

E-ISSN 2962 - 6013



**Basis**  
Jurnal ilmiah matematika

VOLUME 2 NOMOR 2  
September 2023

PROGRAM STUDI S-1 MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA & ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS MULAWARMAN

<http://jurnal.fmipa.unmul.ac.id/index.php/Basis>



**Penerbit:**

Program Studi S-1 Matematika  
Jurusan Matematika  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Mulawarman  
Samarinda  
Indonesia

**September, 2023**

**Copyright © 2023 by the Authors**

**Website:** <http://jurnal.fmipa.unmul.ac.id/index.php/Basis>

**Email:** [basis-jim@fmipa.unmul.ac.id](mailto:basis-jim@fmipa.unmul.ac.id)



## **SUSUNAN DEWAN REDAKSI**

### **Editor in Chief**

Dr. Syaripuddin, S.Si., M.Si (Universitas Mulawarman)

### **Deputy Editor in Chief**

Qonita Qurrota A'yun, S.Si, M.Sc (Universitas Mulawarman)

### **Editorial Secretary**

Hardina Sandariria, S.Si, M.Sc (Universitas Mulawarman)

### **Editor**

Prof. Nurdin, M.Si. (Universitas Hasanuddin)  
Syaiful Anam, S.Si., M.T., Ph.D. (Universitas Brawijaya)  
Dr. Muhammad Zakir, M.Si. (Universitas Hasanuddin)  
Yuki Novia Nasution, S.Si., M.Sc. (Universitas Mulawarman)  
Wasono, S.Si, M.Si. (Universitas Mulawarman)  
Brilly Maxel Salindeho, S.Si, M.Si. (Universitas Mulawarman)  
Indriasri Raming, S.Si, M.Si. (Universitas Mulawarman)  
Desi Febriani Putri, S.Si, M.Si. (Universitas Mulawarman)  
Andi Kresna Jaya, S.Si., M. Si. (Universitas Hasanuddin)  
Nurchahya Yulian Ashar, S.Si., M.Sc. (Universitas Diponegoro)

### **Web Layouting**

Fidia Deny Tisna Amijaya, S.Si, M.Si (Universitas Mulawarman)  
Sri Wigantono, S.Si, M.Sc (Universitas Mulawarman)

### **Jurnal Layouting**

Andri Azmul Fauzi, S.Si., M.Si. (Universitas Mulawarman)  
Rinancy Tumilaar, S.Si., M.Si. (Universitas Mulawarman)  
Ryan Rahmad Ramadhan, S.Si (Universitas Mulawarman)

**Reviewer**

Prof. Drs. Dafik, M.Sc., Ph.D. (Universitas Jember)

Dr. M. Ivan Ariful Fathoni, M.Si. (Universitas Nahdhatul Ulama Sunan Giri)

Nur Hamid, Ph.D. (Universitas Nurul Jadid)

Dr. Hadi Hermasyah, S.Si., M.Si. (Politeknik Negeri Balikpapan)

Dr. Rahmat Hidayat, M.Si. (Universitas Cokroaminoto Palopo)

Dr. Muhammad Zakir, M.Si. (Universitas Hasanuddin)

Dr. Ika Hesti Agustin, S.Si., M.Si. (Universitas Jember)

Asmaidi, S.Pd., M.Si. (Universitas Mulawarman)

Moh. Nurul Huda, S.Si, M.Si (Universitas Mulawarman)

## DAFTAR ISI

<b>Judul Artikel</b>	<b>Penulis</b>	<b>Halaman</b>
<i>Penerapan Algoritma Dijkstra dan Algoritma Semut pada Pendistribusian Barang Kimia Farma di Kota Samarinda</i>	Sarah Fadhillah, Wasono Wasono, Qonita Qurrota A'yun	1-11
<i>Implementasi Algoritma Genetika dalam Menentukan Rute Terpendek Pendistribusian Barang PT. J&amp;T Samarinda</i>	Indah Fatikawati, Syaripuddin Syaripuddin, Moh. Nurul Huda	12-21
<i>Penerapan Fuzzy Teori Permainan dalam Menentukan Strategi Optimal Provider di Bangalon</i>	Clara Indriani Puspitasari, Wasono Wasono, Moh. Nurul Huda	22-32
<i>Penentuan Rute Terpendek Distributor Minimarket Menggunakan Algoritma Floyd Warshall</i>	Yola Yohana, Syaripuddin Syaripuddin, Qonita Qurrota A'yun	33-41
<i>Aplikasi Penjadwalan Proyek Menggunakan Metode PERT-CPM pada Pembangunan Ruang Kelas SDN 009 Bontang Baru</i>	Ersin Ersin, Syaripuddin Syaripuddin, Qonita Qurrota A'yun	42-54
<i>Simulasi Numerik Model Transmisi Dinamik Penularan Virus HIVAIDS dengan Efek Sel CD4+T yang Lemah</i>	Gracyella Niken Sekar Arum, Moh. Nurul Huda, Wasono Wasono	55-65

## Penerapan Algoritma Dijkstra dan Algoritma Semut pada Pendistribusian Barang Kimia Farma di Kota Samarinda

Sarah Fadhilah<sup>1\*</sup>, Wasono<sup>1</sup>, Qonita Qurrota A'yun<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Laboratorium Matematika Komputasi Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman*

Dikirim: Desember 2022; Diterima: Maret 2023; Dipublikasi: September 2023

Alamat Email Korespondensi: [sarahfadhilah1999@gmail.com](mailto:sarahfadhilah1999@gmail.com)

### Abstrak

Masalah pendistribusian barang dapat diselesaikan dengan beberapa metode, antara lain algoritma Dijkstra dan algoritma semut. Algoritma Dijkstra merupakan salah satu metode untuk mencari lintasan terpendek dalam suatu graf yang hanya memiliki bobot positif. Adapun algoritma semut diadopsi dari perilaku koloni semut yang dikenal sebagai sistem semut. Secara alamiah, semut mampu menemukan rute terpendek dalam perjalanan dari sarang ke lokasi sumber makanan berdasarkan kepadatan jejak kaki yang dilalui. Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh rute terpendek dan rute terbaik dengan menerapkan algoritma dijkstra dan algoritma semut pada pendistribusian produk di PT. Kimia Farma *Trading and Distribution* kota Samarinda. Pendistribusian barang dilakukan dari titik awal yaitu PT Kimia Farma *Trading and Distribution* di Jalan Gurami No.16 menuju ke delapan apotek di kota Samarinda. Berdasarkan hasil penelitian menggunakan algoritma Dijkstra, didapat jarak terpendek dari titik awal menuju ke apotek B di Jalan Pangeran Hidayatullah No. 27 sebesar 1,23 km, apotek C di Jalan Pangeran Diponegoro No. 68 sebesar 2,3 km, apotek D di Jalan Sungai Pinang Dalam sebesar 4,42 km, apotek E di Jalan Ps. Pagi, Kec. Samarinda Kota sebesar 3,48 km, apotek F di Jalan KH. Agus Salim No. 30 sebesar 3,33 km, apotek G di Jalan Palang Merah sebesar 5,63 km, apotek H di Jalan Dr. Sutomo No. 48 B sebesar 5,73 km dan apotek I di Jalan Jend. Ahmad Yani No. 3 sebesar 7,83 km. Algoritma semut memperoleh jalur terpendek pendistribusian dengan rute  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow D$  dengan jarak sebesar 12,48 km dan kepadatan jejak kaki sebesar 0,25670.

### Kata Kunci:

*Algoritma Dijkstra, Algoritma semut, Pendistribusian, Rute terpendek*

## **PENDAHULUAN**

Riset operasi adalah teknik, alat, dan penerapan metode dalam memberikan penyelesaian optimal terhadap masalah-masalah yang menyangkut teori graf [1]. Salah satu masalah dalam riset operasi adalah masalah jalur terpendek atau *shortest path problem* yang setiap *path* pada graf mempunyai nilai yang dihubungkan dengan nilai *edge path* tersebut. Dari ukuran dasar ini dapat dirumuskan masalah seperti mencari lintasan terpendek antara dua *vertex* dan meminimumkan biaya [2] [3].

Secara umum transportasi juga menghabiskan biaya yang cukup besar. Salah satu cara untuk menekan biaya transportasi adalah dengan menentukan jalur transportasi yang efektif. PT. Kimia Farma *Trading and Distribution* adalah anak perusahaan yang bergerak di bidang layanan distribusi dan perdagangan produk kesehatan dan mendistribusikan produk-produk tersebut.

Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah ini; algoritma Dijkstra adalah salah satu algoritma untuk menyelesaikan masalah jalur terpendek [4] [5] [6]. Tidak hanya itu, mengingat prinsip algoritma yang didasarkan pada perilaku koloni semut dalam menemukan jarak perjalanan paling pendek tersebut yaitu algoritma semut, algoritma semut sangat tepat digunakan untuk diterapkan dalam penyelesaian masalah optimasi, misalkan untuk menentukan jalur terpendek [7].

Penelitian ini memanfaatkan algoritma Dijkstra dan algoritma semut untuk mencari rute terpendek pendistribusian barang PT. Kimia Farma *trading and distribution* cabang Samarinda, dengan tujuan untuk mengimplementasikan dan membandingkan hasil antara algoritma Dijkstra dan algoritma semut.

## **METODE PENELITIAN**

Pada penelitian ini yang menjadi populasi penelitian adalah jalan utama Kota Samarinda Provinsi Kalimantan Timur. Adapun sampel yang diambil adalah jalan utama Kota Samarinda dari PT. Kimia Farma *Trading and Distribution* kota Samarinda yang berada dalam rute menuju delapan apotek Kimia Farma. Teknik *sampling* yang digunakan dalam penelitian ini adalah teknik *purposive sampling*. Pada penelitian ini, variabel penelitian yang digunakan adalah data yang diperoleh dari *Google Maps* yaitu panjang jalan dan rute dari PT. Kimia Farma *trading and distribution* cabang Samarinda menuju beberapa apotek Kimia Farma.

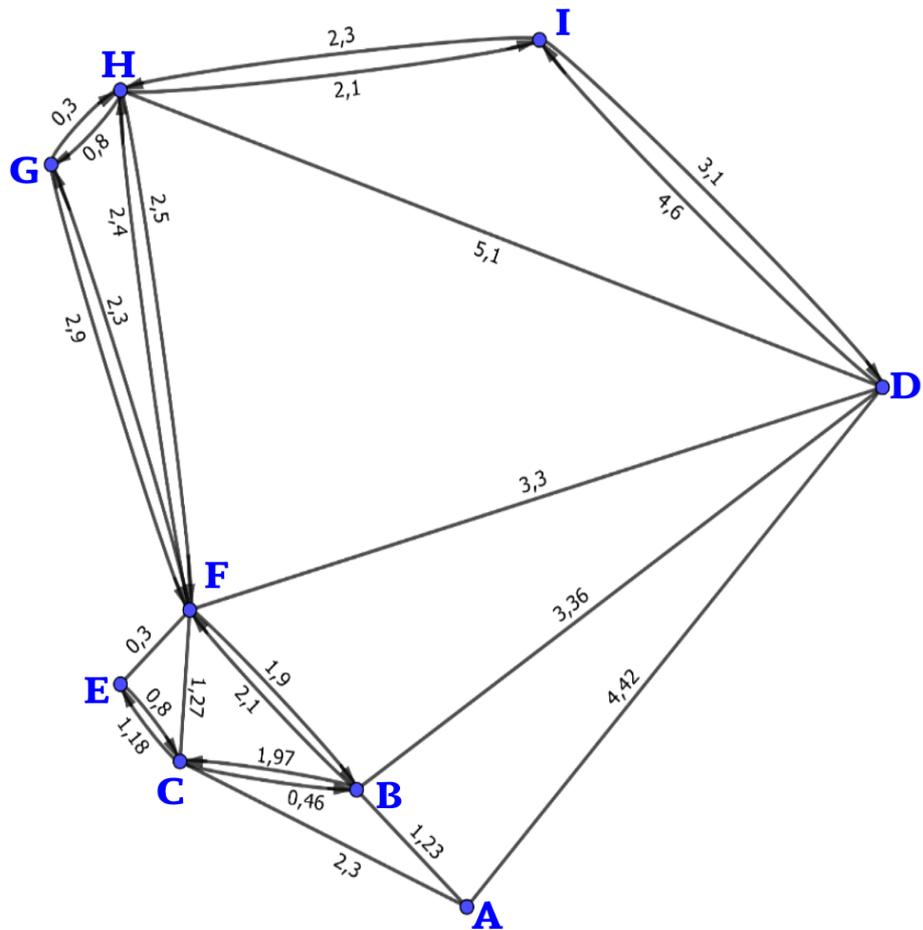
Adapun langkah-langkah pencarian jalur terpendek sebagai berikut :

1. Analisis pendahuluan
2. Menerapkan algoritma Dijkstra
3. Menerapkan algoritma semut:
  - a. Menentukan nilai Parameter Algoritma
  - b. Melakukan pencarian Jalur Terpendek

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

### **1. Analisis Pendahuluan**

Penelitian diawali dengan pembuatan graf campuran (graf yang berbobot dan berarah) dan berbobot yang mengacu pada peta dengan sumber dari *Google Maps*. Pada analisis ini akan disertakan juga data alamat, jalan dan bobot dari graf campuran dan berbobot atau graf awal. Berikut adalah hasil graf awal dapat dilihat pada Gambar 1.



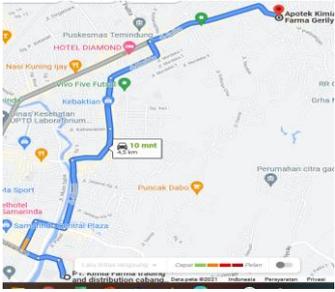
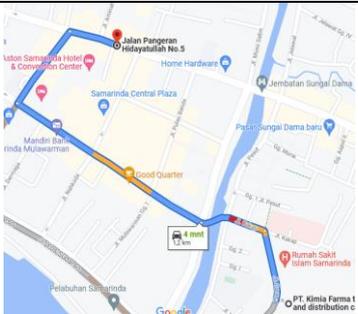
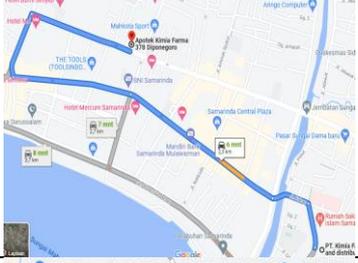
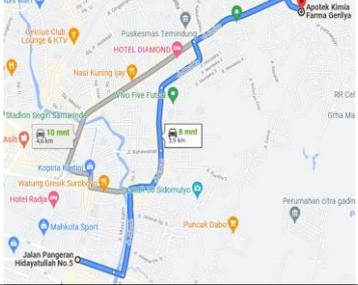
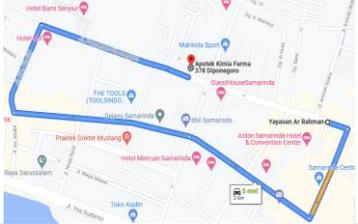
Gambar 1. Graf campuran yang menyatakan jalan Kota Samarinda

Berdasarkan Gambar 1, terdapat sembilan titik yang akan digunakan pada penelitian ini yang saling terhubung ke beberapa titik tetangga terdekat. Titik tetangga dan panjang setiap sisi (kilometer) disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E & F & G & H & I \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ G \\ H \\ I \end{matrix} & \begin{bmatrix} \infty & 1,23 & 2,3 & 4,42 & \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 1,23 & \infty & 1,97 & 3,36 & \infty & 2,1 & \infty & \infty & \infty \\ 2,3 & 0,46 & \infty & \infty & 1,18 & 1,27 & \infty & \infty & \infty \\ 4,42 & 3,36 & \infty & \infty & \infty & 3,3 & \infty & 5,1 & 4,6 \\ \infty & \infty & 0,8 & \infty & \infty & 0,3 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0,3 & \infty & 2,3 & 2,4 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 2,9 & \infty & 0,3 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 5,1 & \infty & 2,5 & 0,8 & \infty & 2,1 \\ \infty & \infty & \infty & 3,1 & \infty & \infty & \infty & 2,3 & \infty \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Berdasarkan matriks ketetangaan, dapat dilihat panjang jalan setiap sisi disajikan dalam Tabel 1 sebagai berikut:

Tabel 1. Panjang Sisi Jalan (Kilometer)

No.	Jalur	Jalan yang dilalui	Jarak (Bobot)	Gambar
1.	A-D	<ol style="list-style-type: none"> <li>Jl. Gurami (170 m)</li> <li>Jl. Kakaap (170 m)</li> <li>Jl. Mulawarman (150 m)</li> <li>Jl. Pulau Bnada (300 m)</li> <li>Jl. Pangeran Hidayatullah (230 m)</li> <li>Jl. Jelawat (700 m)</li> <li>Jl. Biawan (550 m)</li> <li>Jl. Urip Sumorhajo (500 m)</li> <li>Jl. Merdeka (550 m)</li> <li>Jl. Gerliya (1.1 km)</li> </ol>	4420 m 4.42 km	
2.	A-B	<ol style="list-style-type: none"> <li>Jl. Gurami (170 m)</li> <li>Jl. Kakaap (170 m)</li> <li>Jl. Mulawarman (550 m)</li> <li>Jl. Pulau Flores (220 m)</li> <li>Jl. Pangeran Hidayatullah (120 m)</li> </ol>	1230 m	
3.	A-C	<ol style="list-style-type: none"> <li>Jl. Gurami (170 m)</li> <li>Jl. Kakaap (170 m)</li> <li>Jl. Mulawarman (750 m)</li> <li>Jl. Panglima Batur (550 m)</li> <li>Jl. KH. Khalid (260 m)</li> <li>Jl. Pangeran Diponegoro (450 m)</li> </ol>	2350 m 2.3 km	
4.	B-D	<ol style="list-style-type: none"> <li>Jl. Pangeran Hidayatullah (230 m)</li> <li>Jl. Jelawat (700 m)</li> <li>Jl. Biawan (550 m)</li> <li>Jl. Urip Sumorhajo (500 m)</li> <li>Jl. Merdeka (550 m)</li> <li>Jl. Gerliya (1.1 km)</li> </ol>	3630 m 3.36 km	
5.	B-C	<ol style="list-style-type: none"> <li>Jl. Pangeran Hidayatullah (37 m)</li> <li>Jl. P. Irian (270 m)</li> <li>Jl. Mulawarman (400 m)</li> <li>Jl. Panglima Batur (550 m)</li> <li>Jl. KH. Khalid (260 m)</li> <li>Jl. Pangeran Diponegoro (450 m)</li> </ol>	1967 m 1.97 km	

## 2. Algoritma Dijkstra

Penyelesaian menggunakan algoritma Dijkstra diawali dengan mencari pohon merentang minimum dan lintasan terpendek, sebagai berikut:

Penyelesaian algoritma Dijkstra:

1. Pada awalnya status dari node yang belum terpilih diinisialisasikan dengan '0' dan yang sudah terpilih diinisialisasi dengan '1' dimulai dari node 1.
2. Tentukan bobot dari node yang langsung berhubungan dengan node sumber yaitu node 1. Diperoleh bobot dari node A ke node B adalah 1.23, bobot dari node A ke node B adalah 2.3, dan bobot dari node A ke node D adalah 4.42 serta untuk node E, F, G, H, I diinisialisasi dengan '0' pada status karena tidak ada lintasan (arc) yang menghubungkan secara langsung dengan node A.
3. *Predecessor* (node sumber) dari node A, B, C dan D adalah A, sebab jarak dihitung dari node A sehingga node A disebut sebagai *predecessor* (node sumber). Sedangkan untuk node E, F, G, H, I diinisialisasi dengan '-' pada bagian bobot dan *Predecessor* dikarenakan tidak ada lintasan (arc) yang langsung menghubungkan dari node A sehingga jaraknya tidak ada.

Tabel 2. Hasil Iterasi Ke-1

	Node								
Keterangan	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Status	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Bobot	-	1,23	2,3	4,42	-	-	-	-	-
<i>Predecessor</i>	A	A	A	A	-	-	-	-	-

Node terpilih:



Gambar 2. Node terpilih untuk Graf Dijkstra

4. Dari Tabel 2 pilih node yang memiliki bobot yang paling kecil dan statusnya masih '0', yaitu node B. Untuk itu status node B menjadi '1' dan *predecessor*-nya masih tetap A, dan node yang lain *predecessor*-nya masih sama. Karena node B sudah terpilih, selanjutnya diperoleh node F dengan bobot 2,1. *Predecessor* F adalah B.

Tabel 3. Hasil Iterasi Ke-2

	Node								
Keterangan	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Status	1	1	0	0	0	0	0	0	0
Bobot	-	1,23	2,3	4,42	-	3,33	-	-	-
<i>Predecessor</i>	A	A	A	A	-	B	-	-	-

Node terpilih:



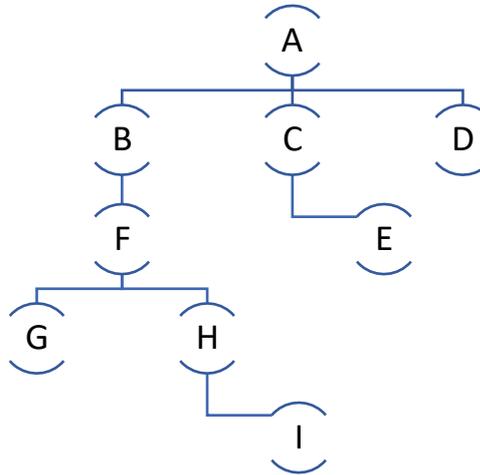
Gambar 3. Node terpilih untuk Graf Dijkstra

5. Lakukan hal yang sama sampai semua node berstatus '1', sehingga didapatkan tabel iterasi terakhir sebagai berikut.

Tabel 4. Hasil Iterasi Ke-9

	Node								
Keterangan	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Status	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Bobot	-	1,23	2,3	4,42	3,48	3,33	5,63	5,73	7,83
Predecessor	A	A	A	A	C	B	F	F	H

Node terpilih:



Gambar 4. Node terpilih untuk Graf Dijkstra

### 3. Algoritma Semut

Pada penelitian ini, algoritma semut akan ditentukan dengan menggunakan nilai parameter algoritma dan pencarian jalur terpendek.

#### a. Nilai Parameter Algoritma

Parameter-parameter algoritma yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

Tabel 5. Nilai Parameter

Parameter	Nilai
$\tau^1_{ij}$	0,01
$NC_{max}$	3
Q	1
m	9
n	9

Diasumsikan nilai  $\alpha$ ,  $\beta$  dan  $\rho$  setiap pengguna jalan (semut) adalah sebagai berikut:

Tabel 6. Nilai  $\alpha$ ,  $\beta$  dan  $\rho$ 

Pengguna Jalan (Semut)	Siklus	$\alpha$	$\beta$	$\rho$
1	1	0	1	0,5
2		0	2	0,5
3		0	3	0,5
4	2	1	4	0,65
5		1	5	0,65
6		1	6	0,65

Tabel 6. Nilai  $\alpha$ ,  $\beta$  dan  $\rho$  (lanjutan)

Pengguna Jalan (Semut)	Siklus	$\alpha$	$\beta$	$\rho$
7		2	7	0,95
8	3	2	8	0,95
9		2	9	0,95

Berdasarkan Tabel 6, nilai  $\alpha, \beta$  dan  $\rho$  diberi nilai berbeda bertujuan untuk mendapatkan variasi dalam menentukan rute terpendek. Perhitungan visibilitas jalur antar titik adalah sebagai berikut:

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$$

$$\eta_{AB} = \eta_{BA} = \frac{1}{d_{AB}} = \frac{1}{1,23} = 0,81301$$

$$\eta_{AC} = \eta_{CA} = \frac{1}{d_{AC}} = \frac{1}{2,3} = 0,43478$$

$$\eta_{AD} = \eta_{DA} = \frac{1}{d_{AD}} = \frac{1}{4,42} = 0,22624$$

$$\eta_{CF} = \eta_{FC} = \frac{1}{d_{CF}} = \frac{1}{1,27} = 0,78740$$

$$\eta_{EF} = \eta_{FE} = \frac{1}{d_{EF}} = \frac{1}{0,3} = 3,33333$$

$$\eta_{DB} = \eta_{BD} = \frac{1}{d_{DB}} = \frac{1}{3,36} = 0,29762$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\eta_{HD} = \frac{1}{d_{HD}} = \frac{1}{3,1} = 0,32258$$

$$\eta_{DH} = \frac{1}{d_{DH}} = \frac{1}{4,6} = 0,21739$$

#### b. Pencarian Jalur Terpendek

Dalam penelitian ini, dilakukan penyusunan rute kunjungan setiap pengguna jalan. Siklus pertama dimulai dengan menempatkan tiga pengguna jalan pada titik A dan akan berhenti sampai pengguna jalan tiba di semua titik. Berikut perhitungan manual pencarian jalur terpendek:

$$\sum [\tau^1_{ij}]^0 \cdot [\eta_{ij}]^1 = [\tau^1_{AB}]^0 \cdot [\eta_{AB}]^1 + [\tau^1_{AC}]^0 \cdot [\eta_{AC}]^1 + [\tau^1_{AD}]^0 \cdot [\eta_{AD}]^1$$

$$= (0,01)^0 \cdot (0,81301)^1 + (0,01)^0 \cdot (0,43478)^1 + (0,01)^0 \cdot (0,22624)^1$$

$$= 1,47404$$

$$P_{AB}^1 = \frac{[\tau^k_{AB}]^\alpha \cdot [\eta_{AB}]^\beta}{\sum_j^n [[\tau^k_{ij}]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta]} = \frac{(0,01^0 \cdot 0,81301^1)}{1,47404} = 0,55155$$

$$P_{AC}^1 = \frac{[\tau^k_{AC}]^\alpha \cdot [\eta_{AC}]^\beta}{\sum_j^n [[\tau^k_{ij}]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta]} = \frac{(0,01^0 \cdot 0,43478^1)}{1,47404} = 0,29496$$

$$P_{AD}^1 = \frac{[\tau^k_{AD}]^\alpha \cdot [\eta_{AD}]^\beta}{\sum_j^n [[\tau^k_{ij}]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta]} = \frac{(0,01^0 \cdot 0,22624^1)}{1,47404} = 0,15349$$

Karena nilai probabilitas  $P_{AB}^1 = 0,55155 > P_{AC}^1 = 0,29496 > P_{AD}^1 = 0,15349$  maka rute dengan kemungkinan terbesar dilewati oleh pengguna jalan adalah  $A \rightarrow B$ . Kemudian dilanjutkan untuk mencari probabilitas dari titik B, diperoleh hasil perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sum [\tau_{ij}^k]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta &= [\tau_{BA}^1]^0 \cdot [\eta_{BA}]^1 + [\tau_{BC}^1]^0 \cdot [\eta_{BC}]^1 + [\tau_{BF}^1]^0 \cdot [\eta_{BF}]^1 + [\tau_{BD}^1]^0 \cdot [\eta_{BD}]^1 \\ &= (0,01)^0 \cdot (0,81301)^1 + (0,01)^0 \cdot (0,50761)^1 + (0,01)^0 \cdot (0,47619)^1 \\ &\quad + (0,01)^0 \cdot (0,29762)^1 \\ &= 2,09443 \end{aligned}$$

$$P_{BC}^1 = \frac{[\tau_{BC}^k]^\alpha \cdot [\eta_{BC}]^\beta}{\sum_j^n [[\tau_{ij}^k]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta]} = \frac{(0,01^0 \cdot 0,50761^1)}{2,09443} = 0,24236$$

$$P_{BF}^1 = \frac{[\tau_{BF}^k]^\alpha \cdot [\eta_{BF}]^\beta}{\sum_j^n [[\tau_{ij}^k]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta]} = \frac{(0,01^0 \cdot 0,47619^1)}{2,09443} = 0,22736$$

$$P_{BD}^1 = \frac{[\tau_{BD}^k]^\alpha \cdot [\eta_{BD}]^\beta}{\sum_j^n [[\tau_{ij}^k]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta]} = \frac{(0,01^0 \cdot 0,29762^1)}{2,09443} = 0,14210$$

Karena nilai probabilitas  $P_{BC}^1 = 0,24236 > P_{BF}^1 = 0,22736 > P_{BD}^1 = 0,14210$  maka rute dengan kemungkinan terbesar dilewati oleh pengguna jalan adalah  $A \rightarrow B \rightarrow C$ . Kemudian dilanjutkan untuk mencari probabilitas dari titik C, begitu seterusnya sampai melalui semua titik tujuan. Karena telah sampai ke titik tujuan maka pencarian jalur berhenti. Kemudian, perhitungan dilanjutkan mencari panjang rute dan intensitas jejak kaki sehingga diperoleh hasil perhitungan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L_1 = \sum_j^n d_{ij} &= d_{AB} + d_{BC} + d_{CE} + d_{EF} + d_{FG} + d_{GH} + d_{HI} + d_{HD} \\ &= 1,23 + 1,97 + 1,18 + 0,3 + 2,3 + 0,3 + 2,1 + 3,1 \\ &= 12,48000 \end{aligned}$$

$$\Delta\tau_{ij} = \frac{Q}{L_Q} = \frac{1}{12,48000} = 0,08113$$

Berdasarkan perhitungan manual pengguna jalan pertama, panjang jalur yang dilewati oleh pengguna jalan pertama adalah 12,48 km dengan jumlah intensitas jejak kaki yang tertinggal pada rute pengguna jalan adalah sebesar 0,08113. Perhitungan pada pengguna jalan pertama diterapkan juga pada semua pengguna jalan dengan nilai  $\alpha$ ,  $\beta$ , dan  $\rho$  yang telah ditetapkan pada Tabel 5 dan Tabel 6. Hasil perhitungan probabilitas pengguna jalan (semut) 1 sampai 4 dalam menentukan jalur yang dilewati dapat dilihat pada Tabel 7. Analog untuk pengguna jalan 5 sampai dengan 9.

