PENGAPLIKASIAN MODEL REGRESI WEIBULL *UNIVARIAT* PADA DATA WAKTU (TERSENSOR KANAN) RAWAT INAP PASIEN DBD DI RS DIRGAHAYU SAMARINDA

Mega Gustiani[1*], Suyitno[1], Yuki Novia Nasution[1]

[1]Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,

Universitas Mulawarman, Indonesia.

Corresponding author: megagustiani76@gmail.com

Abstrak. Regresi weibull adalah distribusi Weibull dengan parameter skala dinyatakan dalam parameter regresi. Model regresi Weibull pada umumnya diaplikasikan pada data waktu. Model-model regresi Weibull antara lain model regresi Weibull *survival* dan model regresi Weibull *hazard*. Model regresi Weibull pada penelitian ini diaplikasikan pada data waktu (tersensor kanan) rawat inap pasien Demam Berdarah *Dengue* di RS Dirgahayu Samarinda. Tujuan penelitian ini adalah penaksiran parameter model-model regresi Weibull dan parameter adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Berdasarkan hasil penelitian hampiran penaksir *Maximum Likelihood* diperoleh menggunakan metode iteratif Newton-Raphson. Berdasarkan pengujian hipotesis, faktor- menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap waktu rawat inap pasien DBD di RS Dirgahayu Samarinda. Metode penaksiran faktor yang berpengaruh terhadap waktu rawat inap pasien DBD adalah hematokrit tertinggi dan hematokrit terendah dalam darah pasien.

Kata kunci*:* Metode Iteratif Newton-Raphson, Model Regresi Weibull *Survival*, Model Regresi Weibull *Hazard*, DBD, MLE

1. PENDAHULUAN

Regresi Weibull adalah pengembangan dari distribusi Weibull dengan parameter skala dinyatakan dalam parameter regresi, yakni parameter skala yang dipengaruhi langsung oleh kovariat. Pembahasan tentang distribusi Weibull terbatas pada penaksiran parameter dan pengujian distribusi, sedangkan dalam realitasnya data waktu *survival* dipengaruhi oleh variabel eksternal (*explanatory variable*) atau kovariat. Hal ini mendasari perlunya pengembangan dari distribusi Weibull menjadi regresi Weibull. Model-model regresi Weibull antara lain regresi *survival* dan regresi *hazard*.

Pembahasan model regresi Weibull berbeda dengan model regresi linier berganda. Pemodelan regresi Weibull pada umumnya tidak digunakan untuk memprediksi respon (memprediksi waktu) tetapi lebih ditekankan pada perubahan fungsi *survival* dan fungsi *hazard* setelah dipengaruhi oleh kovariat. Pada umumnya aplikasi model regresi pada data waktu membahas tentang peluang *survive* dan penentuan *rate* (laju) suatu individu beresiko mengalami suatu *event*. Contoh data waktu adalah lama waktu penyembuhan pasien dari penyakit tertentu. Penelitian tentang teori dan aplikasi regresi Weibull masih terbatas. Sementara itu, banyak permasalahan di bidang kesehatan dan kedokteran yang dapat diselesaikan menggunakan model regresi Weibull. Pengembangan metode statistika khususnya penaksiran parameter dan penentuan statistik uji pada model-model regresi Weibull dan penerapannya perlu dilakukan. Berdasarkan permasalahan tersebut maka dalam penelitian ini dibahas pengaplikasian model regresi Weibull dalam pada data waktu (tersensor kanan) rawat inap pasien DBD di Rumah Sakit Dirgahayu Samarinda. Metode penaksiran parameter adalah *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang diselesaikan dengan metode iteratif Newton-Raphson.

2. TUJUAN PENELITIAN

Tujuan dari penelitian ini adalah penaksiran parameter model-model regresi Weibull dan menentukan faktor-faktor yang berpengaruh terhadap waktu rawat inap pasien DBD di RS Dirgahayu Samarinda

3. METODOLOGI

Rancangan penelitian adalah studi literatur dan kajian empiris. Jenis penelitian adalah non eksperimen yaitu penelitian yang observasinya dilakukan terhadap sejumlah ciri (variabel) subjek penelitian menurut keadaan apa adanya, tanpa ada manipulasi (intervensi) peneliti. Tempat pengambilan data yaitu Rumah Sakit Dirgahayu kota Samarinda Provinsi Kalimantan Timur, sedangkan penelitian dilakukan di Laboratorium Statistika Terapan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman.

