

## Regresi Nonparametrik *Spline Birespon* Untuk Memodelkan Persentase Penduduk Miskin dan Indeks Kedalaman Kemiskinan di Kalimantan Timur Tahun 2015

### *Spline Nonparametric regression-Response For Modeling the Percentage of Poor people and The Depth of Poverty in East Kalimantan the Year 2015*

Ronald Tediwibawa<sup>1</sup>, Desi Yuniarti<sup>2</sup>, dan Memi Nor Hayati<sup>3</sup>

<sup>1,3</sup>Laboratorium Statistika Terapan FMIPA Universitas Mulawarman

<sup>2</sup>Laboratorium Statistika Ekonomi dan Bisnis FMIPA Universitas Mulawarman

<sup>1</sup>E-mail: [ronaldstatistika13@gmail.com](mailto:ronaldstatistika13@gmail.com)

#### Abstract

State of Indonesia is a developing country which has a problem, namely poverty. Poverty is a condition that is often associated with the needs, difficulties and shortcomings in the various circumstances of life. Measuring poverty in a region that can be done by looking at two indicators, namely the percentage of the poor population and the poverty depth index. This study uses 5 factors thought to affect the percentage of poor people and the depth of poverty in East Kalimantan which includes the average of the old school, the open unemployment rate, the labor force participation rate, population growth rate and the expectancy of the old school. The Data used in this study is the data year 2015, which is obtained from the Central bureau of Statistics of East Kalimantan Province. The method used is a nonparametric regression spline-response and determine the value of the optimal knots point using the Generalized Cross Validation (GCV). The best Model resulting from this research is the model with the point of optimal knot with the value of GCV of 31.14057 and  $R^2$  of 86.47.

**Keywords:** Index Of Poverty Depth, Poor Population, Regression, Nonparametric, Spline-Response.

#### Pendahuluan

Kemiskinan adalah suatu keadaan yang sering dihubungkan dengan kebutuhan, kesulitan dan kekurangan di berbagai keadaan hidup. Kemiskinan dapat diartikan sebagai ketidakmampuan seseorang dalam memenuhi kebutuhan konsumsi dasar dan meningkatkan kebutuhan konsumsi dasar dan kualitas hidupnya. Ada dua macam ukuran kemiskinan yaitu kemiskinan absolut dan kemiskinan relatif. Kemiskinan absolut adalah ketidakmampuan seseorang melampaui garis kemiskinan yang ditetapkan (Maruti, 2007).

Analisis regresi merupakan salah satu analisis dalam statistika yang digunakan untuk menyelidiki pola hubungan fungsional antara variabel respon dan variabel prediktor (mencari bentuk estimasi kurva regresi). Pada umumnya terdapat dua pendekatan dalam mengestimasi kurva regresi, yaitu pendekatan parametrik dan nonparametrik. Pada pendekatan parametrik terdapat asumsi yang sangat kuat yaitu bentuk kurva regresi diketahui. Berbeda dengan pendekatan parametrik, dalam regresi nonparametrik bentuk kurva regresi tidak diketahui. Pendekatan regresi nonparametrik yang cukup populer adalah *spline* (Budiantara, 2005). Pada analisis regresi nonparametrik *spline* jika terdapat satu variabel respon dan satu variabel prediktor, maka dinamakan regresi nonparametrik *spline univariabel*. Jika dalam analisis regresi terdapat satu variabel respon dengan variabel prediktor lebih dari satu, maka regresi tersebut dinamakan regresi nonparametrik *spline*

multivariabel. Sedangkan regresi *spline birespon* didefinisikan sebagai salah satu model regresi yang memiliki variabel respon dua (Simila dan Tikka, 2007)

Pendekatan *spline* memiliki kelebihan antara lain adalah model cenderung mencari sendiri estimasinya kemanapun data tersebut bergerak. Dua variabel persentase penduduk miskin dan indeks kedalaman kemiskinan ini dijadikan penelitian untuk melihat kemiskinan di suatu wilayah. Regresi nonparametrik birespon *spline* dapat digunakan untuk memodelkan persentase penduduk miskin dan indeks kedalaman kemiskinan (Wulandari dan Budiantara, 2014).

Sebelumnya metode Regresi *Spline Birespon* sudah pernah digunakan oleh Wulandari (2014), pada tahun 2014 dalam penelitiannya yang berjudul Analisis faktor-faktor yang mempengaruhi persentase penduduk miskin dan pengeluaran perkapita makanan di Jawa Timur menggunakan Regresi Nonparametrik *Spline Birespon*.

Berdasarkan latar belakang, maka penulis tertarik untuk meneliti tentang “regresi *spline birespon* untuk memodelkan persentase penduduk miskin dan indeks kedalaman kemiskinan di Provinsi Kalimantan Timur tahun 2015”.

