p-ISSN 2085-7829
e-ISSN 2798-3455

Model Regresi Nonparametrik *Spline Truncated* Pada Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia

Truncated Spline Nonparametric Regression Model on Human Development Index in Indonesia

M. Rizky Ramadhan[1], Darnah Andi Nohe[1, a)], Sri Wahyuningsih[2, b)]
[1] *Laboratorium Statistika Terapan, Jurusan Matematika, Fakultas MIPA. Universitas Mulawarman*
[2]*Laboratorium Ekonomi dan Bisnis, Jurusan Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Mulawarman*

[a]*Corresponding author:* darnah.98@gmail.com
[b]swahyuningsih@fmipa.unmul.ac.id

ABSTRACT

Nonparametric truncated spline regression is a nonparametric regression analysis that utilizes segmented polynomial models. The segmentation feature provides flexibility to the regression model, allowing it to adapt effectively to the local characteristics of the data. This study aims to develop a regression model and identify factors influencing the Human Development Index (HDI) across all provinces in Indonesia using multivariable nonparametric truncated spline regression. HDI is a key indicator for measuring the success of efforts to improve human living standards, providing rankings or levels of development for a region or country. HDI data utilized in this study are sourced from the Central Statistics Agency (BPS) for the year 2020, covering all provinces in Indonesia. The analysis results indicate that the optimal nonparametric truncated spline regression model is found using 1 knot, 2 knots, and 3 knots. Based on the minimum Generalized Cross Validation (GCV) value, the best model is the spline truncated regression with 3 knots, yielding an R2 value of 83.70%. Significant factors influencing HDI include variables such as expected years of schooling, life expectancy at birth, and population size. Through this approach, the research provides in-depth insights into the factors contributing to the level of human development across various provinces in Indonesia.

***Keywords*:** *GCV, Human Development Index, Truncated Spline.*

1. Pendahuluan

Indeks Pembangunan Manusia (IPM) adalah suatu pendekatan yang digunakan sebagai tolak ukur tinggi rendahnya pembangunan manusia (Baeti, 2013). Pembangunan manusia merupakan suatu konsep atau definisi yang pada dasarnya mencakup dimensi pembangunan yang sangat luas. Dalam konsep pembangunan manusia itu sendiri, pembangunan seharusnya dianalisis serta dipahami dari sudut manusianya, bukan hanya dari pertumbuhan ekonominya. Indeks Pembangunan Manusia biasa digunakan untuk mengukur seberapa besar dampak yang ditimbulkan dari upaya peningkatan kemampuan modal dasar manusia.

Masalah indeks pembangunan manusia merupakan salah satu masalah yang krusial dihadapi oleh semua negara terutama negara Indonesia. Berdasarkan data yang didapatkan dari Badan Pusat Statistika (BPS), nilai Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia mengalami kenaikan dari tiga tahun terakhir, pada tahun 2017 sebesar 70,81%, mengalami kenaikan 0,58% pada tahun 2018 sehingga mencapai nilai sebesar 71,39%, dan mengalami kenaikan lagi sebesar 0,53% pada tahun 2019 mencapai nilai sebesar 71,92% (BPS, 2019).

Ada beberapa faktor yang memengaruhi pembangunan manusia seperti angka umur harapan hidup, harapan lama sekolah, dan jumlah penduduk. Semakin tinggi angka yang diperoleh maka semakin tercapai tujuan dari pembangunan. Pada penelitian ini peneliti menggunakan regresi nonparametrik *spline truncated* untuk pemodelan data indeks pembangunan manusia di Indonesia.

Regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi, karena data diharapkan mencari sendiri bentuk estimasi kurva regresinya tanpa dipengaruhi oleh faktor subyektifitas peneliti. Salah satu metode estimasi regresi nonparametrik adalah *spline* (Eubank, 1999). Menurut Wahba (1990), *spline* memiliki sifat-sifat statistik yang berguna dan perlu dipertimbangkan sebagai satu metode untuk menganalisis hubungan regresi. Fungsi dasar yang diterapkan dalam pendekatan regresi spline adalah yang bersifat truncated, dan orde model regresi spline truncated dapat diidentifikasi melalui pola antar variabel. Sebuah aspek penting yang tak kalah signifikan adalah penentuan jumlah titik knot dan lokasinya masing-masing, karena hal ini dapat memengaruhi bentuk keseluruhan kurva regresi.