Tabel 7. Probabilitas Pengguna Jalan

Jalur	$d_{ij}$	Probabilitas (Pengguna jalan)			
		1	2	3	4
A-B	1230	0,5515527681	0,7334429835	0,8514306011	0,9192962356
A-C	2350	0,2949608281	0,2097591474	0,1302210166	0,0751907789
A-D	4420	0,1534864038	0,0567978691	0,0183483823	0,0055129855
B-C	460	0,2423636792	0,2088124086	0,1629833868	0,1180234655
B-D	3630	0,1421001334	0,0717811151	0,0328491536	0,0139468509
B-E	2091	0,2273602134	0,1837596546	0,1345501333	0,0914020820
C-E	1176	0,2225015235	0,1184324753	0,0535271301	0,0221994569
C-F	1266	0,2067336990	0,1022415392	0,0429347381	0,0165445704
E-F	300	0,7272727273	0,8767123288	0,9499072356	0,9806080919
F-D	3301	0,0675229358	0,0080032508	0,0007481932	0,0000682603
F-G	2280	0,0968807339	0,0164755013	0,0022098971	0,0002892760
F-H	2360	0,0928440367	0,0151311461	0,0019450099	0,0002439938
G-H	290	0,9062500000	0,9894117647	0,9988941678	0,8810832050
H-D	5134	0,1020036430	0,0210355444	0,0036442139	0,0005926114
H-I	2100	0,2477231330	0,1240667825	0,0521983181	0,0206145357
I-D	3119	0,4259259259	0,3550335570	0,2899804566	0,2325493077

Berdasarkan Tabel 7, dapat dilihat pada perhitungan algoritma semut warna hijau pada tabel menunjukkan jalur yang terpilih. Pada tahap ini akan didapatkan harga minimal panjang rute setiap siklus dan hasil terbaik dari setiap pengguna jalan sebagai berikut

Tabel 8. Panjang Rute Pengguna Jalan (Kilometer)

Pengguna Jalan (Semut)	Siklus	Rute	Panjang Rute
1	1	A-B-C-E-F-G-H-I-D	12,48000
2	1	A-B-C-E-F-G-H-I-D	12,48000
3	1	A-B-C-E-F-G-H-I-D	12,48000
4	2	A-B-C-E-F-G-H-I-D	12,48000
5	2	A-B-C-E-F-G-H-I-D	12,48000
6	2	A-B-C-E-F-G-H-I-D	12,48000
7	3	A-B-C-E-F-G-H-I-D	12,48000
8	3	A-B-C-E-F-G-H-I-D	12,48000
9	3	A-B-C-E-F-G-H-I-D	12,48000

Berdasarkan Tabel 8, dapat diketahui bahwa rute kunjungan semua pengguna jalan dari setiap siklus adalah  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow D$  dengan panjang rute sebesar 12,48 kilometer. Dari hasil jalur terpendek, dapat dihitung nilai dari jejak yang ditinggalkan oleh pengguna jalan, dan hasil perhitungan jejak kaki pengguna jalan semua siklus adalah sebagai berikut:

Tabel 9. Hasil Intensitas Jejak Pengguna Jalan

Siklus (k)	Pengguna Jalan (Semut)	$\rho$	$L_0$	Perubahan Intensitas Jejak Pengguna jalan		
				$\Delta\tau_{ij}$	$\Delta\tau_{ij}^k$	$\tau_{ij}^{k+1}$
1	1	0,5	12,48000	0,08013		
	2	0,5	12,48000	0,08013	0,24038	0,24538
	3	0,5	12,48000	0,08013		
2	4	0,65	12,48000	0,08013		
	5	0,65	12,48000	0,08013	0,24038	0,32627
	6	0,65	12,48000	0,08013		
3	7	0,95	12,48000	0,08013		
	8	0,95	12,48000	0,08013	0,24038	0,25670
	9	0,95	12,48000	0,08013		

Berdasarkan hasil intensitas jejak pengguna jalan Tabel 9 dapat diketahui intensitas jejak pengguna jalan yang ada pada siklus ke-2 adalah sebesar 0,32627 yang dapat diartikan, semakin jelas jejak yang terbentuk pada jalur tersebut maka dapat dijadikan sebagai dasar penentuan rute terbaik karena kepadatan jejak jalur tersebut lebih dari jalur yang lainnya. Nilai  $\rho$  pada hasil intensitas jejak pengguna jalan berarti bahwa semakin tinggi nilai  $\rho$  maka semakin besar intensitas jejak yang terbentuk mengalami penguapan.

## PENUTUP

Berdasarkan metode algoritma Dijkstra diperoleh rute terpendek pendistribusian obat-obatan dari PT. Kimia Farma *Trading and Distribution* yaitu titik awal atau titik A ke beberapa apotek (titik) kimia farma di kota Samarinda adalah titik awal menuju titik B dengan jarak 1,23 km, dari titik A menuju titik C dengan jarak 2,3 km, dari titik A menuju titik D dengan jarak 4,42 km, dari titik A menuju titik E dengan jarak 3,48 km, dari titik A menuju titik F dengan jarak 3,33 km, dari titik A menuju titik G dengan jarak 5,63 km, dari titik A menuju titik H dengan jarak 5,73 km, dan dari titik A menuju titik I dengan jarak 7,83 km.

Hasil yang diperoleh menggunakan metode algoritma semut berupa rute untuk semua pengguna jalan untuk setiap siklus adalah  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow D$ , atau dapat dituliskan berdasarkan nama jalan yang dilalui yaitu Jl. Gurami – Jl. Kakaap – Jl. Mulawarman – Jl. Pulau Flores – Jl. Pangeran Hidayatullah – Jl. P. Irian – Jl. Mulawarman – Jl. Panglima Btur – Jl. KH. Khalid – Jl. Pangeran Diponegoro – Jl. Imam Bonjol – Jl. Basuki Rahmat – Jl. KH. Abdul Hassan – Jl. KH. Agus Salim – Jl. KH. Agus Salim – Jl. Kesuma Bangsa – Jl. Pahlawan – Jl. Dr. Sutomo – Jl. Palang Merah – Jl. Dr. Sutomo – Jl. Mayor Jendral S. Parman – Jl. Jendral Ahmad Yani – Jl. Bontang – Jl. Mayor Jendral Sutoyo – Jl. Kemakmuran – Jl. Pelita – Jl. Gerilya dengan panjang rute yaitu 12,48 km dan kepadatan jejak kaki sebesar 0,25670.

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh rute pendistribusian terbaik menggunakan metode algoritma Dijkstra yaitu  $A \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow H \rightarrow I$  yang ditempuh melalui Jl. Gurami – Jl. Kakap – Jl. Mulawarman – Jl. Pulau Flores – Jl. Pangeran Hidayatullah – Jl. Hidayatullah – Jl. P. Irian – Jl. Mulawarman – Jl. Pulau Sebatik – Jl. Imam Bonjol – Jl. Basuki Rahmat – Jl. KH. Agus Salim – Jl. KH. Agus Salim – Jl. Kusuma Bangsa – Jl. Pahlawan – Jl. Dr. Sutomo – Jl. Dr. Sutomo – Jl. Mayor Jendral S. Parman – Jl. Jendral Ahmad Yani dengan jarak 7,83 km. Pada algoritma Semut, diperoleh rute pendistribusian terbaik yaitu  $\rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow I \rightarrow D$  ditempuh melalui Jl. Gurami – Jl. Kakaap – Jl. Mulawarman – Jl. Pulau Flores – Jl. Pangeran Hidayatullah – Jl. P. Irian – Jl. Mulawarman – Jl. Panglima Btur – Jl. KH. Khalid – Jl. Pangeran Diponegoro – Jl. Imam Bonjol – Jl. Basuki Rahmat – Jl. KH. Abdul

Hassan – Jl. KH. Agus Salim – Jl. KH. Agus Salim – Jl. Kesuma Bangsa – Jl. Pahlawan – Jl. Dr. Sutomo – Jl. Palang Merah – Jl. Dr. Sutomo – Jl. Mayor Jendral S. Parman – Jl. Jendral Ahmad Yani – Jl. Bontang – Jl. Mayor Jendral Sutoyo – Jl. Kemakmuran – Jl. Pelita – Jl. Gerilya, dengan jarak 12,48 km.

#### **DAFTAR PUSTAKA**

- [1] Ailiyah, U. (2014). *Analisis vektor & Operasional Research*. Bengkulu: Universitas Muhammadiyah Bengkulu.
- [2] Fitrianto R, I., & Soetarno, D. (2011). *Menentukan Lintasan Terpendek (SHORTEST PATH) Dengan 0/1 Knapsack Problem Dan Pendekatan Algoritma Dynamic Programming*. 4(3). Teknik Informatika STIMK Medan.
- [3] Munir, R. (2010). *Matematika Diskrit*. Informatika Bandung, 1–561.
- [4] Triandi, B. (2012). Penemuan Jalur Terpendek Algoritma Ant Colony. *CSRID Journal*, Vol.4 No.2(3), 73–80
- [5] Salaki, D. T. (2011). Penentuan Lintasan Terpendek Dari FMIPA Ke Rektorat dan Fakultas Lain di Unsrat Manado Menggunakan Algoritma Dijkstra. *Jurnal Ilmiah Sains*, 11(1), 73. Universitas Sam Ratulangi Manado. <https://doi.org/10.35799/jis.11.1.2011.46>
- [6] Sulindawaty, T. S. (2015). Pendistribusian Barang Farmasi Menggunakan Algoritma Dijkstra (Studi Kasus : Pt. Air Mas Chemical). *Jurnal Ilmiah Sainikom*, 17(1).
- [7] Yuwono, B., Agus Sasmito, A., & Siswanto Budi, W. (2009). Implementasi Algoritma Koloni Semut Pada Proses. *semnasIF*, 111–120.

## Implementasi Algoritma Genetika dalam Menentukan Rute Terpendek Pendistribusian Barang PT. J&T Samarinda

Indah Fatikawati<sup>1</sup>, Syaripuddin<sup>1,\*</sup>, Moh. Nurul Huda<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Laboratorium Matematika Komputasi Program Studi Matematika Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman*

Dikirim: Januari 2023;

Diterima: Maret 2023;

Dipublikasi: September 2023

Alamat Email Korespondensi: syarifrahman2014@gmail.com

### Abstrak

J&T Express merupakan salah satu perusahaan jasa pengiriman barang yang didirikan pada tahun 2015. J&T merupakan perusahaan yang berkembang cukup pesat dibandingkan perusahaan pengiriman barang lainnya, hal tersebut dapat terwujud dengan didukung beberapa faktor; salah satunya adalah pendistribusian. Algoritma genetika merupakan salah satu metode dalam teori graf yang dapat digunakan untuk mendukung pengoptimalan pendistribusian barang di PT. J&T Express. Tujuan dalam penelitian ini adalah mencari rute terpendek pendistribusian barang dengan studi kasus berupa rute pendistribusian barang PT. J&T Express Samarinda. Rute pendistribusian barang dilakukan dari titik awal yaitu J&T Express Sri Center Samarinda menuju ke empat lokasi J&T Express yang lain di wilayah Samarinda. Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh rute jarak terpendek dari titik awal J&T Express Sri Center Samarinda di Jl. Brigjend Katamso Sungai Pinang – Jl. Pelita – J&T Express Sungai Pinang Dalam – Jl. Gerilya – Jl. Lambung Mangkurat – J&T Express Sungai Pinang Luar – Jl. Kh. Ach. Dahlan – Jl. Arief Rachman Hakim – J&T Express Biawan – Jl. Arief Rachman Hakim – Jl. Aminah Syukur – Jl. Hidayatullah – Jl. P. Irian – Jl. Mulawarman – Jl. Panglima Batur – J&T Express Samarinda Hilir – Jl. Panglima Batur – Jl. Niaga Barat – Jl. Niaga Utara – Jl. Niaga Timur – Jl. Imam Bonjol – Jl. Kh. Ach. Dahlan – Jl. Lambung Mangkurat – Jl. Samanhudi – Jl. Brigjend Katamso.

### Kata Kunci:

*Algoritma Genetika, Distribusi Barang, J&T Express, Rute Terpendek.*

## PENDAHULUAN

Pencarian rute terpendek merupakan salah satu persoalan dalam teori graf dengan berfokus pada meminimalkan bobot dalam lintasan graf. Permasalahannya adalah cara mengunjungi satu verteks pada suatu graf dari verteks awal hingga akhir dengan bobot yang minimum [1]. Bobot yang digunakan merupakan jarak sedangkan kota yang akan dikunjungi diasumsikan graf *connected* atau graf terhubung [2].

Algoritma genetika adalah sebuah algoritma yang bersifat stokastik yang berbasis pada mekanisme dari seleksi alam dan genetika. Algoritma genetika dapat menjadi solusi permasalahan optimasi kompleks yang sulit diselesaikan dengan metode konvensional [3].

J&T Express merupakan salah satu perusahaan jasa pengiriman barang yang didirikan pada tahun 2015 oleh Jet Lee dengan nama resmi PT. Global Jet Express dan mulai beroperasi pada awal September 2015. Mereka mendirikan J&T dengan melihat peluang dunia pendistribusian barang di Indonesia belum cukup maju dan penerima barang sering mengalami keterlambatan dalam menerima paketnya dan tidak sesuai dengan jadwal yang ditentukan [4]. J&T merupakan perusahaan yang berkembang cukup pesat dibandingkan perusahaan pengiriman barang lainnya karena mereka

memiliki keunggulan dibandingkan perusahaan lain, salah satunya adalah layanan jemput paket tanpa syarat [5].

Penelitian ini akan membahas mengenai masalah rute terpendek pada PT. J&T Express Samarinda yang diselesaikan menggunakan algoritma genetika. Data jarak dari titik J&T pada peta diperoleh dari *google maps*.

## METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini melakukan pengambilan data primer yang diperoleh dari aplikasi Google Maps dengan memperhatikan jarak tempuhnya. Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh jalur yang dapat dilalui mobil truk J&T di Samarinda. Sedangkan sampel pada penelitian ini adalah data jalur yang dilalui mobil truk J&T Express pada 5 *drop point* untuk mendistribusikan barang.

Berikut adalah tahapan-tahapan teknis analisis data dalam penelitian ini.

1. Menyusun jaringan dari data peta wilayah dimulai dari J&T Sri Center Samarinda ke 5 *drop point* yang ada di Samarinda dalam satu perjalanan.
2. Melakukan penyusunan indikator jarak.
3. Membuat graf awal.
4. Menentukan rute optimal dengan menggunakan algoritma genetika.

Adapun istilah dan terminologi yang digunakan dipaparkan sebagai berikut.

### 1. Rute Terpendek

Penentuan rute merupakan suatu sistem yang digunakan untuk menentukan jalur yang optimal dengan menganalisa suatu jalur. Hal ini bertujuan guna mengoptimalkan waktu dan biaya transportasi, biasanya direpresentasikan kedalam bentuk graf yang didalamnya terdapat node yang memiliki nilai dan digunakan untuk menentukan jalur optimal [6].

### 2. Algoritma Genetika

Algoritma genetika merupakan sebuah algoritma yang bersifat stokastik yang berbasis pada mekanisme dari seleksi alam dan genetika. Algoritma genetika dapat menjadi solusi permasalahan optimasi kompleks yang sulit diselesaikan dengan metode konvensional [3]. Algoritma Genetika akan mendapatkan populasi yang lebih baik atau populasi yang mewakili solusi dari permasalahan dengan harapan semakin dekat kepada solusi masalah yang ada dengan cara menciptakan populasi baru melalui iterasi secara terus-menerus terhadap populasi awal [7].

Adapun langkah-langkah penyelesaian dengan algoritma genetika, sebagai berikut:

#### a) Membangkitkan populasi awal

Populasi awal dibangkitkan secara acak sehingga diperoleh solusi awal. Populasi sendiri terdiri dari sejumlah kromosom yang merepresentasikan solusi yang diinginkan [8].

$$Pop = random(n_k, N)$$

dengan:

**Pop**= Populasi;

**$n_k$**  = Banyaknya gen pada 1 kromosom;

**$N$**  = Banyaknya kromosom dalam 1 populasi [9].

#### b) Evaluasi nilai fitness

Evaluasi nilai fitness pada setiap individu dalam P (generasi). Nilai fitness merupakan nilai yang menunjukkan kualitas suatu kromosom dalam populasi. Nilai fitness dapat dihitung dengan menggunakan rumus:

$$Fitness = \frac{1}{fungsi\ objektif(i)}$$

## c) Seleksi

Seleksi merupakan proses untuk menentukan individu yang akan dipilih untuk dilakukan rekombinasi dan bagaimana keturunan terbentuk dari individu-individu yang terpilih [10]. Kemudian akan dicari fitness relatif pada setiap kromosom, dengan menggunakan rumus sebagai berikut [9].

$$Prob = \frac{Fitness(i)}{total\ fitness}$$

d) *Crossover*

*Crossover* merupakan proses untuk menyilangkan dua kromosom sehingga membentuk kromosom baru yang diharapkan menjadi individu baru yang lebih baik dari pada induknya [10].

## e) Mutasi

Proses mutasi merupakan proses penambahan nilai acak yang sangat kecil dengan probabilitas yang rendah pada variabel keturunannya. Peluang mutasi didefinisikan sebagai persentasi dari jumlah total gen pada populasi yang mengalami mutasi [11].