#### Analisis Regresi

Regresi merupakan suatu alat ukur yang juga digunakan untuk mengukur ada atau tidaknya korelasi di antara variabel. Istilah regresi yang berarti ramalan atau taksiran pertama kali

diperkenalkan oleh Sir Francis Galton pada tahun 1877, sehubungan dengan penelitiannya terhadap tinggi manusia, yaitu di antara tinggi anak dan tinggi orang tuanya. Dalam penelitiannya, Galton menemukan bahwa tinggi anak dari orang tua yang tinggi cenderung meningkat ataupun menurun dari berat rata-rata populasi. Istilah ‘regresi’ pada mulanya bertujuan untuk membuat perkiraan nilai satu variabel (tinggi badan anak) terhadap satu variabel yang lain (tinggi badan orang tuanya). Pada perkembangan selanjutnya analisis regresi dapat digunakan sebagai alat untuk membuat perkiraan nilai suatu variabel dengan menggunakan beberapa variabel lain yang berhubungan dengan variabel tersebut (Hasan, 1999).

**Regresi Nonparametrik Spline**

Regresi nonparametrik merupakan metode pendekatan regresi yang sesuai untuk pola data yang tidak diketahui bentuk kurva regresinya atau tidak terdapat informasi masa lalu yang lengkap tentang bentuk pola data (Eubank, 1998). Pendekatan regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi, karena data yang diharapkan mencari sendiri bentuk estimasi kurva regresinya tanpa dipengaruhi oleh faktor subyektifitas peneliti (Eubank, 1988).

**Regresi Nonparametrik Spline Birespon Multivariabel**

Regresi birespon memiliki arti bahwa model regresi memiliki variabel respon lebih dari satu buah dan diantara variabel-variabel tersebut terdapat korelasi atau hubungan yang kuat, baik secara logika maupun matematis (Simila dan Tikka, 2007). Untuk regresi birespon dengan respon sebanyak dua buah, lebih familiar disebut sebagai regresi birespon. Kemudian jika regresi birespon ini memiliki bentuk kurva yang tidak diketahui maka akan lebih tepat jika digunakan pendekatan nonparametrik, sehingga menjadi regresi nonparametrik birespon. Selanjutnya jika fungsi yang digunakan sebagai pendekatan dalam regresi nonparametrik adalah fungsi *spline* dengan melibatkan banyak variabel prediktor, maka model tersebut disebut sebagai model regresi nonparametrik birespon *spline* multivariabel. Model untuk regresi nonparametrik *spline* birespon dapat ditulis sebagai berikut.

$$Y_{1i} = \sum_{j=1}^p f(X_{ji}) + \varepsilon_{1i} \tag{1}$$

$$Y_{2i} = \sum_{j=1}^p g(X_{ji}) + \varepsilon_{2i} \tag{2}$$

dimana fungsi *f* dan *g* adalah kurva regresi yang tidak diketahui bentuknya dan dihapiri dengan fungsi *spline* sebagai berikut.

$$f(X_{ji}) = \sum_{j=1}^p \alpha_j X_{ji} + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^m \beta_{jk} (X_{ji} - \delta_{jk}) \tag{3}$$

$$g(X_{ji}) = \sum_{j=1}^p \lambda_j X_{ji} + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^m \varphi_{jk} (X_{ji} - \delta_{jk}) \tag{4}$$

dimana  $\alpha_{hj}$  dan  $\beta_{lj}$  merupakan untuk parameter variabel respon pertama sedangkan  $\lambda_{hj}$  dan  $\varphi_{lj}$  merupakan parameter variabel respon kedua (Simila dan Tikka, 2007).

**Pemilihan Model**

Perolehan *spline* optimal dan kemulusan kurvanya bergantung pada pemilihan titik–titik *knot* *k* dan parameter penghalus  $\lambda$ . Dalam *spline*, titik *knot* merupakan perpaduan bersama antara perubahan fungsi pada interval yang berlainan. Pemilihan titik *knot* optimal dalam regresi *spline* nonparametrik pada model–model koefisien bervariasi, tidak berbeda jauh dengan pemilihan titik *knot* pada regresi *spline* nonparametrik pada umumnya, yaitu berdasarkan pada metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Untuk model koefisien bervariasi, titik *knot* optimal dengan metode GCV ini, dipilih secara terpisah untuk masing–masing obyek dan kemudian selanjutnya dimasukkan ke dalam model secara keseluruhan untuk mendapatkan estimasi *spline* secara simultan. Untuk masalah kemulusan/kekasaran kurva regresi *spline* nonparametrik bergantung pada pemilihan parameter penghalus  $\lambda$ . Pada nilai  $\lambda$  yang kecil maka kurvanya kasar atau sebaliknya, untuk nilai  $\lambda$  yang besar maka kurvanya akan menjadi mulus (*smooth*), dimana fungsi yang mulus akan terlihat jelas secara geometrik, ketika gradien dari kurva pada titik–titik *knot* tertentu tidak berubah dengan cepat (Eubank, 1988 dan Wahba, 1990).

