresi linier global dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Statistik Uji Parameter Secara Serentak Model Regresi Linier

F_{hitung}	*P-Value*	Keputusan Uji
5,008	0,0021	H_0 ditolak

Berdasarkan tabel 1, didapatkan nilai $F_{hitung} = 5,008 > 2,53$ dan $p\text{-}value = 0,0021 < \alpha = 0,05$, maka diputuskan H_0 ditolak dan disimpulkan bahwa angka partisipasi sekolah (SMP), persentase penduduk yang tamat SMP, jumlah sarana kesehatan, kepadatan penduduk, persentase penduduk miskin, tingkat pengangguran terbuka secara bersama-sama (simultan) memiliki pengaruh terhadap IPM.

c. Pengujian Parameter Secara Parsial Model Regresi Linier Global

hipotesis pengujian parameter secara parsial adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_k = 0$

$\mathrm{H}_1 : \beta_k \neq 0$, $k = 0,1,2,3,4,5,6$

Hasil perhitungan uji parameter secara serentak regresi linier global dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Statistik Uji Parameter Secara Parsial Model Regresi Linier

Variabel	$\lvert t_{hitung} \rvert$	*P-Value*	Keputusan Uji
Konstanta	2,130	0,0441	H_0 ditolak
x_1	2,430	0,0233	H_0 ditolak
x_2	0,048	0,9624	H_0 gagal ditolak
x_3	1,570	0,1300	H_0 gagal ditolak
x_4	1,761	0,0916	H_0 gagal ditolak
x_5	2,245	0,0347	H_0 ditolak
x_6	0,857	0,4004	H_0 gagal ditolak

Berdasarkan Tabel 2 disimpulkan bahwa angka partisipasi sekolah (SMP) dan persentase penduduk miskin masing-masing secara individual berpengaruh terhadap IPM. Hal ini ditunjukkan nilai mutlak statistik uji $\mathrm{t} \geq 2,0687$, sedangkan persentase penduduk yang tamat SMP, jumlah sarana kesehatan, kepadatan penduduk dan tingkat pengangguran terbuka tidak berpengaruh terhadap IPM. Hal ini ditunjukkan nilai mutlak statistik uji $\mathrm{t} < 2,0687$

d. Pengujian Heterogenitas Spasial

Hipotesis pengujian heterogenitas spasial menggunakan uji Glejser adalah

$\mathrm{H}_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_{30}^2 = \sigma^2$, (tidak terdapat heterogenitas spasial)

H_1 : Paling sedikit ada satu $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$, $i = 1,2,\ldots,30$ (terdapat heterogenitas spasial)

Hasil perhitungan uji heterogenitas spasial melalui pengujian heteroskedastisitas dengan metode Glejser dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai Statistik Uji Heterogenitas Spasial

F_{hitung}	*P-value*	Keputusan Uji
4,6990	0,0029	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 3 didapat bahwa $F_{hitung} = 4,6990 > F_{(0,05;6;23)} = 2,53$ dan $p\text{-}value = 0,0029 < \alpha = 0,05$ maka diputuskan H_0 ditolak. Nilai $\lvert \hat{\varepsilon}_i \rvert$ diregresikan terhadap variabel bebas, sehingga $\hat{\varepsilon}_i$ dipengaruhi oleh variabel tertentu, maka disimpulkan $\hat{\varepsilon}_i$ tidak independen. Nilai $\hat{\varepsilon}_i$ tidak independen, maka y_i (IPM) juga tidak independen. Hal ini diduga karena adanya faktor luar yang mempengaruhi. Faktor luar tersebut diduga adalah faktor lokasi geografis, maka disimpulkan bahwa terdapat heterogenitas spasial.