## f) Membentuk populasi baru

Untuk memperoleh populasi baru, dilakukan dengan menggabungkan populasi awal dengan nilai anak dari hasil *crossover* dan mutasinya [10].

## 3. Pendistribusian Barang

Distribusi adalah kegiatan menyalurkan barang atau jasa kepada pihak lain. Dalam kegiatan pemasaran, fungsi distribusi itu sendiri adalah untuk memperluas arus jaringan pengiriman barang atau jasa secara efektif dan efisien mulai dari manufaktur sampai dengan pelanggan sesuai dengan jumlah, waktu dan harga yang sudah disepakati bersama [1].

## 4. PT. J&amp;T

PT. Global Jet Express (J&T Express) merupakan sebuah perusahaan layanan di bidang jasa berdasarkan pengembangan dari sistem IT yang melayani pengiriman ke seluruh Indonesia. Alur pendistribusian barang di J&T Express yaitu sebelum paket dikirim oleh kurir ke alamat penerima, paket akan bermuara di *Drop Point* (DP) dan *Collection Point* (CP) di daerah setempat. Kemudian paket akan dikirim ke daerah penerima dan sampai di gateway kota tujuan selanjutnya dikirimkan ke Distribution Center (DC) yang nantinya kurir akan mengambil paket dari DC tersebut dan mengirimkan ke alamat penerima paket. Drop point atau drop center biasa disebut juga dengan gudang j5, DC merupakan gudang transit di daerah tersebut sehingga jika ada paket yang tertunda pengirimannya atau pun tertahan maka paket akan dioper ke DC setempat [1].

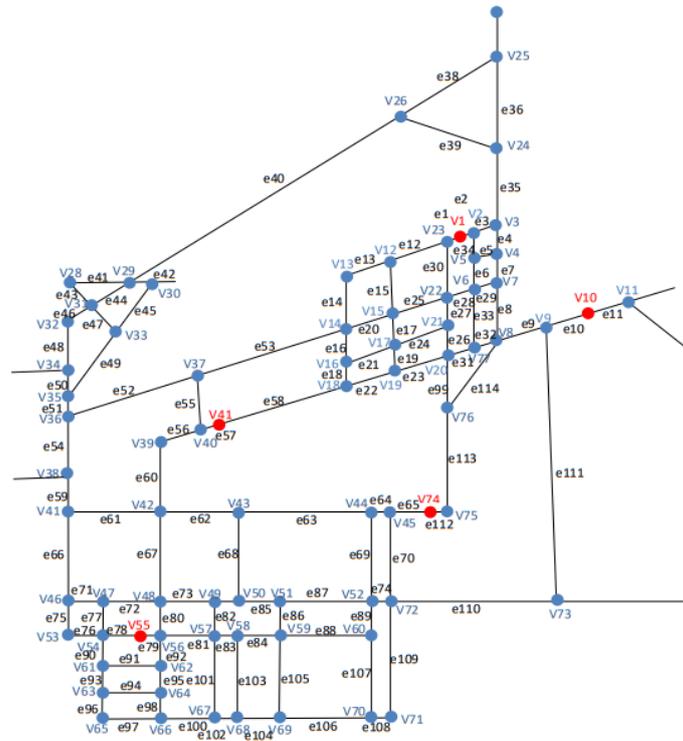
**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Terdapat 7 drop point J&T Express di Kecamatan Samarinda Utara dan Samarinda Hilir. Pada pembahasan ini, dipilih 5 *drop point* PT. J&T yang berada Samarinda Kota untuk memudahkan perhitungan manual. Pendistribusian barang dilakukan dari J&T Express Sri Center Samarinda Jl. Brigjend Katamso menuju ke *drop point* J&T lain yaitu:

1. J&T Express Samarinda (Sri Center Samarinda).
2. J&T Express Sungai Pinang Dalam.
3. J&T Express Sungai Pinang Luar.

4. J&T Express Biawan.
5. J&T Express Samarinda Hilir.

Jarak pada masing-masing drop point didapatkan dari *Google Maps* dengan hanya berfokus pada jarak tempuh. Jjarak antara *drop point* J&T satu dengan yang lain dapat dipresentasikan ke dalam bentuk graf. Masing-masing *vertex* ( $v$ ) merupakan letak *drop point* J&T Samarinda dan persimpangan, sedangkan *edge* ( $e$ ) merupakan jaraknya seperti pada Gambar 1.



Gambar 1. Graf wilayah penelitian

Untuk memudahkan proses perhitungan, maka nama dari kelima gen akan diasumsikan pada Tabel 1 sebagai berikut.

Tabel 1. Daftar Gen

Gen	Vertex	Nama	Alamat
1	$v_1$	J&T Express Sri Center Samarinda	Jl. Brigjend katamso No. 62, Sungai Pinang Dalam
2	$v_{10}$	J&T Express Sungai Pinang Dalam	Jl. Gerilya RT.51 No. 10, Sungai Pinang Dalam
3	$v_{41}$	J&T Express Sungai Pinang Luar	Jl. Lambung Mangkurat No. 89, RT.17, Samarinda Ilir
4	$v_{41}$	J&T Express Samarinda Hilir	Jl. Panglima Batur No. 35, RT.03 RW.07, Pelabuhan
5	$v_{74}$	J&T Express Biawan	Jl. Biawan, Sidomulyo, Kec. Samarinda Ilir

Dari gen 1 ke gen 2 melalui jalur  $v_1 - v_2 - v_3 - v_4 - v_7 - v_8 - v_9 - v_{10}$  dengan jarak tempuh  $10 + 200 + 140 + 200 + 300 + 350 + 400 = 1600$  m, keseluruhan hasil dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Matriks Jarak

Gen	1	2	3	4	5
1	0	1600	1400	1800	3900
2	1600	0	1800	2200	4300
3	1300	1800	0	1500	2300
4	1800	2200	1500	0	2100
5	3200	3600	2400	1900	0

Langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaikan masalah penentuan rute terpendek dengan menggunakan algoritma genetika sebagai berikut.

Iterasi-1:

1. Menentukan populasi awal

Tabel 3. Tabel Kromosom dan Populasi

Kromosom	Bentuk Permutasi
1	1 3 2 4 5 1
2	1 2 3 4 5 1
3	1 2 4 5 3 1
4	1 2 4 3 5 1
5	1 3 2 5 4 1

2. Evaluasi *fitness*

Pada tahap ini akan dicari fungsi objektif dengan menjumlahkan setiap bobot pada bentuk permutasi yang telah diperoleh secara acak, hal ini dilakukan agar dapat dihitung nilai *fitness*-nya.

Tabel 4. Tabel Fungsi Objektif

Kromosom	Bentuk Permutasi	Panjang Rute	Fungsi Objektif
1	1 3 2 4 5 1	$1.400 + 1.800 + 2.200 + 2.100 + 3.200$	10.700
2	1 2 3 4 5 1	$1.600 + 1.800 + 1.500 + 2.100 + 3.200$	10.200
3	1 2 4 5 3 1	$1.600 + 2.200 + 2.100 + 2.400 + 1.300$	9.600
4	1 2 4 3 5 1	$1.600 + 2.200 + 1.500 + 2.300 + 3.200$	10.800
5	1 3 2 5 4 1	$1.400 + 1.800 + 4.300 + 1.900 + 1.800$	11.200

3. Seleksi

Pada tahap seleksi ini menggunakan metode Roulette Wheel Selection yang merupakan metode yang sederhana.

- a. Menghitung peluang tiap kromosom

Hasil perhitungan peluang tiap kromosom disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil Perhitungan Nilai *Fitness* dan Probabilitas

Kromosom	Bentuk Permutasi	Fungsi Obyektif $F(m)$	F (km)	<i>Fitness</i>	Probabilitas
1	1 3 2 4 5 1	10700	10.7	0.0934	0.19570617
2	1 2 3 4 5 1	10200	10.2	0.098	0.20529961
3	1 2 4 5 3 1	9600	9.6	0.1042	0.21813084
4	1 2 4 3 5 1	10800	10.8	0.0926	0.19389408
5	1 3 2 5 4 1	11200	11.2	0.0893	0.18696929
			Jumlah	0.4775	1

- b. Menghitung peluang kumulatif kromosom

Dari nilai probabilitas yang telah diperoleh, maka akan dihitung nilai kumulatif dari probabilitas kromosom.

Tabel 6. Peluang Kumulatif Kromosom

Kromosom	Bentuk Permutasi	Fungsi Obyektif $F(m)$	$F(km)$	Fitness	Probabilitas	Kumulatif
1	1 3 2 4 5 1	10700	10.7	0.0934	0.19570617	0.195706
2	1 2 3 4 5 1	10200	10.2	0.098	0.20529961	0.401006
3	1 2 4 5 3 1	9600	9.6	0.1042	0.21813084	0.619137
4	1 2 4 3 5 1	10800	10.8	0.0926	0.19389408	0.813031
5	1 3 2 5 4 1	11200	11.2	0.0893	0.18696929	1
			Jumlah	0.4775	1	

## c. Menentukan Calon Induk

Calon induk ditentukan dengan ketentuan:

$$\text{Calon induk} = \begin{cases} k_1 & \text{jika } r_i \leq q_{k_1} \\ k_n & \text{jika } q_{k_{n-1}} < r_i \leq q_{k_n} \end{cases}$$

dengan  $2 \leq n \leq 5$  ;  $1 \leq i \leq 5$  seperti pada Tabel 7.

Tabel 7. Calon Induk

Kromosom ( $k_n$ )	Random Ke	Fitness Kumulatif ( $q_k$ )	Bilangan Acak ( $r_i$ )	Calon Induk
k1	1	0.19570617	0.37156784	k2
k2	2	0.40100579	0.23992879	k2
k3	3	0.61913663	0.98286449	k5
k4	4	0.81303071	0.18678622	k1
k5	5	1	0.19119262	k1

## 4. Crossover

Sebelum melakukan crossover, maka akan dicari calon induk crossoversnya terlebih dahulu dengan membangkitkan bilangan real secara acak  $r_i$  yang baru, jika

$$\text{Kromosom} = \begin{cases} \text{Induk} & r_i < P_c \\ \text{Bukan Induk} & \text{selainnya} \end{cases}$$

dengan  $p_c = 0,8$  seperti pada Tabel 8 berikut.

Tabel 8. Induk Crossover

Random Ke	Calon Induk	Bilangan Acak ( $r_i$ )	Induk Crossover
1	k2	0.936475	Bukan
2	k2	0.02407	Induk
3	k5	0.494997	Induk
4	k1	0.679992	Induk
5	k1	0.791685	Induk

Setelah didapatkan calon induknya yaitu  $k_1$  dan  $k_2$ , kemudian akan dilakukan crossover. Pada penelitian ini menggunakan metode PMX (Partially Mapped Crossover atau Crossover Pemetaan Sebagian). Dari induk crossover  $k_1$  dan  $k_2$ , akan dipasangkan induk  $k_1$  dengan  $k_2$ .

Induk 1:  $k_1$

1	3	2	4	5	1
---	---	---	---	---	---

Induk 2:  $k_2$

1	2	3	4	5	1
---	---	---	---	---	---

Dipilih 2 posisi secara acak dari 1 sampai 5 untuk menentukan posisi alel yang terpilih dan diperoleh bilangan 2 dan 5. Alel yang terpilih adalah 3 2 4 5 dan 2 3 4 5 dan dibuat pemetaanya pada induk 1 dan induk 2 sebagai berikut.

Anak 1:  $A_1$

1	2	3	4	5	1
---	---	---	---	---	---

Anak 2:  $A_2$

1	3	2	4	5	1
---	---	---	---	---	---

## 5. Mutasi

Ditahap ini akan dicari induk mutasi dengan tahapan sebagai berikut.

- Membangkitkan nilai acak untuk tiap-tiap kromosom, jika  $r_i < P_m$ , dengan  $P_m = 0.1$ . Sehingga kromosom yang mengalami mutasi sebagai berikut.

Tabel 9. Induk Mutasi

Kromosom	Bilangan Acak ( $r_i$ )	Kromosom terpilih untuk proses mutasi
1	0.09211	Mutasi
2	0.94243	Tidak
3	0.67386	Tidak
4	0.11723	Tidak
5	0.19649	Tidak

- Melakukan proses mutasi.

Untuk  $k_1$  bentuk permutasinya adalah

1	3	2	4	5	1
---	---	---	---	---	---

dari hasil pengacakan diperoleh bilangan 3 dan 4, kemudian posisi tersebut ditukar dengan menukar alel pada posisi 3 ke posisi 4 begitu pula sebaliknya.

1	3	2	4	5	1
---	---	---	---	---	---

Sehingga didapatkan anak hasil mutasinya

1	3	4	2	5	1
---	---	---	---	---	---

## 6. Membentuk Populasi Awal

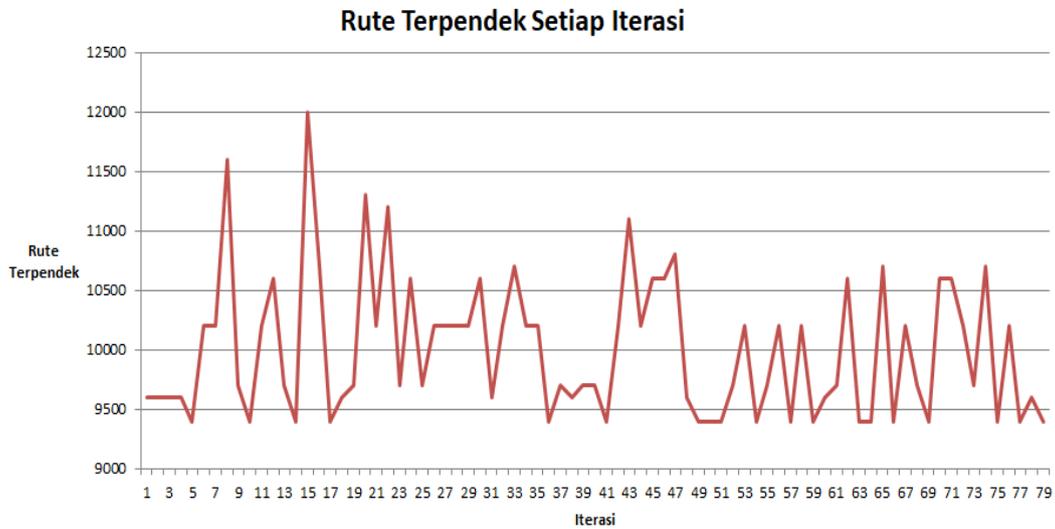
Populasi yang terbentuk merupakan penggabungan antara populasi awal dengan kromosom anaknya, seperti pada Tabel 10 berikut.