Pada model *spline* birespon, kriteria GCV didefinisikan sebagai:

$$GCV(k) = \frac{MSE(k)}{[n^{-1}trace(\mathbf{I} - \mathbf{H}(k))]^2} = \frac{n^{-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{[n^{-1}trace(\mathbf{I} - \mathbf{H}(\lambda))]^2} \tag{5}$$

**Koefisien Determinasi (R<sup>2</sup>)**

Salah satu tujuan analisis regresi adalah mendapatkan model terbaik yang mampu menjelaskan hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon berdasarkan kriteria tertentu. Kriteria yang sering digunakan dalam pemilihan terbaik selain GCV adalah *R-Square* (*R*<sup>2</sup>). Nilai *R*<sup>2</sup> didapat diperoleh dari persamaan (Widarjono, 2007).

$$R^2 = \left( 1 - \frac{JK_{\text{residual}}}{JK_{\text{total}}} \right) \times 100\% \quad (6)$$

### Hasil dan Pembahasan

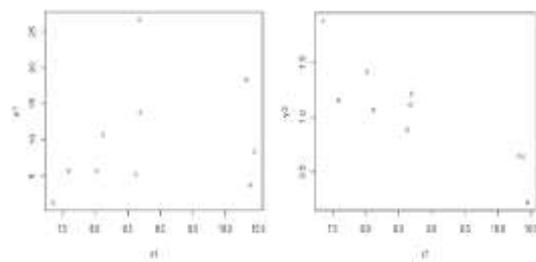
Data berupa data sekunder yang diambil dari badan pusat statistik provinsi Kalimantan Timur tahun 2015. Variabel respon yang digunakan pada penelitian ini yaitu persentase penduduk miskin ( $Y_1$ ) dan indeks kedalaman kemiskinan ( $Y_2$ )

Adapun variabel bebas yang digunakan adalah sebagai berikut:

- Rata-rata lama sekolah ( $X_1$ )
- Tingkat pengangguran terbuka ( $X_2$ )
- Tingkat partisipasi angkatan kerja ( $X_3$ )
- Laju pertumbuhan penduduk ( $X_4$ )
- Angka harapan lama sekolah ( $X_5$ )

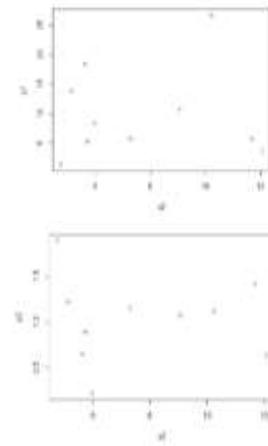
#### scatter Plot

Sebelum melakukan analisis dengan metode regresi maka perlu dilakukan pengujian pola data untuk mengetahui sifat hubungan antara variabel  $Y$  (variabel yang dipengaruhi) dengan variabel  $X$  (variabel yang mempengaruhi). Hasil sebaran data atau *scatter plot* untuk masing-masing variabel respon persentase penduduk miskin dan indeks kedalaman kemiskinan dan variabel prediktor rata-rata lama sekolah, tingkat pengangguran terbuka, tingkat partisipasi angkatan kerja, laju pertumbuhan penduduk dan angka harapan lama sekolah dapat dilihat pada gambar yang menunjukkan pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor.



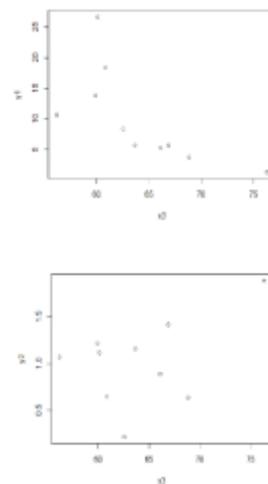
Gambar 1 *Scatter Plot* variabel respon  $Y_1$  dan  $Y_2$  dengan variabel prediktor  $X_1$

Berdasarkan Gambar 1 dapat dilihat bahwa *plot* antara rata-rata lama sekolah dan persentase penduduk miskin tidak memiliki suatu pola, begitu juga dengan *plot* rata-rata lama sekolah dan indeks kedalaman kemiskinan terlihat tidak memiliki pola *linear*.