2. Model GWR

Langkah pertama dalam pemodelan GWR adalah mencari jarak antar lokasi pengamatan menggunakan persamaan (7). Tahapan selanjutnya adalah menghitung pembobot dengan menggunakan fungsi *Gaussian* adaptif berdasarkan persamaan (6). *Bandwidth* optimum dihitung menggunakan kriteria GCV yang diberikan oleh persamaan (8).

a. Penaksiran Parameter Model GWR

Penaksiran parameter model GWR menggunakan metode WLS berdasarkan persamaan (4) lokasi ke 1 sampai dengan 30 diperoleh model GWR adalah

$$\hat{y}_1 = 30,9665 + 0,4346x_1 - 0,0234x_2 + 0,004x_3 + 0,0009x_4 - 0,6994x_5 + 0,2462x_6$$

$$\hat{y}_2 = 8,1334 + 0,6670x_1 + 0,1241x_2 + 0,0019x_3 + 0,0012x_4 - 0,7647x_5 + 0,1868x_6$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\hat{y}_{30} = 58,8064 + 0,5241x_1 - 1,8807x_2 + 0,0118x_3 + 0,0015x_4 - 2,9208x_5 + 0,8765x_6$$

Nilai GCV model GWR sebesar 9,8738

b. Pengujian Kesesuaian Model GWR

Hipotesis pengujian kesesuaian model GWR adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_k(u_i, v_i) = \beta_k$ untuk $k = 1,2,\ldots,6$, $i = 1,2,\ldots,30$ (tidak ada perbedaan yang signifikan antara model regresi global dan GWR)

H_1 : Paling sedikit ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq \beta_k$ $k = 1,2,\ldots,6$, $i = 1,2,\ldots,30$ (ada perbedaan yang signifikan antara model regresi global dan GWR)

Hasil perhitungan uji kesesuaian model GWR dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Nilai Statistik Uji Kesesuaian Model GWR

F	*P-Value*	Keputusan Uji
3,1799	0,0135	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 4, didapat bahwa $F = 3,1799 > 2,4446$ dan $p\text{-}value = 0,0135 < \alpha = 0,05$ maka diputuskan H_0 ditolak dan disimpulkan bahwa model regresi global berbeda dengan model GWR.

c. Pengujian Parameter Secara Serentak Model GWR

Hipotesis pengujian parameter secara serentak model GWR adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \beta_3(u_i, v_i) = \beta_4(u_i, v_i) = \beta_5(u_i, v_i) = \beta_6(u_i, v_i) = 0$, $i = 1,2,\ldots,30$

H_1 : Paling sedikit ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq 0$; $k = 1,2,\ldots,6$; $i = 1,2,\ldots,30$

Hasil perhitungan uji parameter secara serentak model GWR dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai Statistik Uji Parameter Secara Serentak Model GWR

F_{hitung}	*P-value*	Keputusan Uji
3,4243	0,0108	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 5 didapat bahwa $F_{hitung} = 3,4243 > 2,4837$ dan $p\text{-}value = 0,0108 < \alpha = 0,05$ maka diputuskan H_0 ditolak dan disimpulkan bahwa angka partisipasi sekolah SMP, persentase penduduk yang tamat SMP, jumlah sarana kesehatan, kepadatan penduduk, persentase penduduk miskin, tingkat pengangguran terbuka secara bersama-sama (simultan) berpengaruh terhadap IPM Kabupaten/Kota di Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Tengah dan Kalimantan Selatan.

d. Pengujian Parameter Secara Parsial Model GWR

Hipotesis pengujian parameter secara parsial model GWR adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$

$\mathrm{H}_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0$, $k = 0,1,2,3,4,5,6$

Hasil perhitungan uji parameter secara parsial model GWR H_0 ditolak jika $|t_{hit}| \geq 2,5096$. Berdasarkan hasil pengujian parameter secara parsial model GWR, dapat disimpulkan bahwa beberapa variabel yang berpengaruh diduga adalah variabel yang bersifat global dan beberapa variabel lain bersifat lokal. Hal ini dilihat dari beberapa variabel berpengaruh signifikan hampir di seluruh kabupaten/kota dan beberpa variabel lain hanya di beberapa Kabupaten/Kota saja.