Meskipun telah ada beberapa upaya untuk memodelkan hubungan antara faktor-faktor kontributor terhadap Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Indonesia, kebanyakan studi yang ada masih menggunakan pendekatan regresi parametrik yang cenderung terbatas dalam menangkap pola kompleks dan non-linier yang mungkin ada dalam data IPM. Kesenjangan penelitian ini menjadi semakin menonjol mengingat pentingnya pemahaman yang mendalam terhadap faktor-faktor yang memengaruhi perkembangan manusia di Indonesia. Oleh karena itu, penelitian ini perlu untuk mengisi kesenjangan dengan menerapkan model regresi

p-ISSN 2085-7829
e-ISSN 2798-3455

nonparametrik, seperti spline truncated, yang dapat memberikan fleksibilitas yang diperlukan dalam menggambarkan hubungan kompleks antara variabel-variabel dengan IPM. Urgensi penelitian ini sangat nyata mengingat adanya wabah penyakit pada tahun 2019 sehingga menjadi tuntutan tersendiri dalam pembangunan indeks manusia di Indonesia.

2. Tinjauan Pustaka

2.1 Analisis Regresi

Gujarati (2003) menyatakan bahwa analisis regresi merupakan kajian terhadap hubungan satu variabel yang biasa disebut variabel yang diterangkan (*the explained variabel*) dengan variabel yang menerangkan. Variabel yang diterangkan selanjutnya disebut sebagai variabel dependen, sedangkan variabel yang menerangkan biasa disebut variabel independen. Analisis regresi adalah suatu pendekatan statistika yang memberikan pemahaman tentang pola hubungan antara dua variabel atau lebih. Jika variabel independen adalah *X* dan variabel dependen adalah *Y*, maka data pengamatan yang akan berpasangan dengan (x_i, y_i) adalah *n*, maka model variabel independen dengan variabel dependen tersebut dapat disajikan sebagai berikut:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i \text{ ; } i = 1,2,3, \ldots, n \tag{1}$$

Menurut Budiantara (2009), regresi *spline* mempunyai keunggulan dalam mengatasi pola data yang menunjukkan naik atau turun tajam dengan bantuan titik-titik knot, serta kurva yang dihasilkan relatif mulus. Salah satu keterbatasan fungsi polinomial terletak pada sifatnya yang bersifat global, mendorong pengembangan fungsi spline truncated sebagai alternatif yang mampu mengatasi kelemahan tersebut. Fungsi spline truncated dirancang untuk mempertahankan sifat fungsi polinomial sambil mengatasi keterbatasan globalnya.

Metode regresi nonparametrik menjadi pilihan saat kurva regresi antara variabel dependen dan variabel independen tidak diketahui bentuk atau polanya. Dengan kata lain, metode ini memberikan fleksibilitas yang lebih besar dalam menyesuaikan diri dengan pola yang kompleks atau tidak terstruktur dalam data. Berdasarkan persamaan (1), $f(x_i)$ merupakan kurva regresi yang dihampiri dengan fungsi *spline* berorde *m* dengan titik knot $K_1, K_2, \ldots, K_q$ yang dapat diberikan oleh persamaan regresi multivariabel sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0 + \sum_{k=1}^{p}\sum_{j=1}^{m} \beta_{kj}\, x_{ki}^{j} + \sum_{k=1}^{p}\sum_{h=1}^{q} \gamma_{k(m+h)}\, (x_{ki} - K_{hk})_{+}^{m} + \varepsilon_i \tag{2}$$

2.2 Pemilihan Titik Knot

Wahba (1990) memberikan suatu metode yang baik untuk memilih titik *knot* optimal yaitu metode *Generalized Cross Validation* (GCV). Secara teoritis bahwa metode GCV mempunyai sifat optimal asimtotik. Titik knot yang optimal dapat ditentukan berdasarkan nilai Generalized Cross Validation (GCV) yang minimal. Rumus metode GCV didefinisikan sebagai berikut:

$$GCV(\boldsymbol{K_A}) = \frac{MSE\ (\boldsymbol{K_A})}{(n^{-1} trace[\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A}(\boldsymbol{K_A})])^2} \tag{3}$$

dengan:

$$MSE(\boldsymbol{K_A}) = n^{-1} \sum_{j=1}^{n} \left(y_i - \hat{f}(x_i)\right)^2 \tag{4}$$

dengan ***K*** adalah titik knot pertama hingga titik knot ke terakhir dan ***I*** adalah matriks identitas.