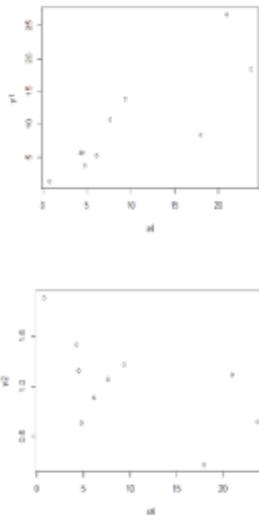
Gambar 2 *Scatter Plot* variabel respon  $Y_1$  dan  $Y_2$  dengan variabel prediktor  $X_2$

Berdasarkan Gambar 2 dapat dilihat bahwa *plot* antara tingkat pengangguran terbuka dan persentase penduduk miskin tidak memiliki pola hubungan yang jelas, begitu juga dengan *plot* antara tingkat pengangguran terbuka dan indeks kedalaman kemiskinan tidak memiliki pola *linear*.



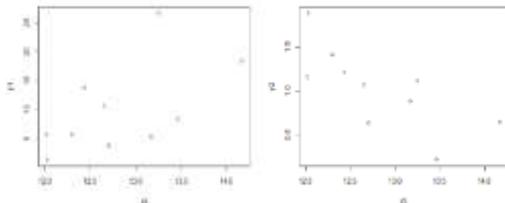
Gambar 3 *Scatter Plot* variabel respon  $Y_1$  dan  $Y_2$  dengan variabel prediktor  $X_3$

Berdasarkan Gambar 3 dapat dilihat bahwa *plot* antara tingkat partisipasi angkatan kerja dan persentase penduduk miskin tidak memiliki pola hubungan yang jelas, begitu juga dengan *plot* antara tingkat partisipasi angkatan kerja dan indeks kedalaman kemiskinan tidak memiliki pola *linier*.



Gambar 4 Scatter Plot variabel respon  $Y_1$  dan  $Y_2$  dengan variabel prediktor  $X_4$

Berdasarkan Gambar 4 dapat dilihat bahwa *plot* antara laju pertumbuhan penduduk dan persentase penduduk miskin tidak memiliki pola hubungan yang jelas, begitu juga dengan *plot* antara laju pertumbuhan penduduk dan indeks kedalaman kemiskinan tidak memiliki pola *linear*.



Gambar 5 Scatter Plot variabel respon  $Y_1$  dan  $Y_2$  dengan variabel prediktor  $X_5$

Berdasarkan Gambar 5 dapat dilihat bahwa *plot* antara angka harapan lama sekolah dan persentase penduduk miskin tidak memiliki pola hubungan yang jelas, begitu juga dengan *plot* antara angka harapan lama sekolah dan indeks kedalaman kemiskinan tidak memiliki pola *linear*.

**Model Regresi Nonparametrik Spline Birespon**

Model regresi nonparametrik *spline birespon linear* dengan lima variabel prediktor menggunakan 1 titik knot, 2 titik knot dan 3 titik knot dapat ditulis sebagai berikut.

$$f(X_{ji}) = \sum_{j=1}^p \alpha_j X_{ji} + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^m \beta_{jk} (X_{ji} - \delta_{jk})$$

$$g(X_{ji}) = \sum_{j=1}^p \lambda_j X_{ji} + \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^m \varphi_{jk} (X_{ji} - \delta_{jk})$$

Tabel 1 Nilai GCV Minimum masing-masing Titik Knot

Titik Knot	GCV Minimum	$R^2$
1 Titik Knot	31,14057	86,47
2 Titik Knot	40,83118	84,15
3 Titik Knot	36,5729	84,79

Pemilihan model terbaik adalah dengan kriteria model yang memiliki nilai GCV paling minimum. Koefisien determinasi sebesar 86,47 menyatakan bahwa 86,47% variasi yang terjadi pada persentase penduduk miskin dan indeks kedalaman kemiskinan disebabkan oleh faktor rata-rata lama sekolah, tingkat pengangguran terbuka, tingkat partisipasi angkatan kerja, laju pertumbuhan penduduk dan angka harapan lama sekolah. Sedangkan sisanya sebesar 13,53% disebabkan oleh faktor-faktor lain yang tidak diketahui. Berdasarkan Tabel 1 maka dapat diketahui bahwa nilai GCV minimum ada pada titik knot satu. Sehingga pemilihan untuk model terbaik dari persentase penduduk miskin dan indeks kedalaman kemiskinan di Provinsi Kalimantan Timur adalah menggunakan satu titik knot optimal. Berikut ini adalah persamaan model regresi nonparametrik *spline birespon* untuk satu titik knot optimal.