3. Model MGWR

Model MGWR memiliki tahapan pengujian identifikasi variabel model GWR, penaksiran parameter, pengujian kesesuaian model, pengujian secara serentak parameter global, pengujian secara serentak parameter lokal, dan pengujian secara parsial parameter global dan pengujian secara parsial parameter lokal.

a. Pengujian Identifikasi Variabel Model GWR

Hipotesis pengujian identifikasi variabel model GWR untuk *k* tertentu, $k = 0,1,2,3,4,5,6$ adalah

$H_0 : \beta_k(u_1,v_1) = \beta_k(u_1,v_1) = \cdots = \beta_k(u_{30},v_{30}) = \beta_k$
(parameter β_k bersifat global)

H_1 :Paling tidak ada satu $\beta_k(u_i,v_i) \neq \beta_k(u_j,v_j)$ $i \neq j;\ i,j = 1,2,\ldots,30$ (parameter β_k bersifat lokal)

Hasil perhitungan identifikasi variabel model GWR bertujuan untuk mengidentifikasi variabel bebas yang bersifat global atau lokal. Pengujian identifikasi variabel model GWR dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Nilai Statistik Uji Identifikasi Variabel Model GWR

Variabel	$F(k)$	*P-Value*	Keputusan Uji
Konstanta	0,5139	0,7268	H_0 gagal ditolak
x_1	0,5936	0,6730	H_0 gagal ditolak
x_2	2,7334	0,0716	H_0 gagal ditolak
x_3	0,4193	0,7921	H_0 gagal ditolak
x_4	4,3740	0,0168	H_0 ditolak
x_5	4,6684	0,0133	H_0 ditolak
x_6	0,9487	0,4651	H_0 gagal ditolak

Berdasarkan hasil identifikasi variabel bebas pada Tabel 6, disimpulkan bahwa variabel-variabel model GWR yang bersifat global adalah konstanta, angka partisipasi sekolah SMP (x_1), persentase penduduk yang tamat SMP (x_2), jumlah sarana kesehatan (x_3) dan tingkat pengangguran terbuka (x_6). Hal ini ditunjukkan nilai statistik uji $F < 3{,}1123$. Variabel-variabel model GWR yang bersifat lokal adalah kepadatan penduduk (x_4) dan persentase penduduk miskin (x_5). Hal ini ditunjukkan nilai mutlak statistik uji $F > 3{,}1123$.

b. Penaksiran Parameter Model MGWR

Berdasarkan hasil identifikasi variabel model GWR, model MGWR pada lokasi ke-*i* adalah

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4(u_i,v_i)x_4 + \beta_5(u_i,v_i)x_5 + \beta_6 x_6$$

dan diperoleh model MGWR, yaitu

$$\hat{y}_1 = 39{,}1032 + 0{,}3544x_1 - 0{,}0294x_2 + 0{,}0024x_3 + 0{,}001x_4 - 0{,}6174x_5 + 0{,}1158x_6$$
$$\hat{y}_2 = 39{,}1032 + 0{,}3544x_1 - 0{,}0294x_2 + 0{,}0024x_3 + 0{,}0014x_4 - 0{,}5761x_5 + 0{,}1158x_6$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$\hat{y}_{30} = 39{,}1032 + 0{,}3544x_1 - 0{,}0294x_2 + 0{,}0024x_3 + 0{,}0008x_4 - 0{,}6988x_5 + 0{,}1158x_6$$

Nilai GCV model MGWR sebesar 7,3836.

c. Pengujian Kesesuaian Model MGWR

Hipotesis pengujian kesesuaian model MGWR dan model global adalah

H_0 : Paling sedikit ada satu $\beta_k(u_i,v_i) \neq \beta_k(u_j,v_j)$ $i \neq j, i = 1,2,\ldots,n\ ;\ k = 1,2,3,6$
(Model MGWR sama dengan model GWR)

$H_1 : \beta_k(u_1,v_1) = \beta_k(u_2,v_2) = \ldots = \beta_k(u_{30},v_{30})$; $k = 1,2,3,6$ (Model MGWR berbeda dengan model GWR)

Hasil perhitungan uji kesesuaian model MGWR bertujuan untuk mengetahui apakah model MGWR berbeda dengan model GWR. Pengujian kesesuaian model MGWR dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 7. Nilai Statistik Uji Kesesuaian Model MGWR

F_1	*P-Value*	Keputusan Uji
3,1062	0,0204	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 7. dengan taraf signifikansi $\alpha = 0{,}05$ didapat bahwa $F_1 = 3{,}0162 > F_{0,05;8;19} = 2{,}4768$ atau *p-value* $= 0{,}0203 < \alpha = 0{,}05$, maka diputuskan H_0 ditolak dan disimpulkan bahwa model MGWR berbeda dengan model GWR atau model MGWR layak digunakan.