2.3 Uji Simultan dan Uji Parsial

Uji simultan merupakan pengujian parameter model regresi secara bersamaan. Tujuan dari uji simultan ini adalah untuk menguji signifikansi dari seluruh parameter yang ada dalam model secara keseluruhan. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:.

H_0 : $\beta_0 = \beta_{1.1} = \beta_{1.2} = \cdots = \beta_{p;(1+q)} = 0$

(Semua variabel prediktor tidak berpengaruh terhadap variabel respon)

H_1 : minimal terdapat satu $\beta_{k(1+h)} \neq 0$; dimana $h = 1,2, \ldots, 1+q$

(Paling sedikit ada satu variabel prediktor yang tidak berpengaruh terhadap variabel respon)

Statistik uji yang digunakan adalah uji F yaitu:

$$F_{hitung} = \frac{KTR}{KTE} \tag{5}$$

dengan:

KTR = Kuadrat tengah regresi

KTE = Kuadrat tengah *error*

dan daerah penolakannya adalah : H_0 ditolak apabila $F_{hit} > F_{\alpha;(m+q),n-(m+q)-1)}$ atau *p-value* $\leq \alpha$.

Dari uji simultan, dapat disimpulkan bahwa setidaknya satu parameter β_k memiliki signifikansi.

p-ISSN 2085-7829
e-ISSN 2798-3455

Selanjutnya, dilakukan pengujian individual terhadap setiap parameter yang signifikan dan yang tidak signifikan melalui uji parsial. Rumusan hipotesisnya adalah sebagai berikut:.

$H_0 : \beta_{k(1+h)} = 0$; dimana $k = 1,2, \dots, p$, $h = 1,2, \dots, 1 + q$

(Variabel independen tidak berpengaruh terhadap variabel variabel dependen)

$H_1 : \beta_{k(1+h)} \neq 0$; dimana $k = 1,2, \dots, p$, $h = 1,2, \dots, 1 + q$

(Variabel independen berpengaruh terhadap variabel dependen)

Statistik uji yang digunakan pada pengujian parameter parsial dapat dituliskan dalam persamaan sebagai berikut:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_k}{SE(\hat{\beta}_k)}, k = 1,2, \dots, p \tag{6}$$

dengan:

$$SE(\hat{\beta}_k) = \sqrt{var(\hat{\beta}_{kj})} \tag{7}$$

H_0 ditolak apabila nilai $t_{hitung} > t_\alpha$, maka ada pengaruh variabel independen terhadap variabel dependen.

2.4 Koefisien Determinasi (R^2)

Koefisien determinasi berfungsi mengukur seberapa besar kemampuan model dalam menerangkan variabel dependen (uji *goodness of fit*). Koefisien bernilai 0 sampai 1. Semakin besar nilai koefisien tersebut maka variabel-variabel independen lebih mampu menjelaskan variasi variabel dependen. Rumus untuk menghitung R^2 adalah:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \hat{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y})^2} \tag{8}$$

Keterangan: (Gujarati, 2003)

R^2 = Koefisien determinasi

$\bar{y}$ = variabel rata-rata y

$\hat{y}_i$ = variabel dependen dengan data populasi

y_i = nilai variabel y untuk pengamatan ke-*i*

2.5 Multikolinieritas

Menurut Ghozali (2012), identifikasi multikolinearitas bertujuan untuk mengetahui apakah suatu model regresi terdapat korelasi antar variabel independen. Multikolinearitas dapat dilihat dari *Variance Inflation Factor* (VIF). Nilai yang dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{VIF} = \frac{1}{1 - R_k^2} \tag{9}$$

Keterangan :

k = Jumlah variabel 1, 2, …, p

R_k^2 = Koefisien determinasi variabel bebas ke – k

Nilai *cut off* yang umum dipakai untuk menunjukkan adanya multikolinearitas adalah nilai VIF $\geq$ 10.