Untuk variabel respon pertama (persentase penduduk miskin) sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{1i} = -1,3679 X_{1i} - 24,462 (X_{1i} - 9,484138) - 6,6438 X_{2i} - 8,3294 (X_{2i} - 9,798276) + 0,1946 X_{3i} - 4,6694 (X_{3i} - 70,05966) + 0,9160 X_{4i} + 0,3594 (X_{4i} - 16,587586) - 4,9671 X_{5i} + 14,604 (X_{5i} - 13,50276)$$

Untuk variabel respon kedua (indeks kedalaman kemiskinan) sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{2i} = -4,9696 X_{1i} - 2,8136 (X_{1i} - 9,484138) + 7,1993 X_{2i} + 3,0682 (X_{2i} - 9,798276) + 2,8365 X_{3i} + 0 (X_{3i} - 70,05966) + 0,8050 X_{4i} - 9,3111 (X_{4i} - 16,597586) - 0 X_{5i} - 0,8237 (X_{5i} - 13,50276)$$

**Interpretasi Model**

Model terbaik persentase penduduk miskin dan indeks kedalaman kemiskinan di Provinsi Kalimantan Timur menggunakan pendekatan regresi nonparametrik *spline birespon* yaitu dengan satu titik knot. Berikut ini adalah interpretasi dari model *spline* untuk respon pertama yakni persentase penduduk miskin sebagai berikut.

1. Jika variabel  $X_{2i}, X_{3i}, X_{4i}, X_{5i}$  konstan, maka pengaruh dari rata-rata lama sekolah ( $X_{1i}$ )

terhadap persentase penduduk miskin ( $Y_{1i}$ ) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{1i} = -1,3679X_{1i} - 24,462(X_{1i} - 9,484138)$$

$$\hat{Y}_{1i} = \begin{cases} -1,3679X_{1i} & ; X_{1i} < 9,484138 \\ -25,8299X_{1i} + 232,0001 & ; X_{1i} \geq 9,484138 \end{cases}$$

Berdasarkan model yang terbentuk di atas dapat menjelaskan bahwa saat rata-rata lama sekolah kurang dari 9,484138 tahun artinya adalah jika rata-rata lama sekolah naik sebesar satu tahun, maka persentase penduduk miskin akan menurun sebesar 1,3679 persen. Sedangkan apabila rata-rata lama sekolah lebih besar atau sama dengan 9,484138 tahun artinya adalah jika rata-rata lama sekolah meningkat satu tahun, maka persentase penduduk miskin cenderung menurun sebesar 25,8299 persen.

Untuk interpretasi dari model *spline* terbaik respon kedua yakni indeks kedalaman kemiskinan dengan variabel prediktor pertama akan dijelaskan sebagai berikut.

Jika variabel  $X_{2i}, X_{3i}, X_{4i}, X_{5i}$  konstan, maka pengaruh dari rata-rata lama sekolah ( $X_{1i}$ ) terhadap indeks kedalaman kemiskinan ( $Y_{2i}$ ) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{2i} = -4,9696X_{1i} - 2,8136(X_{1i} - 9,484138)$$

$$\hat{Y}_{2i} = \begin{cases} -4,9696X_{1i} & ; X_{1i} < 9,484138 \\ -7,7832X_{1i} + 26,6846 & ; X_{1i} \geq 9,484138 \end{cases}$$

Berdasarkan model yang terbentuk diatas dapat menjelaskan bahwa saat rata-rata lama sekolah kurang dari 9,484138 tahun artinya adalah jika rata-rata lama sekolah naik sebesar satu tahun, maka indeks kedalaman kemiskinan akan menurun sebesar 4,9696. Sedangkan apabila rata-rata lama sekolah lebih besar atau sama dengan 9,484138 tahun artinya adalah jika rata-rata lama sekolah meningkat satu tahun, maka indeks kedalaman kemiskinan cenderung menurun sebesar 7,7832.

Tabel 2 Interval Rata-Rata Lama Sekolah

Interval	Kabupaten/Kota
< 9,484138	Paser
	Kutai Barat
	Kutai Kartanegara
	Kutai Timur
	Berau
	PPU
	Mahakam Ulu
$\geq 9,484138$	Balikpapan
	Samarinda
	Bontang

2. Jika variabel  $X_{1i}, X_{3i}, X_{4i}, X_{5i}$  konstan, maka pengaruh dari tingkat pengangguran terbuka ( $X_{2i}$ ) terhadap persentase penduduk miskin ( $Y_{1i}$ ) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{1i} = -6,6438X_{2i} - 8,3294(X_{2i} - 9,798276)$$

$$\hat{Y}_{1i} = \begin{cases} -6,6438X_{2i} & ; X_{2i} < 9,798276 \\ -14,9732X_{2i} + 81,6138 & ; X_{2i} \geq 9,798276 \end{cases}$$

Berdasarkan model yang terbentuk diatas dapat menjelaskan bahwa saat tingkat pengangguran terbuka kurang dari 9,798276 persen artinya adalah jika tingkat pengangguran terbuka naik sebesar satu persen, maka persentase penduduk miskin akan menurun sebesar 6,6438 persen. Sedangkan apabila tingkat pengangguran terbuka lebih besar atau sama dengan 9,798276 persen artinya adalah jika tingkat pengangguran terbuka meningkat satu persen, maka persentase penduduk miskin cenderung menurun sebesar 14,9732 persen.