Tabel 10. Populasi Baru

Kromosom	Rute	$f_k(X)$
$k_1$	1 3 2 4 5 1	10.700
$k_2$	1 2 3 4 5 1	10.200
$k_3$	1 2 4 5 3 1	9.600
$k_4$	1 2 4 3 5 1	10.800
$k_5$	1 3 2 5 4 1	11.200
$A_1$	1 2 3 4 5 1	10.200
$A_2$	1 3 2 4 5 1	10.700
$M_1$	1 3 4 2 5 1	12.600

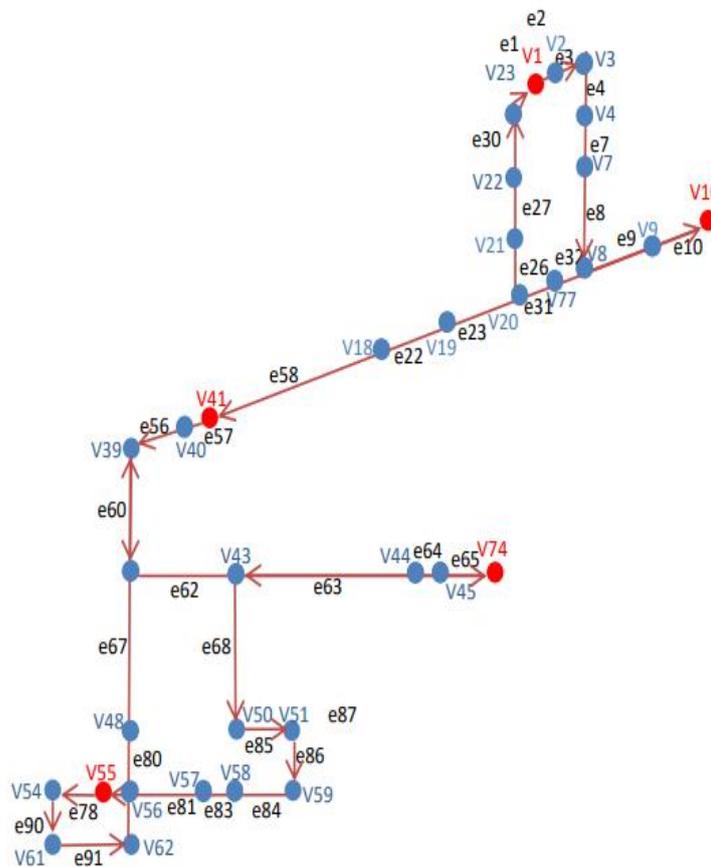
Berdasarkan Tabel 10, diperoleh kromosom terbaik pada iterasi ke-1 adalah  $k_3$  dengan rute 1 2 4 5 3 1 dan fungsi objektif sebesar 9.600 m atau 9,6 km.

Perhitungan dilanjutkan hingga mencapai hasil yang optimal. Didapatkan pengulangan hasil terkecil yaitu 9.400 m atau 9,4 km sebanyak 19 kali dari 79 iterasi dengan jangkauan maksimum 100 iterasi, yaitu pada iterasi ke 5, 10, 14, 17, 36, 41, 49, 51, 54, 57, 59, 63, 64, 65, 66, 69, 75, 77, dan 79 seperti pada Gambar 2.



Gambar 2. Jarak terpendek tiap iterasi

Jadi, rute terbaiknya adalah 1 2 3 5 4 1 dengan fungsi obyektifnya sebesar 9.400 m atau 9,4 km. Jalur pendistribusian barang yang telah optimal dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Peta jalur optimal pendistribusian barang

Berdasarkan Gambar 3, diperoleh bahwa dari masing-masing *vertex* didapatkan sebuah rute terpendek yang menghubungkan 5 *drop point*, yaitu

$$v_1 - v_2 - v_3 - v_4 - v_7 - v_8 - v_9 - v_{10} - v_9 - v_8 - v_{77} - v_{20} - v_{19} - v_{18} - v_{41} - v_{40} - v_{39} - v_{42} - v_{43} - v_{44} - v_{45} - v_{74} - v_{45} - v_{44} - v_{43} - v_{50} - v_{51} - v_{59} - v_{58} - v_{57} - v_{56} - v_{55} - v_{54} - v_{61} - v_{62} - v_{56} - v_{48} - v_{42} - v_{39} - v_{40} - v_{41} - v_{18} - v_{19} - v_{20} - v_{21} - v_{22} - v_{23} - v_1$$

Dengan kata lain, diperoleh rute optimal mobil pendistribusian PT. J&T Express adalah J&T Express Sri Center Samarinda di Jl. Brigjend Katamso, Sungai Pinang – Jl. Pelita – J&T Express Sungai Pinang Dalam – Jl. Gerilya – Jl. Lambung Mangkurat – J&T Express Sungai Pinang Luar – Jl. Kh. Ach. Dahlan – Jl. Arief Rachman Hakim – J&T Express Biawan – Jl. Arief Rachman Hakim – Jl. Aminah Syukur – Jl. Hidayatullah – Jl. P. Irian – Jl. Mulawarman – Jl. Panglima Batur – J&T Express Samarinda Hilir – Jl. Panglima Batur – Jl. Niaga Barat – Jl. Niaga Utara – Jl. Niaga Timur – Jl. Imam Bonjol – Jl. Kh. Ach. Dahlan – Jl. Lambung Mangkurat – Jl. Samanhudi – Jl. Brigjend Katamso.d

## PENUTUP

Jalur pendistribusian barang di PT. J&T Express Samarinda dapat direpresentasikan kedalam bentuk graf. Jalur optimal yang telah dikaji yaitu pada rute 1 2 3 5 4 1 sejauh 9.400 m atau 9,4 km. Adapun rute optimalnya yaitu dimulai dari J&T Express Sri Center Samarinda-J&T Express Sungai Pinang Dalam-J&T Express Sungai Pinang Luar-J&T Express Biawan-J&T Express Samarinda Hilir dan kembali ke J&T Express Sri Center Samarinda.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Cahyaningati, K.L dan Vikaliana R. (2021). Implementasi Floyd Warshall Algorithm Untuk Optimasi Distribusi J&T Express: Studi Kasus Pickup Distribution Center J&T Express Pasar Minggu. *Jurnal Ilmiah Ilmu Terapan Univeristas Jambi*. 5(1).
- [2] Salaki, D. T. (2011). Penentuan Lintasan Terpendek dari FMIPA ke Rektorat dan Fakultas Lain di Unsrat Manado Menggunakan Algoritma Dijkstra. *Jurnal Ilmiah Sains*.11(1).
- [3] Thiang, R.K dan Ferdinando H. (2001). Implementasi Algoritma Genetika pada Mikrokontroler MCS51 Untuk Mencari Rute Terpendek. *Seminar of Intelligent Technology and Its Applications*
- [4] Tim Redaksi Pelita. (2020). Yuk Kenalan dengan Owner dan Profil Perusahaan J&T Express. Redaksi Pelita. <https://www.pelita.or.id/kenalan-dengan-owner-jnt-express/>.Diakses pada 1 Maret 2022 pukul 19:28 WITA
- [5] Lestari, A.D. (2019). Pengaruh Kualitas Pelanggan, Harga, dan Kepercayaan Terhadap Kepuasan Pelanggan pada PT. Global Jet Express (J&T) Surabaya. *Jurnal Ilmu dan Riset Manajemen*. 8(7).
- [6] Esanata, C.V. (2019). Penerapan Metode Dijkstra Sebagai Penentuan Rute Terpendek Distribusi Pengiriman Kantor JNE Pusat Kabupaten Jombang. *Jurnal Mahasiswa Teknik Informatika*. 3(1).
- [7] Napitupulu, C. (2018). *Implementasi Algoritma Genetika Untuk Penyelesaian Traveling Salesman Problem (TSP) Berbasis Android*. (Skripsi). Universitas Sumatera Utara

- [8] Sukaton, R.M. (2011). *Penggunaan Algoritma Genetika Dalam Masalah Jalur Terpendek Pada Jaringan Data*. (Skripsi). Universitas Indonesia.
- [9] Prasanda, G.B.D. (2019). *Implementasi Algoritma Genetika Dalam Penentuan Ture Terbaik Pendistribusian BBM Pada PT. Pertamina Berbasis Android*. (Skripsi). Universitas Islam Negeri Sunan Ampel Surabaya.
- [10] Mutakhiroh, I., Saptono F., Hasanah N., Wiryadinata R. (2007). Pemanfaatan Metode Heuristik Dalam Pencarian Jalur Terpendek Dengan Algoritma Semut dan Algoritma Genetika. *Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi*.
- [11] Kusumadewi, S dan Purnomo H. (2005). *Penyelesaian Masalah Optimasi dengan Teknik-Teknik Heuristik*. Yogyakarta: Graha Ilmu.

## Penerapan *Fuzzy* Teori Permainan dalam Menentukan Strategi Optimal *Provider* di Bengalon

Clara Indriani Puspitasari<sup>1</sup>, Wasono<sup>1\*</sup>, Moh. Nurul Huda<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Laboratorium Matematika Komputasi Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman*

Dikirim: Januari 2023; Diterima: Maret 2023; Dipublikasi: September 2023

Alamat Email Korespondensi: [wason.khayla32@gmail.com](mailto:wason.khayla32@gmail.com)

### ABSTRAK

Teori permainan adalah sebuah teori yang bertujuan untuk membantu memahami situasi dimana pengambil keputusan berinteraksi. Penelitian ini menerapkan teori permainan yang melibatkan dua pemain yaitu pemain P1 adalah Telkomsel dan pemain P2 adalah Indosat dengan lokasi di kecamatan Bengalon, khususnya Desa Sepaso Barat. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan strategi yang optimal dari masing-masing penyedia layanan internet agar dapat memperoleh keuntungan dan mengurangi kerugian yang disebabkan oleh penilaian konsumen melalui suatu model matematika dan penyelesaian secara numerik dari matriks permainan. Matriks permainan diperoleh dari logika *fuzzy* melalui proses fuzzifikasi dan defuzzifikasi. Pendekatan numerik yang digunakan pada matriks dari logika *fuzzy* yaitu pemrograman linier dengan metode penyelesaian yang digunakan adalah metode simpleks dan dual simpleks untuk memperoleh solusi optimum. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa strategi pemasaran yang optimal untuk kedua penyedia layanan internet adalah atribut kecepatan internet untuk pemain P2 (Indosat) dan atribut jangkauan jaringan untuk pemain P1 (Telkomsel) dengan nilai permainan atau *saddle point* yang diperoleh adalah 4,5667. Atribut yang paling dianggap penting oleh warga desa Sepaso Barat di Bengalon adalah kekuatan sinyal dan harga pulsa. Pada analisis kepuasan diperoleh hasil bahwa pengguna Telkomsel menunjukkan tingkat kepuasan tertinggi pada atribut tarif SMS dengan nilai rata-rata 7,9167 sedangkan pengguna Indosat menunjukkan tingkat kepuasan tertinggi pada atribut tarif SMS mendapatkan produk dengan nilai rata-rata 7,0833.

### Kata Kunci:

*Logika Fuzzy, Pemrograman Linier, Teori Permainan*

## PENDAHULUAN

Teori permainan (*game theory*) adalah bagian dari ilmu pengetahuan yang berkaitan dengan pembuatan keputusan pada saat ada dua pihak atau lebih berada dalam kondisi persaingan atau konflik [1]. Saat menentukan strategi persaingan digunakan *fuzzy* dan teori permainan sebagai proses pengambilan keputusan dari situasi persaingan dan melibatkan dua atau lebih kepentingan yang biasa menjadi solusi, dalam pengambilan keputusan terdapat strategi antara pelaku persaingan. Setiap konsep permainan dinyatakan dalam bentuk matriks permainan. Matriks permainan disebut juga *matriks pay-off* adalah matriks yang menunjukkan hasil pembayaran dari strategi yang berbeda tiap pemain [2].

Logika *fuzzy* adalah suatu teori himpunan yang dikembangkan untuk mengatasi konsep nilai yang terdapat antara kebenaran dan kesalahan, bukan hanya menghasilkan 0 sebagai tidak dan 1 sebagai ya tetapi seluruh nilai antara 0 dan 1. *Fuzzy* digunakan dalam masalah menentukan strategi optimal [3]. Beberapa macam bilangan *fuzzy*, *Triangular Fuzzy Number* (TFN) merupakan bilangan *fuzzy* yang paling sering digunakan. *Triangular Fuzzy Number* ditunjukkan dengan tiga titik. *Triangular Fuzzy Number* dipilih karena kemudahan penggunaannya dalam proses perhitungan, selain itu efektif untuk formulasi masalah keputusan dengan informasi yang subjektif dan tidak akurat [4].

Beberapa penyedia jasa layanan internet (*internet service provide*) di Indonesia menawarkan beberapa produk salah satunya berupa paket data. Banyaknya produk paket data yang ditawarkan oleh *provider* menyebabkan persaingan yang ketat didalam pemasaran layanan internet. Oleh karena itu, *provider* harus membuat strategi untuk memenangkan persaingan [5].

Telkomsel adalah salah satu *provider* operator telekomunikasi seluler GSM pertama di Indonesia dengan layanan pascabayar kartu HALO yang diluncurkan pada tanggal 26 Mei 1995. Indosat juga merupakan perusahaan operator telepon seluler bersistem GSM di Indonesia yang berdiri pada 23 Juli 2001.

Berdasarkan latar belakang penelitian ini, peneliti ingin menentukan strategi optimal provider di Banglon yang mana sebelumnya penelitian serupa telah dilakukan oleh Eriani (2012) menggunakan metode *logika fuzzy*. Maka pengembangan metode dilakukan penulis dengan menambahkan penggunaan model matematika yaitu teori permainan yaitu dengan judul "Penerapan *Fuzzy* Teori Permainan dalam Menentukan Strategi Optimal *Provider* di Banglon".

## LANDASAN TEORI

### 1. Logika *Fuzzy*

Logika *fuzzy* adalah suatu proses untuk memetakan ruang input kesuatu ruangan output. Logika *fuzzy* dapat digunakan untuk memecahkan suatu masalah ketidakpastian tetapi bukan pengganti teori probabilitas [3].

### 2. Fuzzifikasi dan Defuzzifikasi

Fuzzifikasi adalah proses yang dilakukan untuk mengubah variable nyata menjadi variable *fuzzy*, ini ditujukan agar masukkan kontroler *fuzzy* bias dipetakan menuju jenis yang sesuai dengan himpunan *fuzzy* [6]. Perhitungan fuzzifikasi data persepsi responden dilakukan dengan menggunakan langkah awalnya adalah mencari nilai  $c$ ,  $a$ , dan  $b$  untuk tiap kriteria dengan cara sebagai berikut [7] [8]:

batas bawah

$$a_i = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_k n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}, \quad (1)$$

batas tengah

$$b_i = \frac{y_1 n_1 + y_2 n_2 + \dots + y_k n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}, \quad (2)$$

batas atas

$$c_i = \frac{z_1 n_1 + z_2 n_2 + \dots + z_k n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k}, \quad (3)$$

dengan:

$x_k$  = batas variabel *linguistic* ke  $k$  untuk batas bawah,

$y_k$  = batas variabel *linguistic* ke  $k$  untuk batas tengah,

$z_k$  = batas variabel *linguistic* ke  $k$  untuk batas atas,

$n_k$  = jumlah responden variabel *linguistic* ke  $k$

Defuzzifikasi adalah proses pemetaan himpunan *fuzzy* himpunan tegas (*crisp*). Proses ini merupakan kebalikan dari proses fuzzifikasi. Input dari proses defuzzifikasi adalah suatu himpunan *fuzzy* yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan *fuzzy*, sedangkan output yang dihasilkan merupakan suatu bilangan pada domain himpunan *fuzzy* tersebut. Sehingga jika diberikan suatu himpunan *fuzzy* dalam range tertentu, maka harus diambil suatu nilai *crisp* tertentu dengan rumus[6]:

$$Defuzzifikasi = \frac{a_i + b_i + c_i}{3} \quad (4)$$

dengan keterangan:

$a_i$  = Nilai batas atas,

$b_i$  = nilai batas tengah,

$c_i$  = nilai batas bawah.

### 3. Teori Permainan

Teori permainan merupakan suatu model matematika yang digunakan dalam situasi konflik atau persaingan antara berbagai kepentingan yang saling berhadapan sebagai pesaing. Teori permainan dikembangkan untuk menganalisa proses pengambilan keputusan dari situasi yang berbeda-beda[1].

### 4. Uji validitas

Uji validitas adalah ketepatan alat penilaian terhadap konsep yang dinilai sehingga menilai dengan benar apa yang akan dinilai. Validitas kuisioner dilakukan dengan menggunakan rumus Korelasi *Product Moment* [9]:

$$r_{xy} = \frac{N \sum(XY) - (\sum X \sum Y)}{\sqrt{(N \sum X^2 - (\sum X)^2)(N \sum Y^2 - (\sum Y)^2)}} \quad (5)$$

keterangan:

$r_{xy}$  = koefisien korelasi antara variable X dan Y

$X$  = skor suatu item

$Y$  = total nilai skor

$N$  = jumlah Subyek

Apabila koefisien korelasi *product moment* lebih besar dari nilai tabel *product moment* maka pengujian dinyatakan valid.