3. Bahan dan Metode

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder, yaitu data Indikator Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dengan populasi yang digunakan pada penelitian ini adalah seluruh provinsi di Indonesia dan sampel yang digunakan dalam penelitian ini adalah sampel data Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di 34 provinsi yang ada di Indonesia pada tahun 2020. Berikut adalah tabel definisi operasional dalam bentuk sederhana untuk model regresi nonparametrik *spline truncated* pada indeks pembangunan manusia di Indonesia:

Tabel 3.1 Definisi Operasional

Variabel	Konsep Abstrak	Definisi Operasional
Harapan Lama Sekolah	Target Pendidikan Maksimal	Jumlah tahun pendidikan yang diharapkan oleh individu hingga mencapai tingkat tertentu, diukur dari saat memulai pendidikan formal hingga mencapai tujuan akademis tertentu atau lulus dari tingkat tertentu.
Umur Harapan Hidup	Rata – rata umur	Rata-rata umur yang diharapkan seseorang untuk mencapai berdasarkan data statistik dari populasi yang relevan. Umur harapan hidup diukur dalam satuan tahun dan dapat diambil dari statistik nasional, regional, atau global.
Jumlah Penduduk	Populasi	Total jumlah individu yang mendiami suatu wilayah atau negara pada suatu waktu tertentu, diukur dalam satuan orang pada suatu daerah.

4. Hasil dan Pembahasan

4.1 Deskripsi Data

Deskripsi data dinyatakan dalam jumlah data, rata – rata, simpangan baku, nilai minimum dan nilai

p-ISSN 2085-7829
e-ISSN 2798-3455

maksimum.

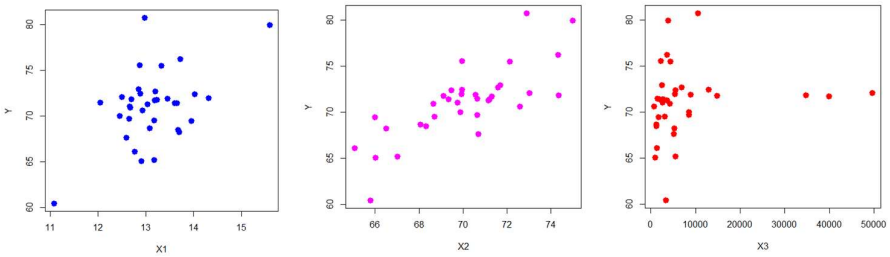
Tabel 3.2 Deskripsi Data

Variabel	Banyak Data	Rata - Rata	Simpangan Baku	Minimum	Maksimum	Daerah (Minimum/ Maksimum
Y	34	71,08	3,90	60,44	80,77	Papua/DKI Jakarta
X_1	34	13,13	0,74	11,08	15,59	Papua/DI Yogyakarta
X_2	34	70,04	2,52	65,06	74,99	Sulawesi Barat/ DI Yogyakarta
X_3	34	7.929,51	1.1253,68	708,4	49.565,20	Kalimantan Utara/Jawa Barat

Berdasarkan Tabel 3.2 diatas dapat diketahui nilai dari variabel Indek Pembangunan Manusia terhadap variabel Harapan Lama Sekolah, Umur Harapan Hidup Saat Lahir, dan Jumlah penduduk.

4.2 Pola Hubungan

Pengamatan pola hubungan terlebih dahulu dilakukansebelum penentuan metode regresi yang dapat dilihat pada Gambar 3.1 sebagai berikut.



Gambar 3.1 Scatter Plot Antara IPM dengan variabel x_1, x_2, dan x_3

Dengan merujuk pada Gambar 3.1, dapat diamati bahwa pola hubungan antara IPM dan variabel X_1, X_2, dan X_3 tidak membentuk suatu pola yang spesifik. Oleh karena itu, metode regresi nonparametrik *spline truncated* dapat digunakan.

4.3 Pemeriksanaan Multikolinieritas

Pemeriksaan multikolinieritas bertujuan untuk mengetahui apakah suatu model regresi terdapat korelasi antar variabel independen.

Tabel 3.3 Nilai VIF Untuk Masing-Masing Variabel

Variabel	X_1	X_2	X_3
VIF	1,13	1,29	1,25

Berdasarkan Tabel 3.3 dapat diketahui bahwa nilai VIF untuk semua variabel independen < 10, maka dapat disimpulkan bahwa tidak terjadi multikolinieritas antar variabel independen.

4.4 Titik Knot Optimal

Tabel 3.4 menyajikan perbandingan nilai minimum GCV pada titik knot optimal dengan satu titik knot, dua titik knot, dan tiga titik knot.