Teknik sampling penelitian ini adalah *purposive sampling*. Teknik analisis data penelitian terdiri analisis model regresi *survival* Weibull dan model *hazard* Weibull. Tahapan analisis data pada model regresi Weibull adalah penaksiran parameter model regresi weibull, pengujian hipotesis parameter model regresi secara serentak dan parsial.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Variabel penelitian ini terdiri dari variabel respon dan kovariat. Variabel respon adalah waktu rawat inap pasien penderita DBD di Rumah Sakit Dirgahayu pada Juni 2018 hingga Juni 2019 yang disimbolkan dengan T dengan satuan pengukuran hari. Variabel kovariat dalam penelitian ini adalah usia (X_1) dengan satuan pengukuran adalah tahun, jumlah trombosit (X_2) dengan satuan pengukuran adalah ribu/mm^3. Kadar hematokrit terendah (X_3) dan hematokrit tertinggi (X_4) dengan satuan pengukuran adalah %. *Event* pada penelitian ini yaitu sembuh, yaitu pasien setelah dirawat inap di RS Dirgahayu. Penentuan data waktu tersensor kanan yaitu jika pasien belum sembuh setelah dirawat selama 7 hari atau pasien meninggal sebelum masa perawatan 7 hari berakhir.

4.1 Penaksiran Parameter Model Regresi Weibull Univariat

Model RWU pada penelitian ini terdiri dari model regresi fungsi *survival* dan regresi fungsi hazard. Model regresi Weibull univariat untuk fungsi *survival* adalah

$$S(t) = \exp\left[-t^{\gamma} \exp\left[-\gamma \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}\right]\right]. \tag{1}$$

Model regresi *hazard* Weibull adalah

$$h(t) = \gamma t^{\gamma-1} \exp\left[-\gamma \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}\right]. \tag{2}$$

Penaksiran parameter RWU menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang diselesaikan dengan metode iteratif Newton-Raphson. Penentuan penaksir ML ($\hat{\boldsymbol{\theta}}$) dengan metode Newton Raphson diperlukan perhitungan vektor gradien dan matriks Hessian. Algoritma iterasi Newton-Raphson yang diberikan oleh

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)} - [\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q+1)})]^{-1} \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)}), \tag{3}$$

dengan $q = 1, 2, ...$ dan $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \left[\hat{\gamma}_0\ \hat{\beta}_0\ \hat{\beta}_1\ \hat{\beta}_2\ \hat{\beta}_3\ \hat{\beta}_4\right]^T$ (Khuri,2003).

Vektor gradien $\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta})$ diberikan oleh

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial(\boldsymbol{\theta})} = \left[\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma}\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_0}\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_1}\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_2}\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_3}\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_4}\right]^T. \tag{4}$$

Komponen-komponen vektor gradien pada persamaan (4.4) dapat dinyatakan dalam bentuk umum yaitu

$$\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \gamma} = \sum_{i=1}^{n} \left(\delta_i \left[\frac{1}{\gamma} + \ln t_i - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i\right]\right) + \sum_{i=1}^{n} ([\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i - \ln t_i] t_i^{\gamma} \exp[-\gamma \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i]), \tag{5}$$

dan

$$\frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial \beta_k} = \sum_{i=1}^{n} (-\delta_i \gamma X_{ki} + \gamma t_i^{\gamma} X_{ki} \exp[-\gamma \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}_i]) \text{ untuk } k=0,1,2,...,\text{p} \tag{6}$$

Matriks Hessian $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$ adalah matriks turunan orde kedua dari fungsi *log-likelihood*. Matriks Hessian diberikan oleh

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = \left[\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial(\boldsymbol{\theta})\partial(\boldsymbol{\theta})}\right]_{(p+1)(p+1)}. \tag{7}$$