Untuk interpretasi dari model *spline* terbaik respon kedua yakni indeks kedalaman kemiskinan dengan variabel prediktor kedua akan dijelaskan sebagai berikut.

Jika variabel  $X_{1i}, X_{3i}, X_{4i}, X_{5i}$  konstan, maka pengaruh dari tingkat pengangguran terbuka ( $X_{2i}$ ) terhadap indeks kedalaman kemiskinan ( $Y_{2i}$ ) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{2i} = 7,1993X_{2i} + 3,0682(X_{2i} - 9,798276)$$

$$\hat{Y}_{2i} = \begin{cases} 7,1993X_{2i} & ; X_{2i} < 9,798276 \\ 10,2675X_{2i} + 30,0631 & ; X_{2i} \geq 9,798276 \end{cases}$$

Berdasarkan model yang terbentuk diatas dapat menjelaskan bahwa saat tingkat pengangguran terbuka kurang dari 9,798276 persen artinya adalah jika tingkat pengangguran terbuka naik sebesar satu persen, maka indeks kedalaman kemiskinan akan menaik sebesar 7,1993. Sedangkan apabila tingkat pengangguran terbuka lebih besar atau sama dengan 9,798276 persen artinya adalah jika tingkat pengangguran terbuka meningkat satu persen, maka indeks kedalaman kemiskinan cenderung menaik sebesar 10,2675.

Tabel 3 Interval Tingkat Pengangguran Terbuka

Interval	Kabupaten/Kota
< 9,798276	Paser
	Kutai Timur
	Berau
	PPU
	Mahakam Ulu
	Balikpapan
	Samarinda
$\geq 9,798276$	Kutai Barat
	Kutai Kartanegara
	Bontang

3. Jika variabel  $X_{1i}, X_{2i}, X_{4i}, X_{5i}$  konstan, maka pengaruh dari tingkat partisipasi angkatan

kerja ( $X_{3i}$ ) terhadap persentase penduduk miskin ( $Y_{1i}$ ) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{1i} = 0,1946X_{3i} - 4,6694(X_{3i} - 70,05966)$$

$$\hat{Y}_{1i} = \begin{cases} 0,1946X_{3i} & ; X_{3i} < 70,05966 \\ -4,4748X_{3i} + 327,1366 & ; X_{3i} \geq 70,05966 \end{cases}$$

Berdasarkan model yang terbentuk diatas dapat menjelaskan bahwa saat tingkat partisipasi angkatan kerja kurang dari 70,05966 persen artinya adalah jika tingkat partisipasi angkatan kerja naik sebesar satu persen, maka persentase penduduk miskin akan menaik sebesar 0,1946 persen. Sedangkan apabila tingkat partisipasi angkatan kerja lebih besar atau sama dengan 70,05966 persen artinya adalah jika tingkat partisipasi angkatan kerja meningkat satu persen, maka persentase penduduk miskin cenderung menaik sebesar 4,4748 persen.

Untuk interpretasi dari model *spline* terbaik respon kedua yakni indeks kedalaman kemiskinan dengan variabel prediktor ketiga akan dijelaskan sebagai berikut.

Jika variabel  $X_{1i}, X_{2i}, X_{4i}, X_{5i}$  konstan, maka pengaruh dari tingkat partisipasi angkatan kerja ( $X_{3i}$ ) terhadap indeks kedalaman kemiskinan ( $Y_{2i}$ ) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{2i} = 2,8365X_{3i} + 0(X_{3i} - 70,05966)$$

$$\hat{Y}_{2i} = \begin{cases} 2,8365X_{3i} & ; X_{3i} < 70,05966 \\ 2,8365_{3i} + 0 & ; X_{3i} \geq 70,05966 \end{cases}$$

Berdasarkan model yang terbentuk diatas dapat menjelaskan bahwa saat tingkat partisipasi angkatan kerja kurang dari 70,05966 persen artinya adalah jika tingkat partisipasi angkatan kerja naik sebesar satu persen, maka indeks kedalaman kemiskinan akan menaik sebesar 2,8365. Sedangkan apabila tingkat partisipasi angkatan kerja lebih besar atau sama dengan 70,05966 persen artinya adalah jika tingkat partisipasi angkatan kerja meningkat satu persen, maka indeks kedalaman kemiskinan cenderung menaik sebesar 2,8365.