### 5. Uji Reliabilitas

Uji reliabilitas merupakan alat yang digunakan untuk mengukur konsistensi kuesioner yang merupakan indikator dari variabel atau konstruk (Variabel dapat disamakan dengan sesuatu yang dapat digunakan untuk membedakan atau merubah nilai, sebagai sinonim dari konstruk yang dinyatakan dengan nilai atau angka). Pengukuran reliabilitas terhadap variabel dilakukan dengan menggunakan teknik *Cronbach Alpha*. Jika nilai *Cronbach's Alpha*  $\geq 0,6$  maka reliabilitas suatu variabel dapat dinyatakan baik. Rumus *Cronbach Alpha* dituliskan sebagai berikut [10]:

$$r_i = \frac{K}{(K - 1)} \left\{ 1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right\} \quad (6)$$

Rumus untuk varians total dan varians item

$$s_t^2 = \frac{\sum X_t^2}{n} - \frac{(\sum X_t)^2}{n^2} \quad (7)$$

$$s_t^2 = \frac{JK_i}{n} - \frac{JK_s}{n^2} \quad (8)$$

dengan:

- $r_i$  = koefisien reliabilitas,
- $K$  = jumlah item dalam instrumen,
- $\sum s_i^2$  = jumlah varians skor tiap-tiap item,
- $s_t^2$  = varians total,
- $JK_i$  = jumlah kuadrat seluruh item,
- $JK_s$  = jumlah kuadrat subyek

Suatu kuesioner dikatakan reliabel atau handal jika jawaban seseorang terhadap pertanyaan adalah konsisten atau stabil dari waktu ke waktu [11].

## METODOLOGI PENELITIAN

Pada penelitian ini, metode yang digunakan untuk mendapatkan data dengan memperoleh informasi dari responden berupa kuesioner. Jenis kuesioner yang digunakan berupa kuesioner yang menawarkan pilihan jawaban berdasarkan skala *likert*. Skala *likert* digunakan untuk mengukur tanggapan responden terhadap pertanyaan pada kuesioner.

Populasi dalam penelitian ini adalah warga desa Sepaso Barat RT 1, 2, 3, 4, 5 dan 6 yang menggunakan layanan internet Telkomsel dan Indosat. Penarikan sampel dilakukan dengan teknik penarikan sampel terlapis proposional.

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah pengujian instrumen penelitian, mengolah data dengan *fuzzy* dan mengolah data dengan teori permainan. Berikut adalah tahapan-tahapan analisis yang digunakan dalam penelitian ini:

1. Melakukan uji kecukupan data menggunakan rumus slovin
2. Melakukan uji validitas menggunakan rumus korelasi *product and moment* dan uji reliabilitas pada *pre*-kuesioner menggunakan rumus *alpha cronbach*
3. Melakukan uji validitas menggunakan rumus korelasi *product and moment* dan uji reliabilitas pada kuesioner formal menggunakan rumus *alpha cronbach*
4. Melakukan proses fuzzifikasi menggunakan *Tringular fuzzy number*
5. Defuzzifikasi pada nilai rata-rata tingkat kepentingan dan tingkat kepuasan responden menggunakan persamaan (4)
6. Membentuk matriks permainan dari hasil defuzzifikasi
7. Menentukan pemain  $P_1$  dan pemain  $P_2$

8. Menentukan nilai maksimin dan minimaks
9. Membentuk matriks pembayaran menjadi model pemrograman linier sesuai persamaan (5) dan (6)
10. Mencari strategi optimal menggunakan metode pemrograman linier
11. Melakukan analisis terhadap strategi yang paling optimal untuk setiap pemain setelah didapat nilai permainannya.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### 1. Uji validitas

Karakteristik untuk memperoleh koefisien validitas atribut yang terdiri dari banyak responden, jumlah skor dalam distribusi X dan Y, dan jumlah kuadrat dalam skor distribusi X dan Y dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Karakteristik untuk memperoleh koefisien validitas

No	Atribut	N	$\sum X$	$\sum Y$	$\sum XY$	$\sum X^2$	$\sum Y^2$
1.	Harga Paket Data	20	71	383	1400	267	7523
2.	Kekuatan Sinyal	20	72	383	1437	284	7523
3.	Tarif SMS	20	85	383	1655	369	7523
4.	Tarif Telepon	20	77	383	1512	315	7523
5.	Harga Pulsa	20	78	383	1519	316	7523

Uji validitas data dalam pre-kuesioner dengan nilai  $N = 20$  dan  $\alpha = 0,05$  maka  $r_{tabel} = 0,444$ . Rekapitulasi hasil uji validitas data pre-kuesioner untuk atribut kekuatan sinyal, tariff sms, tariff telepon dan harga pulsa dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil Uji Validitas Data Pre-Kuesioner

No.	Atribut	Nilai $r_{hitung}$	Nilai $r_{tabel}$	Keterangan
1.	Harga Paket Data	0.7599931	0,444	Valid
2.	Kekuatan Sinyal	0.8511064	0,444	Valid
3.	Tarif SMS	0.7128569	0,444	Valid
4.	Tarif Telepon	0.6332374	0,444	Valid
5.	Harga Pulsa	0.5363721	0,444	Valid

Pada Tabel 2 terlihat bahwa secara keseluruhan hasil uji menunjukkan  $r$  hitung lebih besar dari  $r$  tabel, sehingga dapat disimpulkan bahwa seluruh atribut pada pre-kuesioner bersifat valid.

### 2. Uji Reliabilitas Data

Karakteristik untuk memperoleh reliabilitas kuesioner yang terdiri dari banyak responden, jumlah skor dalam distribusi X, jumlah kuadrat dalam skor distribusi X dan kuadrat dari jumlah skor dalam distribusi X ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 3. karakteristik untuk memperoleh koefisien reliabilitas

No.	Atribut	N	$\sum X$	$(\sum X)^2$	$\sum X^2$
1.	Harga Paket Data	20	71	5041	267
2.	Kekuatan Sinyal	20	72	5184	284
3.	Tarif SMS	20	85	7225	369
4.	Tarif Telepon	20	77	5929	315
5.	Harga Pulsa	20	78	6084	316
Jumlah			383	29.463	1.551

Sebelum melakukan perhitungan koefisien reliabilitas ( $r_i$ ), terlebih dahulu dilakukan perhitungan jumlah varians skor tiap-tiap item pertanyaan ( $s_i^2$ ) dan varians total ( $s_t^2$ ) menggunakan persamaan (7) dan (8) sehingga diperoleh:

$$s_t^2 = \frac{7523}{20} - \frac{(383)^2}{20^2} = 9,4275$$

$$s_i^2 = \frac{1551}{20} - \frac{29463}{20^2} = 3,8925$$

Jika dimasukkan dalam rumus *alpha cronbach* pada persamaan (6) diperoleh:

$$\begin{aligned} r_i &= \frac{5}{(4-1)} \left\{ 1 - \frac{3,8925}{9,4275} \right\} \\ &= 1,25 \times 0,58711 \\ &= 0,85745 \end{aligned}$$

Dari hasil uji reliabilitas pada *pre*-kuesioner dengan menggunakan rumus *alpha cronbach* diperoleh koefisien reliabilitas  $r_i = 0,85745$ . Hal ini menunjukkan bahwa kelima atribut yaitu Harga Paket Data, Kekuatan Sinyal, Tarif SMS, Tarif Telepon, dan Harga Pulsa dinyatakan reliabel karena jawaban responden terhadap pertanyaan adalah konsisten dengan kriteria reliabilitas sangat tinggi. Hasil uji validitas kelima atribut dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil Uji Validitas Data Kuesioner Formal (Tingkat Kepentingan)

No.	Atribut	Tingkat Kepentingan		Keterangan
		Nilai r hitung	Nilai r tabel	
1.	Harga Paket Data	0.5626	0.444	Valid
2.	Kekuatan Sinyal	0.4569	0.444	Valid
3.	Tarif SMS	0.6983	0.444	Valid
4.	Tarif Telepon	0.6891	0.444	Valid
5.	Harga Pulsa	0.7005	0.444	Valid

Pada Tabel 4 diketahui bahwa seluruh atribut pada tingkat kepentingan dinyatakan valid. Hal ini dikarenakan nilai r hitung lebih besar dibanding nilai r tabel.

Tabel 5. Hasil Uji Validitas Data Kuesioner Formal (Tingkat Kepuasan)

No.	Atribut	Tingkat Kepuasan		Keterangan
		Nilai r hitung	Nilai r tabel	
1.	Harga Paket Data	0,7031	0.444	Valid
2.	Kekuatan Sinyal	0,7418	0.444	Valid
3.	Tarif SMS	0,4767	0.444	Valid
4.	Tarif Telepon	0,8117	0.444	Valid
5.	Harga Pulsa	0,6681	0.444	Valid

Pada Tabel 5 diketahui juga bahwa seluruh atribut pada tingkat kepuasan dinyatakan valid. Hal ini membuktikan bahwa atribut-atribut pertanyaan pada kuisisioner formal layak digunakan sebagai alat ukur untuk mengukur data penelitian dan dapat dianalisis lebih lanjut.

Pada uji reliabilitas diperoleh nilai reliabilitas tingkat kepentingan yaitu  $r_i = 0,7485$  dan pada tingkat kepuasan  $r_i = 0,7622$ . Karena seluruh reabilitas  $r_i > 0,599$  hal ini menunjukkan bahwa seluruh atribut pertanyaan dinyatakan reliabel karena jawaban responden terhadap pernyataan adalah konsisten dengan kriteria reliabilitas tinggi.

### 3. Perhitungan Fuzzifikasi dan Defuzzifikasi Persepsi Responden

Setelah dilakukan pengumpulan data dari penyebaran kuesioner formal, selanjutnya dilakukan proses fuzzifikasi dengan menggunakan pembentukan triangular fuzzy number nilai tingkat kepentingan responden kemudian di defuzzifikasikan. hasil rekapitulasi kuesioner formal pada Tabel 5.

Nilai batas bawah ( $a_i$ )

$$a_i = \frac{1.1 + 1.0 + 2.0 + 2.0 + 3.0 + 4.1 + 4.0 + 5.2 + 6.6 + 6.7 + 7.16 + 8.12 + 8.3 + 9.32}{1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 2 + 6 + 7 + 16 + 12 + 3 + 32}$$

$$a_i = 7,6625$$

Nilai tengah ( $b_i$ )

$$b_i = \frac{1.1 + 2.0 + 2.0 + 3.0 + 4.0 + 4.1 + 5.0 + 6.2 + 6.6 + 7.7 + 8.16 + 8.12 + 9.3 + 10.32}{1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 2 + 6 + 7 + 16 + 12 + 3 + 32}$$

$$b_i = 8,4125$$

Nilai batas atas ( $c_i$ )

$$c_i = \frac{2.1 + 2.0 + 3.0 + 4.0 + 4.0 + 5.1 + 6.0 + 6.2 + 7.6 + 8.7 + 8.16 + 9.12 + 10.3 + 10.32}{1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + 0 + 2 + 6 + 7 + 16 + 12 + 3 + 32}$$

$$c_i = 8,7875$$

Tahap selanjutnya adalah melakukan defuzzifikasi menggunakan rumus persamaan (4) untuk mendapatkan nilai tunggal yang representatif.

$$\text{Defuzzifikasi} = \frac{7,6625 + 8,4125 + 8,7875}{3} = 8,2875$$

Berdasarkan hasil perhitungan fuzzifikasi dan defuzzifikasi untuk seluruh atribut secara keseluruhan terdapat pada tabel berikut.

Tabel 6. nilai TFN persepsi Kepentingan Responden

No.	Atribut	TFN			Defuzzifikasi	Peringkat
		$a_i$	$b_i$	$c_i$		
1.	Harga Paket Data	7,6625	8,4125	8,7875	8,2875	2
2.	Kekuatan Sinyal	8,2625	9,0875	9,5750	8,9650	1
3.	Tarif SMS	7,3750	8,0875	8,5875	8,0166	4
4.	Tarif Telepon	7,4375	8,1250	8,6250	8,0625	3
5.	Harga Pulsa	7,0500	7,7625	8,3000	7,7041	5

Hasil pengolahan data perhitungan fuzzifikasi dan defuzzifikasi persepsi kepentingan responden terhadap setiap atribut dapat diketahui bahwa nilai persepsi kepentingan tertinggi dari atribut penyedia layanan internet adalah kekuatan sinyal dengan nilai 8,9650. Dapat disimpulkan bahwa hal yang paling dipentingkan oleh warga desa Sepaso Barat dalam menggunakan layanan internet adalah kekuatan sinyal.

#### 4. Persepsi Responden Terhadap Telkomsel

Hasil perhitungan kepuasan warga desa Sepaso Barat pengguna Telkomsel pada seluruh atribut diperoleh dengan menggunakan Persamaan (1), (2), dan (3) dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 7. Nilai TFN Persepsi Kepuasan Responden Telkomsel

No.	Atribut	TFN			Defuzzifikasi	Peringkat
		$a_i$	$b_i$	$c_i$		
1.	Harga Paket Data	5,9500	6,6750	7,2000	6,6083	4
2.	Kekuatan Sinyal	6,6000	7,3250	7,8750	7,2667	2
3.	Tarif SMS	7,2500	7,9250	8,5750	7,9167	1
4.	Tarif Telepon	5,8000	6,5750	7,0250	6,4667	5
5.	Harga Pulsa	6,3250	7,0250	7,5500	6,9667	3

Hasil pengolahan data persepsi kepuasan warga desa Sepaso Barat menunjukkan bahwa nilai persepsi kepuasan tertinggi dari atribut penyedia layanan internet telkomsel adalah tarif SMS dengan nilai 7,9167. Dapat disimpulkan bahwa harga pulsa dari Telkomsel adalah atribut yang paling memuaskan diantara atribut lainnya.

#### 5. Persepsi Responden terhadap Indosat

Hasil perhitungan kepuasan warga desa Sepaso Barat pengguna Indosat pada seluruh atribut diperoleh dengan menggunakan Persamaan (1), (2), dan (3) dapat dilihat pada tabel 8.

Tabel 8. Nilai TFN Persepsi Kepuasan Responden Indosat

No.	Atribut	TFN			Defuzzifikasi	Peringkat
		$a_i$	$b_i$	$c_i$		
1.	Harga Paket Data	5,9500	6,6750	7,2500	6,6250	5
2.	Kekuatan Sinyal	6,0750	6,8000	7,400	6,7573	2
3.	Tarif SMS	6,4250	7,1500	7,6750	7,0833	1
4.	Tarif Telepon	6,0250	6,7000	7,2250	6,6500	4
5.	Harga Pulsa	6,1500	6,7000	7,4000	6,7500	3

Hasil pengolahan data persepsi kepuasan warga desa Sepaso Barat menunjukkan bahwa nilai persepsi kepuasan tertinggi dari atribut penyedia layanan internet indosat adalah Tarif SMS dengan nilai 7,0833. Dapat disimpulkan bahwa tarif SMS dari indosat adalah atribut yang dinilai paling memuaskan diantara atribut lainnya.

#### 6. Pengolahan data menggunakan Teori Permainan

Untuk menentukan strategi pemasaran yang optimal masing-masing jasa penyedia layanan internet maka digunakan teori permainan. Atribut-atribut yang digunakan oleh setiap pemain adalah sama yaitu (1) harga paket data, (2) kekuatan sinyal, (3) tarif SMS, (4) tarif telepon, dan (5) harga pulsa. Atribut tersebut akan digunakan sebagai strategi. Variabel  $X_i$  adalah strategi ke- $i$  untuk Telkomsel dan variabel  $Y_j$  adalah strategi ke- $j$  untuk indosat, dengan  $i, j = 1, 2, \dots, 5$ .