Komponen-komponen matriks Hessian pada persamaan (7) dapat dinyatakan dalam bentuk umum yaitu

$$\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\gamma^2} = \sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{\delta_i}{\gamma^2} + [\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{x}_i - \ln(t_i)]t_i^{\gamma}\exp[-\gamma\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{x}_i][\ln(t_i) - \boldsymbol{\beta}^T\mathbf{x}_i]\right), \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_k\partial\beta_{k^*}} = \sum_{i=1}^{n}\left(-\gamma^2 X_{ki}X_{ti}t_i^{\gamma}\exp\left[-\gamma\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{x}_i\right]\right), \tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\gamma\partial\beta_k} = \frac{\partial^2 \ell(\boldsymbol{\theta})}{\partial\beta_k\partial\gamma} = \sum_{i=1}^{n}-\delta_i X_{ki} + \sum_{i=1}^{n}\left([1-\gamma(\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{x}_i - \ln t_i)]X_{ki}t_i^{\gamma}\exp[-\gamma\boldsymbol{\beta}^T\mathbf{x}_i]\right), \tag{10}$$

Berdasarkan persamaan (4.7) diperoleh matriks informasi Fisher yaitu

$$\mathbf{I}_f(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = -E[\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}})] = -[\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}})] \tag{11}$$

[3]

Perhitungan penaksiran parameter menggunakan software Octave 4.2.1 dan hasil perhitungan dapat dilihat pada Tabel 4.1

Tabel 1: Penaksir Parameter Model RWU

Parameter	Taksiran
γ	2,4967
β_0	2,1665
β_1	-0,0022495
β_2	$-1{,}2302.10^{-6}$
β_3	-0,03769
β_4	0,026505

Berdasarkan hasil penaksiran parameter pada model RWU pada Tabel 4.1 diperoleh model regresi *survival* Weibull adalah

$$S(t) = \exp\left[-t^{2,4967}\exp\left[5,4091 - 0,0056X_1 - 0,0076X_2 - 0,0941X_3 + 0,0662X_4\right]\right],$$

model regresi *hazard* Weibull adalah

$$h(t) = 2,4967t^{1,4967}\exp\left[5,4091 - 0,0056X_1 - 0,0076X_2 - 0,0941X_3 + 0,0662X_4\right].$$

4.2 Pengujian Hipotesis Parameter Regresi Model RWU Secara Serentak

Pengujian regresi secara serentak bertujuan untuk mengkonfirmasi apakah parameter-parameter yang telah ditaksir memberikan model regresi yang layak (fit) atau belum. Hipotesis parameter secara serentak adalah

H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$

(Model Regresi Weibull Univariat tidak layak (tidak *fit*))

H_1 : Paling sedikit ada satu $\beta_k \neq 0$, untuk $k = 1, 2, 3, 4$

(Model Regresi Weibull Univariat layak (*fit*))

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji G yang berdistribusi χ_p^2 dengan db=4. Statistik uji G dapat dihampiri oleh

$$G = \hat{\mathbf{B}}^T [\mathbf{I}^{22}(\hat{\boldsymbol{\theta}})]^{-1} \hat{\mathbf{B}} \quad (12)$$

dengan $\hat{\mathbf{B}} = [\hat{\beta}_1\ \hat{\beta}_2\ \hat{\beta}_3\ \hat{\beta}_4]^T$ dan $[\mathbf{I}^{22}(\hat{\boldsymbol{\theta}})]$ diperoleh dari matriks informasi Fisher dengan menghapus baris pertama dan kolom pertama [2]. Hasil pengujian hipotesis parameter RWU secara serentak disajikan pada Tabel

Tabel 2: Statistik Uji dan Keputusan Uji Parameter RWU Secara Serentak

Statistik Uji G	$\chi^2_{(0,05;4)}$	*P-value*	Keputusan
17,0421	9,4880	0,0044	H_0 ditolak

Berdasarkan hasil perhitungan statistik uji yang disajikan pada Tabel 4.2, diputuskan menolak H_0 pada taraf signifikansi 0,05 dengan nilai G = 17,0421 > $\chi^2_{(0,05;4)}$ = 9,4880 atau *p-value* = 0,0044 < α = 0,05. Disimpulkan bahwa model regresi Weibull univariat *fit* atau usia, trombosit, hematokrit tertinggi dan hematokrit terendah secara bersama-sama berpengaruh terhadap model regresi *survival* Weibull dan model regresi *hazard* Weibull.