Tabel 4 Interval Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja

Interval	Kabupaten/Kota
< 70,05966	Paser
	Kutai Barat
	Kutai Kartanegara
	Kutai Timur
	Berau
	PPU
	Balikpapan
	Samarinda
	Bontang
	≥ 70,05966

4. Jika variabel  $X_{1i}, X_{2i}, X_{3i}, X_{5i}$  konstan, maka pengaruh dari laju pertumbuhan penduduk ( $X_{4i}$ ) terhadap persentase penduduk miskin ( $Y_{1i}$ ) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{1i} = 0,9160X_{4i} + 0,3594(X_{4i} - 16,587586)$$

$$\hat{Y}_{1i} = \begin{cases} 0,9160X_{4i} & ; X_{4i} < 16,587586 \\ 1,2754X_{4i} - 5,9616 & ; X_{4i} \geq 16,587586 \end{cases}$$

Berdasarkan model yang terbentuk diatas dapat menjelaskan bahwa saat laju pertumbuhan penduduk kurang dari 16,587586 tahun artinya adalah jika laju pertumbuhan penduduk naik sebesar satu tahun, maka persentase penduduk miskin akan menaik sebesar 0,9160 persen. Sedangkan apabila laju pertumbuhan penduduk lebih besar atau sama dengan 16,587586 tahun artinya jika laju pertumbuhan penduduk meningkat satu tahun, maka persentase penduduk miskin cenderung menaik sebesar 1,2754 persen.

Untuk interpretasi dari model *spline* terbaik respon kedua yakni indeks kedalaman kemiskinan dengan variabel prediktor keempat akan dijelaskan sebagai berikut.

Jika variabel  $X_{1i}, X_{2i}, X_{3i}, X_{5i}$  konstan, maka pengaruh dari laju pertumbuhan penduduk ( $X_{4i}$ ) terhadap indeks kedalaman kemiskinan ( $Y_{2i}$ ) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{2i} = 0,8050X_{4i} - 9,3111(X_{4i} - 16,587586)$$

$$\hat{Y}_{2i} = \begin{cases} 0,8050X_{4i} & ; X_{4i} < 16,587586 \\ -8,5061X_{4i} + 154,4407 & ; X_{4i} \geq 16,587586 \end{cases}$$

Berdasarkan model yang terbentuk diatas dapat menjelaskan bahwa saat laju pertumbuhan penduduk kurang dari 16,587586 tahun artinya adalah jika laju pertumbuhan penduduk naik sebesar satu tahun, maka indeks kedalaman kemiskinan akan menaik sebesar 0,8050. Sedangkan apabila laju pertumbuhan penduduk lebih besar atau sama dengan 16,587586 tahun artinya adalah jika laju pertumbuhan penduduk meningkat satu tahun, maka indeks kedalaman kemiskinan cenderung menurun sebesar 8,5061.

Tabel 5 Interval Laju Pertumbuhan Penduduk

Interval	Kabupaten/Kota	
< 16,587586	Paser	
	Kutai Barat	
	Kutai Timur	
	Berau	
	PPU	
	Mahakam Ulu	
	Bontang	
	≥ 16,587586	Kutai Kartanegara
	Balikpapan	
	Samarinda	

5. Jika variabel  $X_{1i}, X_{2i}, X_{3i}, X_{4i}$  konstan, maka pengaruh dari angka harapan lama sekolah ( $X_{5i}$ ) terhadap persentase penduduk miskin ( $Y_{1i}$ ) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{1i} = -4,9671X_{5i} + 14,604(X_{5i} - 13,50276)$$

$$\hat{Y}_{1i} = \begin{cases} -4,9671X_{5i} & ; X_{5i} < 13,50276 \\ 9,6369X_{5i} - 197,1943 & ; X_{5i} \geq 13,50276 \end{cases}$$

Berdasarkan model yang terbentuk diatas dapat menjelaskan bahwa saat angka harapan lama sekolah kurang dari 13,50276 tahun artinya adalah jika angka harapan lama sekolah naik sebesar satu tahun, maka persentase penduduk miskin akan menurun sebesar 4,9671 persen. Sedangkan apabila angka harapan lama sekolah lebih besar atau sama dengan 13,50276 tahun artinya adalah jika angka harapan lama sekolah meningkat satu tahun, maka persentase penduduk miskin cenderung menaik sebesar 9,6369 persen.