Langkah awal dalam pengolahan data teori permainan adalah membentuk matriks permainan. Adapun rumus yang digunakan untuk menghitung nilai *pay off* adalah dengan menggunakan nilai hasil dari perhitungan defuzzifikasi sebagai berikut [5];

$$X_i; Y_j = (d \times dP_1) - (d \times dP_2) \quad (9)$$

Keterangan:

- $X_i$  : strategi ke- $i$  pemain  $P_1$
- $Y_j$  : strategi ke- $j$  pemain  $P_2$
- $d$  : defuzzifikasi tingkat kepentingan
- $dP_1$  : defuzzifikasi pemain  $P_1$
- $dP_2$  : defuzzifikasi pemain  $P_2$

Berikut contoh perhitungan mencari nilai *pay off*.

1. Nilai *pay off* atribut harga paket data Telkomsel ( $P_1$ ) terhadap atribut harga paket data Indosat ( $P_2$ ) adalah sebagai berikut:

$$x_1; y_1 = (8,382978 \cdot 7,255318) - (8,382978 \cdot 8,276595) = -8,561342$$

2. Nilai *pay off* atribut harga paket data Telkomsel ( $P_1$ ) terhadap atribut kekuatan sinyal Indosat ( $P_2$ ) adalah sebagai berikut:

$$x_1; y_2 = (8,382978 \cdot 7,255318) - (9,191489 \cdot 7,992907) = -12,645545$$

Hasil perhitungan nilai *pay off* secara keseluruhan dapat dilihat pada tabel 9

Tabel 9. Matriks Simpleks Nilai Perolehan *pay off* Seluruh Atribut

$P_1 \backslash P_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
$x_1$	-0,1383	-5,8129	-2,0176	1,1507	2,7636
$x_2$	10,2421	4,5667	8,3620	11,5303	13,1432
$x_3$	8,5603	2,8858	6,6811	9,8494	11,4623
$x_4$	-2,7669	-8,4414	-4,6461	-1,4778	0,1351
$x_5$	-1,2324	-6,9070	-3,1117	0,0566	1,6695

Pemain  $P_1$  menerapkan aturan maksimin atau pemain  $P_2$  menerapkan aturan minimaks. Hasil analisis permainan dapat dilihat pada Tabel 10.

Tabel 10. Matriks Simpleks Permainan Telkomsel vs Indosat

$P_1 \backslash P_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	min
$x_1$	-0,1383	-5,8129	-2,0176	1,1507	2,7636	-5,8129
$x_2$	10,2421	4,5667	8,3620	11,5303	13,1432	4,5667
$x_3$	8,5603	2,8858	6,6811	9,8494	11,4623	2,8858
$x_4$	-2,7669	-8,4414	-4,6461	-1,4778	0,1351	-8,4414
$x_5$	-1,2324	-6,9070	-3,1117	0,0566	1,6695	-6,9070
max	10,2421	4,5667	8,3620	11,5303	13,1432	

Pada Tabel 10 diperoleh nilai maksimin sama dengan nilai minimaks yaitu 4,5667 artinya *saddle point* tercapai dan ditemukan strategi yang optimal.

### 7. Penyelesaian Teori Permainan menggunakan Pemrograman Linier

Metode pemrograman linier menyatakan apabila pada matriks nilai perolehan terdapat elemen yang bernilai negatif maka seluruh elemen matriks dijumlahkan dengan nilai mutlak dari elemen terkecil, dalam kasus ini adalah  $-8,4414$ . Jumlahkan seluruh elemen dengan nilai  $k = |-8,4414| = 8,4414$  agar nilai pemain ( $V$ ) yang diperoleh bernilai positif.

Tabel 11. Matriks Nilai Perolehan *pay off* Modifikasi (Simpleks)

$P_1 \backslash P_2$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$
$x_1$	8,3031	2,6285	6,4238	9,5921	11,2050
$x_2$	18,6835	13,0081	16,8034	19,9717	21,5846
$x_3$	17,0017	11,3272	15,1225	18,2908	19,9037
$x_4$	5,6745	0,0000	3,7953	6,9636	8,5765
$x_5$	7,2090	1,5344	5,3297	8,4980	10,1109

Hasil modifikasi pada tabel 11 kemudian diubah ke dalam bentuk pemrograman linier. Untuk selanjutnya dicari solusi optimalnya.

### 8. Penyelesaian Bentuk Pemrograman Linier Indosat

Bentuk pemrograman linier sebagai berikut:

$$\text{Maksimumkan } W = \frac{1}{v} = Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5 \quad (10)$$

Dengan kendala:

$$\begin{aligned} 8,3031Y_1 + 2,6285Y_2 + 6,4238Y_3 + 9,5921Y_4 + 11,2050Y_5 &\leq 1, \\ 18,6835Y_1 + 13,0081Y_2 + 16,8034Y_3 + 19,9717Y_4 + 21,5846Y_5 &\leq 1, \\ 17,0017Y_1 + 11,3272Y_2 + 15,1225Y_3 + 18,2908Y_4 + 19,9037Y_5 &\leq 1, \\ 5,6745Y_1 + 0,0000Y_2 + 3,7953Y_3 + 6,9636Y_4 + 8,5765Y_5 &\leq 1, \\ 7,2090Y_1 + 1,5344Y_2 + 5,3297Y_3 + 8,4980Y_4 + 10,1109Y_5 &\leq 1. \end{aligned}$$

Penyelesaian bentuk persamaan (10) diperoleh solusi optimal sebagai berikut:

Tabel 12. Solusi Optimal Untuk Indosat (Simpleks)

Var	W	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$	$Y_5$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	NK
W	1	0,4364	0	0,2919	0,3975	0,5041	0	0,0768	0	0	0	0,0768
$S_1$	0	4,5277	0	3,0281	5,5563	6,8430	1	-0,2021	0	0	0	0,7979
$Y_2$	0	1,4364	1	1,2919	1,3975	1,5041	0	0,0768	0	0	0	0,0768
$S_3$	0	0,7268	0	0,4849	0,8946	1,1012	0	-0,9076	1	0	0	0,0924
$S_4$	0	5,6746	0	3,7955	6,9635	8,5764	0	-0,0002	0	1	0	0,9998
$S_5$	0	5,1099	0	3,4418	6,2541	7,6856	0	-0,1125	0	0	1	0,8875

Diperoleh strategi pemasaran optimal untuk indosat yaitu

$$W=0,0768$$

$$Y_2 = 0,0768$$

$$Y_1 = Y_3 = Y_4 = Y_5 = Y_2 = 0$$

$$\text{Karena } W = \frac{1}{v} \text{ dan karena } Y_j = \frac{y_j}{v} \text{ maka } y_j = Y_j \cdot v$$

$$V = \frac{1}{W} = \frac{1}{0,0768} = 13,0081$$

$$y_2 = 0,0768 \cdot 13,0208 = 0,9999 = 99,99\%$$

$$y_1 = y_3 = y_4 = y_5 = 0 \cdot 13,0081 = 0$$

Pada matriks perolehan awal sebelumnya seluruh elemen telah ditambah dengan  $k = 8,4414$  maka  $V = 13,0081 - 8,4414 = 4,5667$

Dengan demikian, strategi pemasaran optimal untuk indosat adalah strategi kekuatan sinyal dengan peluang 99,99% artinya indosat harus mengutamakan kekuatan sinyal agar maksimum kerugian yang diperoleh oleh perusahaan adalah 4,5667 singkatnya adalah indosat dapat meminimumkan kerugiannya dengan meningkatkan kualitas kekuatan sinyal.

### 9. Penyelesaian Bentuk Pemrograman Linier Telkomsel

Bentuk pemrograman linier untuk Telkomsel adalah sebagai berikut

$$\text{Minimumkan } Z = \frac{1}{V} = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \quad (11)$$

Dengan kendala:

$$\begin{aligned} 8,3031X_1 + 18,6835X_2 + 17,0017X_3 + 5,6745X_4 + 7,2090X_5, & \geq 1, \\ 2,6285X_1 + 13,0081X_2 + 11,3272X_3 + 0,0000X_4 + 1,5344X_5, & \geq 1, \\ 6,4238X_1 + 16,8034X_2 + 15,1225X_3 + 3,7953X_4 + 5,3297X_5, & \geq 1, \\ 9,5921X_1 + 19,9717X_2 + 18,2908X_3 + 6,9636X_4 + 8,4980X_5, & \geq 1, \\ 11,2050x_1 + 21,5846X_2 + 19,9037X_3 + 8,5765X_4 + 10,1109X_5, & \geq 1. \end{aligned}$$

Penyelesaian bentuk persamaan (13) diperoleh solusi sebagai berikut:

Tabel 13. Solusi Optimal Untuk Telkomsel (Simpleks)

Var	Z	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	NK
Z	1	-0,7979	0	-0,1292	-1	-0,8820	0	-0,0769	0	0	0	0,0768
$X_2$	0	0,2020	1	0,8708	0	0,1180	0	-0,0769	0	0	0	0,0768
$S_1$	0	-4,5317	0	-0,7313	-5,6769	-5,0066	1	-1,4369	0	0	0	0,4369
$S_3$	0	-3,4864	0	-0,4905	-1,1523	-1,0613	0	-1,2916	1	0	0	0,2916
$S_4$	0	-5,5568	0	-0,7813	-6,9639	-6,1425	0	-1,6216	0	1	0	0,6216
$S_5$	0	-6,8908	0	-1,1080	-8,5769	-7,5652	0	-1,6593	0	0	1	0,6593

Dari Tabel 13 diatas diperoleh strategi pemasaran optimal untuk Telkomsel , yaitu:

$$Z = 0,0769$$

$$X_2 = 0,0769$$

$$X_1 = X_3 = X_4 = X_5 = 0$$

Karena  $Z = \frac{1}{V}$  dan karena  $Y_i = \frac{x_i}{V}$  maka  $x_i = X_i \cdot V$

$$V = \frac{1}{Z} = \frac{1}{0,0768} = 13,0081$$

$$x_2 = 0,0768 \cdot 13,0081 = 0,9999 = 99,99\%$$

$$x_1 = x_3 = x_4 = x_5 = 0 \cdot 13,0039 = 0$$

Pada matriks perolehan awal sebelumnya seluruh elemen telah ditambah dengan  $k = 8,4414$  maka  $V = 13,0081 - 8,4414 = 4,5667$ . Dengan demikian, strategi pemasaran optimal untuk telkomsel adalah strategi harga paket data dengan peluang 99,99% artinya telkomsel harus mengutamakan harga paket data agar maksimum kerugian yang diperoleh oleh perusahaan adalah 4,5667 singkatnya adalah Telkomsel dapat memaksimalkan keuntungannya dengan meningkatkan kualitas harga paket data.

Berdasarkan perhitungan yang telah dilakukan, diperoleh nilai permainan  $V_{\text{Telkomsel}} = V_{\text{Indosat}} = 4,5667$  yang merupakan nilai keseimbangan. Maksud nilai keseimbangan ini adalah tingkat penilaian responden terhadap layanan yang ditawarkan oleh kedua pemain. Artinya dengan menggunakan strategi murni maupun

strategi campuran metode pemrograman linier antara Telkomsel dan Indosat masing-masing memperoleh strategi optimal untuk meningkatkan keuntungan dan mengurangi resiko kerugian yang disebabkan oleh penilaian konsumen.

## **PENUTUP**

Berdasarkan hasil dan pembahasan diperoleh kesimpulan bahwa strategi pemasaran yang optimal untuk kedua penyedia layanan internet dengan menggunakan logika fuzzy sebagai bantuan dari metode teori permainan adalah atribut kekuatan sinyal untuk pemain P2 (Indosat) dan atribut harga paket data untuk pemain P1 (Telkomsel) dengan nilai permainan atau saddle point yang diperoleh adalah 4,5667. Atribut yang paling dipentingkan oleh warga desa Sepaso Barat adalah kekuatan sinyal dan harga paket data. Pada analisis kepuasan diperoleh hasil bahwa pengguna Telkomsel menunjukkan tingkat kepuasan tertinggi pada atribut tarif SMS dengan nilai rata-rata 7,9167 sedangkan pengguna Indosat menunjukkan tingkat kepuasan tertinggi pada atribut tarif SMS dengan nilai rata-rata 7,0833.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- [1] Aminuddin. (2005). *Prinsip-prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga
- [2] Dimiyanti, A. (2006). *Operation Research*. Bandung: Sinar Baru Algensindo.
- [3] Kusumadewi, S, & H. Purnomo. (2013). *Aplikasi Logika Fuzzy untuk Pendukung Keputusan Edisi kedua Cetakan kedua*. Yogyakarta: Graha Ilmu
- [4] Rouhani, S., Mehdi, G., & Mostafa, J. (2012). Evaluation Model Of Business Intelligence for Enterprise System Using Fuzzy TOPSIS. *Expert System with applications*. 39. 3764-3771
- [5] Juraman, S. R. (2014). Pemanfaatan Smarthphone Android Oleh mahasiswa ILKOM dalam Mengakses Informasi Edukatif. *Journal Unstrat* Volume III, No. 1 tahun 2014., diakses pada tanggal 6 januari pukul 08.00
- [6] Kurniawan, Albert. (2014). *Metode Riset untuk Ekonomi dan Bisnis Teori, Konsep, dan Praktik Penelitian Bisnis: Dilengkapi Perhitungan Pengolahan Data dengan IBM SPSS 22.0 (Cetakan Pertama)*. Bandung: CV. Alfabeta
- [7] Mastura, K., Syaripuddin, S., & A'yun, QQ. (2022). Penerapan Teori Permainan Berbasis Logika Fuzzy dalam Menentukan Strategi Pemasaran Optimal pada Penyedia Layanan Internet. *Basis : Jurnal Ilmiah Matematika*, 1(1), 70-84. doi:10.30872/basis.v1i1.936
- [8] Maruvad, D.P., dan Bellamkonda, R.S. (2010). Analyzing The Passenger Service Quality of the Indian Reilways Using Railqual:Examining The Applicability Of Fuzzy Logic. *International Journal Of Innovation Management And Technology*. 5(2): 478-482
- [9] Gumilar, I. (2007). *Metode Riset untuk Bisnis dan Manajemen*. Bandung: Utamalab
- [10] Sugiyono. (2013). *Metodelogi Penelitian Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*. Bandung: CV. Alfabeta
- [11] Ghozali, I. (2006). *Aplikasi Analisis Multivariate dengan Program SPSS (edisi ke 4)*. Semarang: Badan Penerbit Universitas Diponegoro.