d. Pengujian Parameter Global Secara Serentak Model MGWR

Hipotesisnya pengujian parameter global secara serentak adalah

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_6 = 0$

H_1 : Paling tidak ada satu $\beta_k \neq 0$; $k = 1,2,3,6$

Hasil perhitungan uji parameter global secara serentak model MGWR bertujuan untuk mengetahui apakah parameter-parameter global secara serentak (simultan) berpengaruh terhadap variabel tak bebas. Pengujian parameter global secara serentak model MGWR dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 8. Nilai Statistik Uji Parameter Global Secara Serentak Model MGWR

F_2	*P-value*	Keputusan Uji
192,0365	0,0000	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 8, didapat bahwa $F_2 = 192{,}0365 > F_{0,05;5;19} = 2{,}7401$ atau *p-value* $= 0{,}0000 < \alpha = 0{,}05$ maka diputuskan H_0 ditolak dan disimpulkan bahwa angka partisipasi sekolah (SMP), persentase penduduk yang tamat SMP, jumlah sarana kesehatan dan tingkat pengangguran terbuka secara bersama-sama (simultan) berpengaruh terhadap IPM.

e. Pengujian Parameter Lokal Secara Serentak Model MGWR

Hipotesis pengujian secara serentak parameter lokal adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_4(u_i, v_i) = \beta_5(u_i, v_i) = 0\ ;\ i = 1, 2, \ldots, 30$

H_1 : Paling sedikit ada satu $\beta_k(u_i, v_i) \neq 0$

$k = 4, 5; i = 1, 2, \ldots, 30$

Hasil perhitungan uji parameter lokal secara serentak model MGWR bertujuan untuk mengetahui apakah variabel-variabel lokal secara serentak (simultan) berpengaruh terhadap variabel tak bebas. Pengujian parameter lokal secara serentak model MGWR dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9. Nilai Statistik Uji Parameter Lokal Secara Serentak Model MGWR

F_3	*P-value*	Keputusan Uji
4,4150	0,0027	H_0 ditolak

Berdasarkan Tabel 9. didapat bahwa $F_3 = 4,4150 > F_{0,05;10;19} = 2,3779$ atau $p\text{-}value = 0,0027 < \alpha = 0,05$ maka diputuskan H_0 ditolak dan disimpulkan bahwa persentase kepadatan penduduk dan persentase penduduk miskin secara bersama-sama (simultan) memiliki pengaruh terhadap IPM.

f. Pengujian Parameter Global Secara Parsial Model MGWR

Hipotesis pengujian parameter global secara parsial adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_k = 0$

$\mathrm{H}_1 : \beta_k \neq 0\ ;\ k = 0, 1, 2, 3, 6$

Hasil perhitungan uji parameter global secara parsial model MGWR bertujuan untuk mengetahui apakah variabel-variabel global secara parsial berpengaruh terhadap variabel tak bebas. Pengujian parameter global secara parsial model MGWR dapat dilihat pada Tabel 10

Tabel 10. Nilai Statistik Uji Parameter Global Secara Parsial Model MGWR

Variabel	t_{g_hit}	Keputusan Uji
Konstanta	2,8733	H_0 ditolak
x_1	2,4074	H_0 ditolak
x_2	0,1288	H_0 gagal ditolak
x_3	1,0850	H_0 gagal ditolak
x_6	0,3157	H_0 gagal ditolak

Berdasarkan Tabel 10, didapat bahwa angka partisipasi sekolah (SMP) secara individual berpengaruh terhadap IPM. Hal ini ditunjukkan nilai mutlak statistik uji $t \geq 2,093$. Persentase penduduk yang tamat SMP, jumlah sarana kesehatan dan tingkat pengangguran terbuka secara individual tidak berpengaruh secara individual terhadap IPM. Hal ini ditunjukkan nilai mutlak statistik uji t < 2,093.

g. Pengujian Parameter Lokal Secara Parsial Model MGWR

Hipotesis pengujian parameter lokal secara parsial adalah

$\mathrm{H}_0 : \beta_k(u_i, v_i) = 0$

$\mathrm{H}_1 : \beta_k(u_i, v_i) \neq 0\ ; k = 4, 5; i = 1, 2, \ldots, 30$

Hasil perhitungan uji parameter lokal secara parsial model MGWR bertujuan untuk mengetahui apakah variabel-variabel lokal secara parsial berpengaruh terhadap variabel tak bebas.