Untuk interpretasi dari model *spline* terbaik respon kedua yakni indeks kedalaman kemiskinan dengan variabel prediktor kelima akan dijelaskan sebagai berikut.

Jika variabel  $X_{1i}, X_{2i}, X_{3i}, X_{4i}$  konstan, maka pengaruh dari angka harapan lama sekolah ( $X_{5i}$ ) terhadap indeks kedalaman kemiskinan ( $Y_{2i}$ ) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{2i} = 0X_{5i} - 0,8237(X_{5i} - 13,50276)$$

$$\hat{Y}_{2i} = \begin{cases} 0X_{5i} & ; X_{5i} < 13,50276 \\ -0,8237X_{5i} + 11,1222 & ; X_{5i} \geq 13,50276 \end{cases}$$

Berdasarkan model yang terbentuk diatas dapat menjelaskan bahwa saat angka harapan lama sekolah kurang dari 13,50276 tahun artinya adalah jika angka harapan lama sekolah naik sebesar satu tahun, maka indeks kedalaman kemiskinan akan menaik sebesar 0. Sedangkan apabila angka harapan lama sekolah lebih besar atau sama dengan 13,50276 tahun artinya adalah jika angka harapan lama sekolah meningkat satu tahun, maka indeks kedalaman kemiskinan cenderung menurun sebesar 0,8237.

Tabel 6 Interval Angka Harapan Lama Sekolah

Interval	Kabupaten/Kota
< 13,50276	Paser
	Kutai Barat
	Kutai Kartanegara
	Kutai Timur
	Berau
	PPU
	Mahakam Ulu
	Balikpapan
	Bontang
	≥ 13,50276

## Kesimpulan

Berdasarkan hasil hasil dan pembahasan dalam penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa model regresi nonparametrik *spline* birespon terbaik adalah model *spline linear* dengan satu titik knot. Nilai GCV yang dihasilkan adalah 31,14057 dengan  $R^2$  sebesar 86,47. Model regresi nonparametrik *spline* birespon yang dihasilkan sebagai berikut.

Untuk variabel respon pertama (persentase penduduk miskin) sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{1i} = -1,3679X_{1i} - 24,462(X_{1i} - 9,484138) - 6,6438X_{2i} - 8,3294(X_{2i} - 9,798276) + 0,1946X_{3i} - 4,6694(X_{3i} - 70,05966) + 0,9160X_{4i} + 0,3594(X_{4i} - 16,587586) - 4,9671X_{5i} + 14,604(X_{5i} - 13,50276)$$

Untuk variabel respon kedua (indeks kedalaman kemiskinan) sebagai berikut.

$$\hat{Y}_{2i} = -4,9696X_{1i} - 2,8136(X_{1i} - 9,484138) + 7,1993X_{2i} + 3,0682(X_{2i} - 9,798276) + 2,8365X_{3i} + 0(X_{3i} - 70,05966) + 0,8050X_{4i} - 9,3111(X_{4i} - 16,597586) - 0X_{5i} - 0,8237(X_{5i} - 13,50276)$$

## Daftar Pustaka

- Astiti, D. A. W. (2016). Analisis Regresi Nonparametrik *Spline* Multivariat untuk Pemodelan Indikator Kemiskinan di Indonesia. *E-Jurnal Matematika*, Vol. 5, pp. 111-116.
- Badan Pusat Statistik. (2016). *Kalimantan Timur Dalam Angka*. Maret. BPS Kalimantan Timur. Samarinda.
- Budiantara, I. N. (2005). Regresi *Spline* Linier. *Makalah Seminar Nasional Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Diponegoro (UNDIP), Semarang*.
- Eubank, R. L. (1988). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*. New York: Marcel Dekker.
- Eubank, R. L. (1999). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing Second Edition*. New York: Marcel Dekker.
- Hasan, M. I. (1999). *Pokok-pokok Materi Statistik I (Statistika Deskriptif)*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Maruti, N. (2007). Analisis Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Tingkat Kemiskinan di Jawa Barat. *Skripsi*. Institut Pertanian Bogor.
- Similia, T. dkk. (2007). Input Selection and Shrinkage In Multiresponse Linier Regression, *Preprint Submitted to Elsevier*.

Wahba, G. (1990). *Spline Models for Observation Data*. Society for Industrial and Applied Mathematics: Philadelphia, Pennsylvania.

Wulandari, I. D. A. M. I dan Budiantara, I. N. (2014). Analisis Faktor-Faktor Yang Mempengaruhi Persentase Penduduk

Miskin dan Pengeluaran Perkapita Makanan di Jawa Timur menggunakan Regresi Nonparametrik Birespon Spline. *Jurnal Sains dan Seni*. Vol.3, No.1, pp.30-35.