Tabel 3.4 Perbandingan Titik Knot Optimal

Jumlah Titik Knot	X_1	X_2	X_3	GCV
Satu Titik Knot	12,17	67,46	12.501,42	5,49
Dua Titik Knot	11,85 12,01	66,77 67,11	9.131,98 10.816,70	5,05
Tiga Titik Knot	11,85 12,01 12,16	66,77 67,11 67,45	9.131,98 10.816,7 12.501,42	4,30

Berdasarkan Tabel 3.4 terlihat bahwa nilai GCV yang paling rendah terdapat pada model dengan tiga titik knot. Setelah mendapatkan nilai titik knot yang optimal, langkah selanjutnya adalah membuat model regresi nonparametrik yang dibentuk dengan menggunakan tiga titik knot tersebut, yaitu:

p-ISSN 2085-7829
e-ISSN 2798-3455

$$\begin{aligned}\hat{y}_i = &-0{,}153 + 1{,}0104x_{1.i} + 0{,}7874(x_{1.i} - 11{,}85)_+ - 0{,}00009(x_{1.i} - 12{,}01)_+ \\ &+ 0{,}6813(x_{1.i} - 12{,}16)_+ + 0{,}2765x_{2.i} - 0{,}0961(x_{2.i} - 66{,}77)_+ + 3{,}1072(x_{2.i} - 67{,}11)_+ \\ &+0{,}0539(x_{2.i} - 67{,}45)_+ - 3{,}1433x_{3.i} + 0{,}0057(x_{3.i} - 9.131{,}98)_+ \\ &-0{,}0101(x_{3.i} - 10.816{,}7)_+ + +0{,}0045(x_{3.i} - 12.501{,}42)_+\end{aligned} \tag{10}$$

Model regresi nonparametrik spline truncated dengan tiga titik knot pada persamaan (10) mencapai nilai R^2 sebesar 83,07%.

4.5 Uji Simultan

Dilakukan pengujian simultan dengan menguji signifikansi dari semua parameter yang ada dalam model secara keseluruhan. yang ditunjukkan pada Tabel 3.5.

Tabel 3.5 Pengujian Simultan

Sumber	df	Jumlah Kuadrat	Kuadrat Tengah	F hitung	*p-value*
Regresi	12	420,51	35,04		
Error	21	85,65	2,51	13,90	$2{,}15 \times 10^{-7}$
Total	21	502,41			

Berdasarkan Tabel 3.5 dapat dilihat bahwa *p-value* adalah sebesar $2{,}15 \times 10^{-7}$ nilai tersebut berada di bawah nilai α (0,05), menunjukkan bahwa H_0 dapat ditolak. Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa setidaknya satu parameter memiliki signifikansi terhadap Indeks Pembangunan Manusia.

4.6 Uji Parsial

Uji parameter secara parsial dilakukan dengan tujuan untuk mengidentifikasi variabel yang memiliki pengaruh signifikan terhadap Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia.

Tabel 3.6 Pengujian Parsial

Variabel	Parameter	Estimasi	t-Hitung	*p-value*	Keputusan
-	β_0	$-0{,}152$	$-1{,}93$	$6{,}62 \times 10^{-2}$	Tidak Berpengaruh
X_1	$\beta_{1.1}$	$1{,}01$	$4{,}34$	$2{,}83 \times 10^{-4}$	Berpengaruh
	$\beta_{1.2}$	$7{,}87 \times 10^{-1}$	$15{,}37$	$6{,}70 \times 10^{-13}$	
	$\beta_{1.3}$	$-9{,}59 \times 10^{-5}$	$-0{,}72$	$4{,}76 \times 10^{-1}$	
	$\beta_{1.4}$	$6{,}81 \times 10^{-1}$	$4{,}07$	$5{,}41 \times 10^{-4}$	
X_2	$\beta_{2.1}$	$2{,}76 \times 10^{-1}$	$2{,}26$	$3{,}40 \times 10^{-2}$	Berpengaruh
	$\beta_{2.2}$	$-9{,}61 \times 10^{-2}$	$-0{,}37$	$7{,}11 \times 10^{-1}$	
	$\beta_{2.3}$	$3{,}10$	$2{,}12$	$4{,}51 \times 10^{-2}$	
	$\beta_{2.4}$	$5{,}39 \times 10^{-2}$	$1{,}11$	$2{,}76 \times 10^{-1}$	
X_3	$\beta_{3.1}$	$-3{,}14$	$-2{,}05$	$5{,}30 \times 10^{-2}$	Berpengaruh
	$\beta_{3.2}$	$5{,}68 \times 10^{-3}$	$4{,}34$	$2{,}83 \times 10^{-4}$	
	$\beta_{3.3}$	$-1{,}01 \times 10^{-2}$	$-4{,}09$	$5{,}21 \times 10^{-4}$	
	$\beta_{3.4}$	$4{,}49 \times 10^{-3}$	$3{,}25$	$3{,}80 \times 10^{-3}$	