Tabel 11. Nilai Statistik Uji Parameter Lokal Secara Parsial Model MGWR

Kabupaten/Kota	$\lvert t_{hit} \rvert$	
	x_4	x_5
Paser	2,4528*	1,9324
Kutai Barat	3,8929*	1,7294
KuKar	3,7919*	0,6478
Kutai Timur	2,7741*	1,5576
⋮	⋮	⋮
Banjarbaru	2,5778*	3,0675*

Ket : *) signifikan pada taraf signifikansi 0,05

Berdasarkan hasil pengujian variabel bersifat global dan variabel bersifat lokal yang signifikan di tiap Kabupaten/Kota disajikan pada Tabel 12.

Tabel 12. Variabel yang Berpengaruh terhadap IPM dalam Model MGWR

Kabupaten/Kota	Variabel yang Berpengaruh
Paser	x_1 dan x_4
Kutai Barat	x_1 dan x_4
Kutai Kartanegara	x_1 dan x_4
Kutai Timur	x_1 dan x_4
⋮	⋮
Banjarbaru	x_1, x_4 dan x_5

Berdasarkan Tabel 12, terdapat variabel yang berpengaruh global yaitu, angka partisipasi sekolah SMP (x_1) yang bernilai sama di seluruh Kabupaten/Kota Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Tengah dan Kalimantan Selatan. Variabel yang berpengaruh lokal, yaitu kepadatan penduduk (x_4) dan persentase penduduk miskin (x_5) yang bernilai tidak sama di seluruh Kabupaten/Kota Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Tengah dan Kalimantan Selatan.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, maka kesimpulan yang dapat diambil adalah sebagai berikut:

1. Model MGWR data IPM Kabupaten/Kota di Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Selatan dan Kalimantan Tengah tahun 2016 adalah

$$\hat{y}_1 = 39,1032 + 0,3544x_1 - 0,0294x_2 + 0,0024x_3 + 0,001x_4 - 0,6174x_5 + 0,1158x_6$$

$$\hat{y}_2 = 39,1032 + 0,3544x_1 - 0,0294x_2 + 0,0024x_3 + 0,0014x_4 - 0,5761x_5 + 0,1158x_6$$

$$\hat{y}_3 = 39,1032 + 0,3544x_1 - 0,0294x_2 + 0,0024x_3 + 0,0044x_4 - 0,5166x_5 + 0,1158x_6$$

$$\hat{y}_4 = 39,1032 + 0,3544x_1 - 0,0294x_2 + 0,0024x_3 + 0,0056x_4 - 0,3281x_5 + 0,1158x_6$$

$$\hat{y}_5 = 39,1032 + 0,3544x_1 - 0,0294x_2 + 0,0024x_3 + 0,0018x_4 - 0,4554x_5 + 0,1158x_6$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\hat{y}_{30} = 39,1032 + 0,3544x_1 - 0,0294x_2 + 0,0024x_3 + 0,0008x_4 - 0,6988x_5 + 0,1158x_6$$

Berikut interpretasi model MGWR Kota Samarinda berdasarkan hasil penaksiran adalah

$$\hat{y}_8 = 39,1032 + 0,3544x_1 - 0,0294x_2 + 0,024x_3 + 0,0044x_4 - 0,5074x_5 + 0,1158x_6$$

Dari model tersebut dapat dijelaskan bahwa setiap kenaikan satu satuan angka partisipasi sekolah (SMP) akan meningkatkan IPM Kota Samarinda sebesar 0,3544 dan variabel lain dianggap konstan. Setiap kenaikan satu satuan kepadatan penduduk akan meningkatkan IPM Kota Samarinda sebesar 0,0044 dan variabel lain dianggap konstan.