4.3 Pengujian Hipotesis Parameter Regresi Model RWU Secara Parsial

Pengujian hipotesis parameter regresi secara parsial untuk mengetahui apakah kovariat tertentu secara individual berpengaruh terhadap model RWU. Hipotesis pengujian secara parsial untuk k tertentu $(k = 1, 2, 3, 4)$ adalah

$H_0 : \beta_k = 0$

(Variabel bebas X_k tidak berpengaruh terhadap model RWU)

$H_1 : \beta_k \neq 0$

(Variabel bebas X_k berpengaruh terhadap model RWU)

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji Wald yang dilambangkan dengan V_{hitung}. Statistik uji V_{hitung} dapat dihampiri oleh

$$V_{hitung} = \frac{\hat{\beta}_k}{\sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_k)}} \sim N(0,1), \quad (10)$$

Daerah kritis pengujian hipotesis adalah H_0 ditolak pada taraf uji α, jika nilai $|V| > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ atau $P_{value} \leq \alpha$. $P_{value} = P(|V| > V_{hitung}) = 1 - 2P(V > |V_{hitung}|)$ dengan V adalah variabel acak berdistribusi $\chi^2_{(\alpha,p)}$ (Pawitan,2001). Berdasarkan hasil perhitungan pada tabel (4.1) hasil pengujian hipotesis parameter RWU secara parsial disajikan pada Tabel 3

Tabel 3: Statistik Uji dan Keputusan Uji Parameter RWU Secara Parsial

Variabel (Koefisien)	SE	V_{hitung}	*P-value*	Keputusan
Konstanta(β_0)	3,1453. 10^{-1}	6,88804	5,6565.10^{-12}	Tolak H_0
Usia (β_1)	3,5406. 10^{-3}	0,63535	0,5252	Gagal tolak H_0
Trombosit (β_2)	7,1173. 10^{-7}	1,72840	0,0839	Gagal tolak H_0
Hematokrit Terendah (β_3)	1,1710. 10^{-2}	3,21874	0,0012	Tolak H_0
Hematokrit Tertinggi (β_4)	1,1914. 10^{-2}	2,22479	0,0260	Tolak H_0

Berdasarkan statistik uji Wald yang diperoleh pada tabel 4.3 diperoleh Konstanta (β_0) adalah signifikan. Variabel Hematokrit terendah (X_3) dan variabel Hematokrit tertinggi (X_4) secara individual berpengaruh terhadap kesembuhan dan laju kesembuhan pasien DBD. Hal ini ditunjukan nilai statistik uji V_{hitung} kedua variabel tersebut lebih dari $Z_{(0,975)} = 1,96$ atau nilai *p-value* kedua variabel tersebut lebih kecil dari $\alpha = 0,05$.

5. KESIMPULAN

1. Model regresi *survival* Weibull data waktu rawat inap pasien DBD adalah
   $S(t) = \exp\left[-t^{2,4967} \exp\left[5,4091 - 0,0056X_1 - 0,0076X_2 - 0,0941X_3 + 0,0662X_4\right]\right]$,
   Model regresi *hazard* Weibull data waktu rawat inap pasien DBD adalah
   $h(t) = 2,4967t^{1,4967} \exp\left[5,4091 - 0,0056X_1 - 0,0076X_2 - 0,0941X_3 + 0,0662X_4\right]$.
2. Berdasarkan perhitungan statistik uji G yang terdapat pada tabel 4.2, dapat disimpulkan bahwa usia, trombosit, hematokrit tertinggi dan hematokrit terendah secara bersama-sama berpengaruh terhadap model RWU.
3. Berdasarkan pengujian hipotesis model regresi *survival* Weibull dan model regresi *hazard* Weibull secara parsial diperoleh bahwa faktor-faktor yang mempengaruhi waktu rawat inap pasien DBD di RS Dirgahayu yaitu Hematokrit tertinggi dan Hematokrit terendah.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Khuri, A. I. (2003). *Advanced Calculus with Applications in Statistics 2nd Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken.

[2] Pawitan, Y. (2001). *In All Likelihood Statistical Modelling and Inference Using Likelihood*. Sweden : Clarendon Press-Oxford

[3] Suyitno. (2017). Penaksiran Parameter dan Pengujian Hipotesis Model Regresi Weibull Univariat. *Jurnal EKSPONENSIAL*. 8(2), 179-184.