Berdasarkan Tabel 3.6 dapat dilihat jika nilai *p-value* kurang dari α, yaitu 0,05, maka estimasi parameter H_0 ditolak. Sejumlah 8 parameter pada model regresi nonparametrik *spline truncated* mengalami penolakan H_0., karena *p-value* lebih kecil dari α (0,05). Untuk model parameter sisanya merupakan parameter model yang H_0 gagal ditolak dengan berjumlah 5 parameter, namun setiap parameter model variabel berpengaruh, yaitu persentase persentase Harapan Lama Sekolah (X_1), persentase Umur Harapan Hidup Saat Lahir (X_2), dan persentase Jumlah Penduduk (X_3).

4.7 Interpretasi Model Regresi

Berdasarkan hasil analisis sebelumnya, model regresi nonparametrik spline truncated terbaik ditemukan dengan menggunakan tiga titik knot. Model dari persamaan (10) dapat dilihat sebagai berikut.

a. Jika variabel x_2 dan x_3 dianggap konstan, maka dampak atau pengaruhnya dapat dievaluasi secara lebih terfokus Harapan Lama Sekolah (x_1) terhadap jumlah data Indeks Pembangunan Manusia adalah

$$\begin{aligned}\hat{y}_i = &-0{,}15 + 1{,}01x_{1i} + 0{,}78(x_{1i} - 11{,}85)_+ - 0{,}01(x_{1i} - 12{,}01)_+ \\ &+ \quad 0{,}68(x_{1i} - 12{,}16)_+\end{aligned} \tag{11}$$

p-ISSN 2085-7829
e-ISSN 2798-3455

$$\hat{y} = \begin{cases} -0{,}15 + 1{,}01x_1 & x_1 < 11{,}85 \\ -9{,}48 + 1{,}79x_1 & 11{,}85 \le x_1 < 12{,}01 \\ -9{,}48 + 1{,}79\,x_1 & 12{,}01 \le x_1 < 12{,}16 \\ -17{,}76 + 2{,}47x_1 & x_1 \ge 12{,}16 \end{cases}$$

b. Jika variabel x_1 dan x_3 dianggap konstan, maka dampak atau pengaruhnya dapat dievaluasi secara lebih terfokus Umur Harapan Hidup Saat Lahir (x_2) terhadap data Indeks Pembangunan Manusia adalah

$$\hat{y}_i = -0{,}15 + 0{,}27x_{2i} - 0{,}09(x_{2i} - 66{,}77)_+ + 3{,}10(x_{2i} - 67{,}11)_+ + 0{,}05(x_{2i} - 67{,}45)_+$$

$$\hat{y} = \begin{cases} -0{,}15 + 0{,}27x_2 & x_2 < 66{,}77 \\ 6{,}26 + 0{,}18x_2 & 66{,}77 \le x_2 < 67{,}11 \\ -202{,}26 + 3{,}28x_2 & 67{,}11 \le x_2 < 67{,}45 \\ -205{,}89 + 3{,}34x_2 & x_2 \ge 67{,}45 \end{cases} \quad (12)$$

c. Jika variabel x_1, dan x_2 dianggap konstan, maka dampak atau pengaruhnya dapat dievaluasi secara lebih terfokus Jumlah Penduduk (x_3) terhadap data Indeks Pembangunan Manusia adalah

$$\hat{y}_i = -0{,}15 - 3{,}14x_{3i} + 0{,}01(x_{3i} - 9.131{,}98)_+ - 0{,}01(x_{3i} - 10.816{,}7)_+ + 0{,}01(x_{3i} - 12.501{,}42)_+$$

$$\hat{y} = \begin{cases} -0{,}15 - 3{,}14x_3 & x_3 < 9.131{,}98 \\ -52{,}20 - 3{,}13x_3 & 9.131{,}98 \le x_3 < 10.816{,}7 \\ 57{,}04 - 3{,}14x_3 & 10.816{,}7 \le x_3 < 12.501{,}42 \\ 0{,}78 - 3{,}14x_3 & x_3 \ge 12.501{,}42 \end{cases} \quad (13)$$