Interpretasi model MGWR Kota Banjarmasin adalah

$$\hat{y}_{29} = 39,1032 + 0,3544x_1 - 0,0294x_2 + 0,024x_3 + 0,0008x_4 - 0,6848x_5 + 0,1158x_6$$

Dari model tersebut dapat dijelaskan bahwa setiap kenaikan satu satuan angka partisipasi sekolah (SMP) akan meningkatkan IPM Kota Banjarmasin sebesar 0,3544 dan variabel lain dianggap konstan. Setiap kenaikan satuan kepadatan penduduk akan meningkatkan IPM Kota Banjarmasin sebesar 0,0008 dan variabel lain dianggap konstan. Serta setiap kenaikan satu satuan persentase penduduk miskin akan menurunkan IPM Kota Banjarmasin sebesar 0,6848 dan variabel lain dianggap konstan.

2. Faktor-faktor yang mempengaruhi IPM di Provinsi Kalimantan Timur, Kalimantan Selatan dan Kalimantan Tengah tahun 2016 adalah angka partisipasi sekolah (SMP) (x_1) bersifat global, kepadatan penduduk (x_4) dan persentase penduduk miskin (x_5) berifat lokal.

Daftar Pustaka

Anselin, L. (1988). *Spatial Econometrics*: *Methods and Models*. London: Kluwer Academic.

BPS. (2013). *Indeks Pembangunan Manusia Provinsi Lampung*. Lampung: Badan Pusat Statistik.

____ .(2015). *Indeks Pembangunan Manusia 2015*. Surabaya: Badan Pusat Statistik.

Brunsdon, C., Fotheringham, A. S., & Charlton, M. (1999). Some Notes On Parametric Significance Tests For Geographically Weighted Regression. *Journal of Regional Science, 39*(3), 497-524. doi: 10.1111/0022-4146.00146.

Caraka, E., & Yasin, H. (2017). *Geographically Weighted Regression (GWR): Sebuah Pendekatan Regresi Geografis*. Yogyakarta: Mobius.

Chang, & Mei, L. (2005). *Geographically Weighted Regression Technique for Spatial Data Analysis*. Tiongkok: School of Science, Xi'an Jiaotong University.

Cressie, N.A.C. (1991). *Statistics for Spatial Data*. New York: J. Wiley

Fotheringham, A. S., Brunsdon, C., & Charlton, M. (2002). *Geographically Weighted Regression: Analysis of Spatially Varying Relationship*. England: John Wiley & Sons.

Gujarati, D. N. (2004). *Basic Econometrics Fourth Edition*. Singapore: McGraw-Hill Inc.

Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2009). *Basic Econometrics Fifth Edition*. New York: The McGraw-Hill Companies.

Ramadan, A., & Bekti, R. D. (2017). Analisis Indeks Pembangunan Manusia di Kabupaten dan Kota Provinsi Jawa Tengah Tahun 2014 Menggunakan Metode Geographically Weighted Regression (Studi Kasus pada Data Indeks Pembangunan Manusia Tahun 2014 di Provinsi Jawa Tengah. *Jurnal Statistika Industri dan Komputasi, 2*(2), 59-66.

Rencher, A.C., & Schaalje, G. B. (2008). *Linear Models in Statistics*: *Second Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Siegel, Sidney. (1992). *Statistik Nonparametrik.* Jakarta: Gramedia.

Sudarmanto, Gunawan. (2013). *Statistika Terapan Berbasis Komputer dengan Program IBM SPSS Statistics 19.* Jakarta: Mitra Wacana Media.

Suyitno, Purhadi, Sutikno, Irhamah. (2016). *Parameter Estimation of Geographically Weighted Trivariate Weibull Regression Model. Jurnal Applied Mathematical*

Sciences, 10(18), 861-878. http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.6129.

Todaro, Michael. P. (2000). *Pembangunan Ekonomi 2*. Jakarta: PT Bumi Aksara.

Widarjono, A. (2007). *Ekonometrika Teori dan Aplikasi untuk Ekonomi dan Bisnis Edisi Kedua*. Yogyakarta: Ekonisia.

Wuryanti, I. F., Purnami, S. W., & Purhadi. (2013). Pemodelan *Mixed Geographically Weighted Regression* (MGWR) pada Angka Kematian Balita di Kabupaten Bojonegoro Tahun 2011. *Jurnal Sains dan Seni POMITS*, *2*(1), 66-71. doi: 10.12962/j23373520.v2i1.3028.

Yasin, H. (2011). Pemilihan Variabel pada Model *Geographically Weighted Regression* (MGWR). *Jurnal Statistika*, 4(2), 66-70.