Berdasarkan persamaan (11) hingga persamaan (13) dapat diinterpretasikan dengan contoh persamaan (11). Jika Harapan Lama Sekolah berada dalam rentang kurang dari 11,85 tahun dan bertambah 1 tahun, maka Indeks Pembangunan Manusia cenderung meningkat sebesar 1,01. Apabila Harapan Lama Sekolah berada di antara 11,85 tahun dan 12,01 tahun, dan bertambah 1 tahun, maka Indeks Pembangunan Manusia diperkirakan naik sebesar 1,79. Jika Harapan Lama Sekolah berada di antara 12,01 tahun dan 12,16 tahun, dan bertambah 1 tahun, maka Indeks Pembangunan Manusia juga cenderung meningkat sebesar 1,79. Namun, jika Harapan Lama Sekolah lebih dari atau sama dengan 12,16 tahun dan bertambah 1 tahun, maka persentase kenaikan Indeks Pembangunan Manusia diperkirakan sebesar 2,47. Hal ini berdasarkan model regresi untuk variabel X_1.

5. Kesimpulan

Model regresi nonparametrik *spline truncated* yang terbaik digunakan untuk memodelkan Indeks Pembangunan Manusia, yaitu menggunakan 3 titik knot dengan nilai GCV yang paling minimum sebesar 4,30 dengan R^2 sebesar 83,07%. Berdasarkan hasil uji simultan variabel Harapan Lama Sekolah, Umur Harapan Hidup Saat Lahir, dan Jumlah Penduduk berpengaruh terhadap variabel Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia, sedangkan berdasarkan hasil uji parsial disimpulkan bahwa terdapat 8 parameter yang berpengaruh dan 5 parameter yang tidak berpengaruh terhadap variabel Indeks Pembangunan Manusia di Indonesia. Model regresi nonparametrik *spline truncated* yang diterapkan pada Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Indonesia dengan mempertimbangkan variabel temuan ini memberikan gambaran yang lebih nuansa dan adaptif, sehingga dalam penelitian selanjutnya bisa menambahkan variabel dengan kombinasi knots.

Referensi

Badan Pusat Statistika Kabupaten Magelang. (2017). *Berita Resmi Statistik Kabupaten Magelang*, No. 02/05/33.08/Th. I.

Badan Pusat Statistik Kalimantan Timur. (2018). *Kalimantan Timur Dalam Angka 2018.* Samarinda ; BPS Provinsi Kalimantan Timur.

Badan Pusat Statistik Kalimantan Timur. (2019). *Kalimantan Timur Dalam Angka 2019.* Samarinda ; BPS Provinsi Kalimantan Timur.

Badan Pusat Statistik Kalimantan Timur. (2020). *Kalimantan Timur Dalam Angka 2020.* Samarinda ; BPS Provinsi Kalimantan Timur.

Baeti, N. (2013). Pengaruh Pengangguran, pertumbuhan ekonomi, Dan Pengeluaran Pemerintah Terhadap Pembangunan Manusia Kabupaten/Kota Di Provinsi Jawa Tengah Tahun 2007-201. *Jurnal Ekonomi Pembangunan*.

Budiantara, I. N. (2005). Model Keluarga Spline Polinomial Truncated dalam Regresi Semiparametrik. *Berkala MIPA*, 15(3).

Budiantara, I. N. (2009). Spline dalam Regresi Nonparametrik : Sebuah Pemodelan Statistika Masa Kini dan Masa Mendatang. *Jurnal Sains Dan Seni Pomits*, 3(1), 2337-3520.

p-ISSN 2085-7829
e-ISSN 2798-3455

Eubank, R. L. (1988). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*. New York: Marcel Dekker Inc.
Eubank, R. L. (1999). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*, 2nded. New York: Marcel Dekker.
Eubank, R.L. (1998). *Nonparametric Regression and Spline Smoothing.* New York: Marcel Dekker.
Ghozali, I. (2012). *Aplikasi Analisis Multivariate dengan Program IBM SPSS 20.* Semarang: Badan Penerbit – Universitas Diponegoro.
Gujarati, D. (2003). *Basic Econometric*. Jakarta: Erlangga.
Wahba, G. (1990). *Spline Model far Observational Data.* Philadelphia : SIAM XII.

p-ISSN 2085-7829
e-ISSN 2798-3455