## Penentuan Rute Terpendek Distributor Minimarket Menggunakan Algoritma Floyd Warshall

Yola Yohana<sup>1</sup>, Syaripuddin<sup>1\*</sup>, Qonita Qurrota A'yun<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratorium Matematika Komputasi Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman

Dikirim: Januari 2023; Diterima: Maret 2023; Dipublikasi: September 2023

Alamat Email Korespondensi: syarifrahman2014@gmail.com

### Abstrak

Indomaret merupakan salah satu jaringan ritel waralaba yang menyediakan kebutuhan pokok dan kebutuhan sehari-hari. Pertumbuhan gerai Indomaret yang semakin bertambah di setiap kota memerlukan pendistribusian yang baik. Salah satu cara untuk menyelesaikan persoalan pendistribusian barang secara optimal adalah dengan pemilihan jalur terpendek. Penelitian ini menggunakan algoritma *Floyd Warshall* untuk pencarian rute terpendek dengan studi kasus mobil distributor indomaret wilayah Samarinda. Algoritma *Floyd Warshall* adalah suatu metode yang melakukan pemecahan dengan memandang solusi yang akan diperoleh sebagai suatu keputusan yang saling terkait. Jalur pendistribusian barang dimulai dari titik awal yaitu Indogrosir di Jl. Kyai H. Wahab Syahrani menuju ke enam Indomaret di kecamatan Samarinda Kota. Berdasarkan hasil penelitian, didapatkan jalur dengan jarak terpendek yang dimulai dari Indogrosir Jl. Kyai H. Wahab Syahrani, Sempaja Selatan, Kecamatan Samarinda Utara - Jl. KH Wahid Hasyim I - Jl. M. Yamin - Jl. Dr. Sutomo - Jl. Pahlawan - Jl. Kusuma Bangsa - Jl. Agus Salim - Jl. Abdul Hasan - Jl. KH A Khalid - Indomaret di Jl. Diponegoro - Jl. Diponegoro - Indomaret Jl. Hidayatullah - Jl. Hidayatullah - Jl. Flores - Jl. Mulawarman - Indomaret Jl. Sebatik - Jl. Sebatik - Indomaret Jl. Imam Bonjol - Jl. Imam Bonjol - Jl. Ahmad Dahlan - Indomaret Jl. Ahmad Dahlan - Jl. Basuki Rahmat I - Jl. Agus Salim - Jl. Kusuma Bangsa - Jl. Pahlawan - Jl. Dr. Sutomo I - Jl. M. Yamin - Jl. KH Wahid Hasyim I - Indogrosir Jl. Kyai H. Wahab Syahrani.

### Kata Kunci:

*Algoritma floyd warshall, Minimarket, Pendistribusian, Rute terpendek*

### PENDAHULUAN

Graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang dapat digunakan dalam membantu persoalan di berbagai bidang seperti masalah komunikasi, transportasi, distribusi, aliran air, aliran listrik dan lain sebagainya. Salah satu kegunaan graf yang cukup penting adalah dalam hal pemilihan rute terpendek [1]. Penyelesaian masalah pencarian rute terpendek dapat dilakukan dengan menggunakan metode algoritma konvensional. Metode konvensional adalah algoritma yang menggunakan perhitungan matematis, salah satunya yaitu Algoritma *Floyd Warshall* [2].

Algoritma *Floyd Warshall* adalah salah satu varian dari pemrograman dinamis, yaitu suatu metode yang melakukan pemecahan dengan memandang solusi yang akan diperoleh sebagai suatu keputusan yang saling terkait yang artinya solusi tersebut dibentuk dari solusi yang berasal dari tahap sebelumnya dan ada kemungkinan solusi

lebih dari satu[3]. Algoritma *Floyd Warshall* merupakan algoritma yang mengambil jarak minimal dari suatu titik ke titik lainnya [4].

Bagi suatu perusahaan, rute terpendek sangat dibutuhkan dalam proses pendistribusian barang untuk membantu dalam pengoptimalan jarak tempuh menuju lokasi yang menjadi tujuan sehingga dapat meningkatkan efisiensi biaya dan waktu. Salah satunya minimarket maralaba Indomaret yang pertumbuhannya semakin bertambah mendesak mobil distributor Indomaret dalam menyalurkan barang agar lebih efisien dalam *update stock* barang dari Indomaret satu ke Indomaret lainnya. Sehingga, terdapat beberapa rute yang masing-masing mengandung resiko biaya dan waktu.

Berdasarkan uraian di atas, pada paper ini peneliti akan membahas masalah jalur terpendek yang akan diselesaikan menggunakan metode *Floyd Warshall* dengan judul "Penentuan Rute Terpendek Distributor Minimarket Menggunakan Algoritma Floyd Warshall".

## METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini yang menjadi populasi dalam penelitian ini adalah seluruh data jalur yang memungkinkan untuk distribusi barang menuju indomaret tujuan di Samarinda. Adapun sampelnya berupa data jalur Indomaret dari *Google Maps* di Samarinda Kota. Teknik sampling yang digunakan pada penelitian ini adalah teknik *purposive sampling*. Pada penelitian ini, variabel penelitian yang digunakan adalah data yang diperoleh dari *Google Maps* yaitu rute dari distributor menuju indomaret tujuan distribusi yang dinotasikan sebagai *edge*, setiap persimpangan dan Indomaret yang dinotasikan sebagai *vertex* dan data jarak yang diperoleh dari pasangan *vertex* yang disebut sebagai bobot.

Adapun langkah-langkah pencarian jalur terpendek sebagai berikut :

1. Menyusun jaringan dari data peta wilayah mulai dari Indogrosir menuju ke enam Indomaret yang didistribusikan oleh PT. Indomarco Prismatama di Samarinda.
2. Menganalisis ketiga variabel, yaitu persimpangan, arah dan jarak.
3. Menggabungkan ketiga variabel menjadi satu berupa gambar yaitu graf awal
4. Menentukan rute optimal yang dilalui menggunakan algoritma *Floyd Warshall*.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

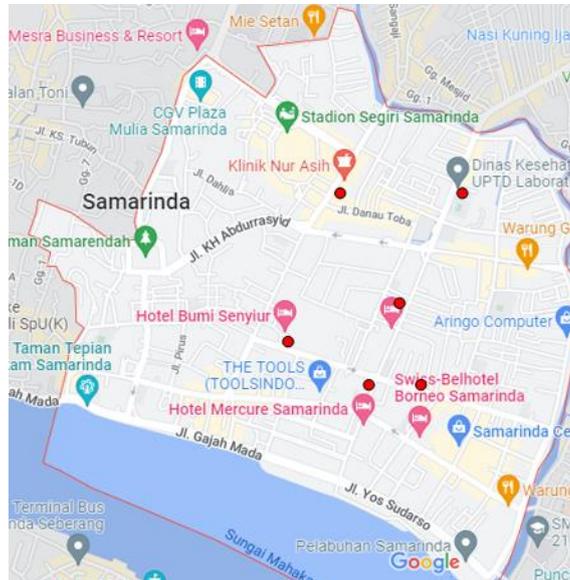
1. Menyusun jaringan dari data peta wilayah mulai dari Indogrosir menuju ke enam Indomaret yang didistribusikan oleh PT. Indomarco Prismatama

Pendistribusian barang dilakukan dari gudang utama (Indogrosir) yang beralamatkan di Jl. Kyai H. Wahab Syahrane, Sempaja Selatan, Kecamatan Samarinda Utara, Kota Samarinda, Kalimantan Timur 75124. Adapun tujuan distribusi adalah menuju keenam Indomaret di Kecamatan Samarinda Kota, yaitu:

1. Jl. Agus Salim, Sungai Pinang Luar, Kec. Samarinda Kota, Kota Samarinda, Kalimantan Timur 75242
2. Jl. Imam Bonjol, Pelabuhan, Kec. Samarinda Kota, Kota Samarinda, Kalimantan Timur 75113
3. Jl. Kyai Haji Ahmad Dahlan, Sungai Pinang Luar, Kec. Samarinda Kota, Kota Samarinda, Kalimantan Timur 75117
4. Gg. Karya 2 No.59, Pelabuhan, Kec. Samarinda Kota, Kota Samarinda, Kalimantan Timur 75112
5. Jl. Pulau Sebatik, Pelabuhan, Kec. Samarinda Kota, Kota Samarinda, Kalimantan Timur 75242

6. Jl. Pangeran Diponegoro, Pelabuhan, Kec. Samarinda Kota, Kota Samarinda, Kalimantan Timur 75111

2. Menganalisis ketiga variabel, yaitu persimpangan, arah dan jarak

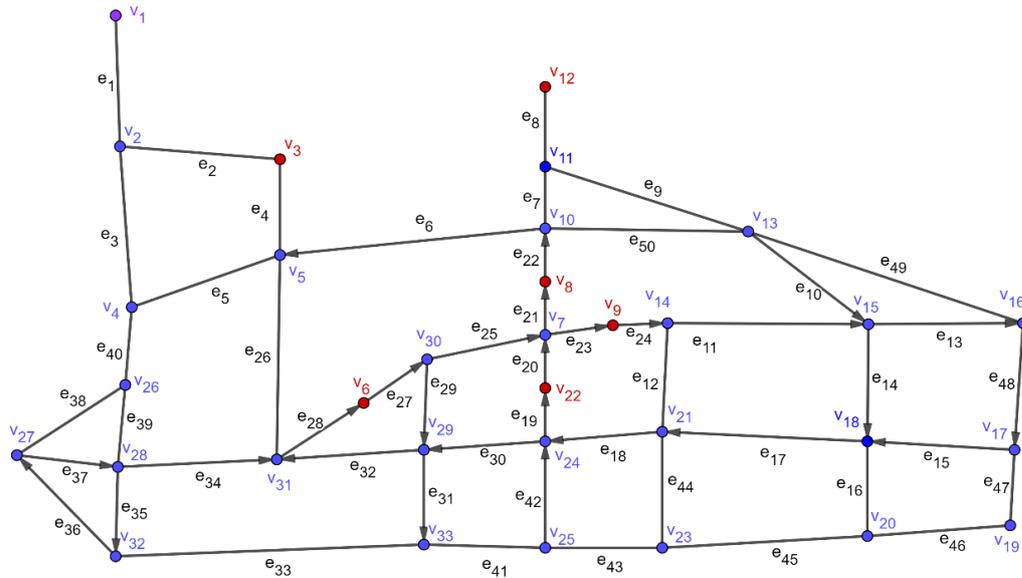


Gambar 1. Peta wilayah kecamatan Samarinda Kota

Pada Gambar 1 menunjukkan lokasi penelitian. Adapun gambar ● pada peta menunjukkan titik indomaret yang dituju di wilayah kecamatan Samarinda Kota. Peneliti mendapatkan data jarak dari setiap simpang yang ada melalui aplikasi "Google Map". Selain data jarak, peneliti menggunakan data arah jalan dan kemungkinan mobil dapat dilalui mobil distribusi Indomaret yang peneliti lihat langsung di lapangan dan dieliminasi dari *Google Map*. Setiap jalan yang tidak dapat dilalui dan mengambil jarak terpendek satu strip yang dilalui mobil distribusi menuju Kecamatan tujuan, sehingga digabungkan menjadi satu menjadi *shortest path* dalam bentuk graf. Kemudian, dioperasikan menggunakan algoritma *Floyd Warshall*.

3. Menggabungkan ketiga variabel menjadi satu berupa gambar yaitu graf awal.

Dalam graf node merupakan persimpangan yang diwakili oleh nama *vertex* ( $v$ ), sementara simpul merupakan rute yang menghubungkan antara dua persimpangan diwakili dengan *edge* ( $e$ ). Dimana, warna merah pada *vertex* menunjukkan Indomaret, warna ungu menunjukkan *vertex* awal dan warna biru pada *vertex* menunjukkan persimpangan. Graf wilayah penelitian ditampilkan pada Gambar 2.



Gambar 2. Graf Wilayah Penelitian

4. Menentukan rute optimal yang dilalui menggunakan algoritma *Floyd Warshall*  
 Algoritma *Floyd Warshall* untuk mencari lintasan terpendek adalah sebagai berikut:

1.  $W = W_0$
2. Untuk  $k = 1$  hingga  $n$ , dilakukan :  
 Untuk  $i = 1$  hingga  $n$  lakukan ;  
 Jika  $W[i, j] > W[i, k] + W[k, j]$  maka tukar  $W[i, j]$  dengan  $W[i, k] + W[k, j]$
3.  $W^* = W [5]$ .

Pengerjaan hasil iterasi peneliti dilakukan menggunakan alustrasi matriks  $5 \times 5$  dengan algoritma *Floyd Warshall*. Berdasarkan tabel 4.4 matriks  $W_{i,j}$  awal kemudian dilakukan proses perhitungan dengan mencari bobot terkecil antara semua titik, dimana semakin kecil bobot maka semakin optimal rute tersebut. Berikut proses optimalisasi matriks jaringan pendistribusian barang Indomaret di Kecamatan Samarinda Kota.

Tabel 4. Bobot *vertex* 1 sampai 5 pada matriks

Vertex	1	2	3	4	5
1	0	5,3	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	5,3	0	0,9	1	$\infty$
3	$\infty$	0,9	0	$\infty$	0,16
4	$\infty$	1	$\infty$	0	0,65
5	$\infty$	$\infty$	0,16	0,65	0

#### Iterasi untuk $k = 1$

Untuk setiap sel matriks  $W$  dicek  $W[i, j] > W[i, k] + W[k, j]$ , maka  $W[i, j]$  diganti dengan  $W[i, k] + W[k, j]$

$i = 1, j = 1$

$W_{1,1} = 0$  sedangkan  $W_{1,1} + W_{1,1} = 0 + 0 = 0$  maka  $W_{1,1}^* = 0$

$W_{1,2} = 5,3$  sedangkan  $W_{1,1} + W_{1,2} = 0 + 5,3 = 5,3$  maka  $W_{1,2}^* = 5,3$

$W_{1,3} = \infty$  sedangkan  $W_{1,1} + W_{1,3} = 0 + \infty = \infty$  maka  $W_{1,3}^* = \infty$

$W_{1,4} = \infty$  sedangkan  $W_{1,1} + W_{1,4} = 0 + \infty = \infty$  maka  $W_{1,4}^* = \infty$

$$W_{1,5} = \infty \text{ sedangkan } W_{1,1} + W_{1,5} = 0 + \infty = \infty \text{ maka } W_{1,5}^* = \infty$$

$$W_{2,1} = 5,3 \text{ sedangkan } W_{2,1} + W_{1,1} = 5,3 + 0 = 5,3 \text{ maka } W_{2,1}^* = 5,3$$

$$W_{2,2} = 0 \text{ sedangkan } W_{2,1} + W_{1,2} = 5,3 + 5,3 = 10,6 \text{ maka } W_{2,2}^* = 0$$

$$W_{2,3} = 0,9 \text{ sedangkan } W_{2,1} + W_{1,3} = 5,3 + \infty = \infty \text{ maka } W_{2,3}^* = 0,9$$

$$W_{2,4} = 1 \text{ sedangkan } W_{2,1} + W_{1,4} = 5,3 + \infty = \infty \text{ maka } W_{2,4}^* = 1$$

$$W_{2,5} = \infty \text{ sedangkan } W_{2,1} + W_{1,5} = 5,3 + \infty = \infty \text{ maka } W_{2,5}^* = \infty$$

$$W_{3,1} = \infty \text{ sedangkan } W_{3,1} + W_{1,1} = \infty + 0 = \infty \text{ maka } W_{3,1}^* = \infty$$

$$W_{3,2} = 0,9 \text{ sedangkan } W_{3,1} + W_{1,2} = \infty + 5,3 = \infty \text{ maka } W_{3,2}^* = 0,9$$

$$W_{3,3} = 0 \text{ sedangkan } W_{3,1} + W_{1,3} = \infty + \infty = \infty \text{ maka } W_{3,3}^* = 0$$

$$W_{3,4} = \infty \text{ sedangkan } W_{3,1} + W_{1,4} = \infty + \infty = \infty \text{ maka } W_{3,4}^* = \infty$$

$$W_{3,5} = 0,16 \text{ sedangkan } W_{3,1} + W_{1,5} = \infty + \infty = \infty \text{ maka } W_{3,5}^* = 0,16$$

$$W_{4,1} = \infty \text{ sedangkan } W_{4,1} + W_{1,1} = \infty + 0 = \infty \text{ maka } W_{4,1}^* = \infty$$

$$W_{4,2} = 1 \text{ sedangkan } W_{4,1} + W_{1,2} = \infty + 5,3 = \infty \text{ maka } W_{4,2}^* = 1$$

$$W_{4,3} = \infty \text{ sedangkan } W_{4,1} + W_{1,3} = \infty + \infty = \infty \text{ maka } W_{4,3}^* = \infty$$

$$W_{4,4} = 0 \text{ sedangkan } W_{4,1} + W_{1,4} = \infty + \infty = \infty \text{ maka } W_{4,4}^* = 0$$

$$W_{4,5} = 0,65 \text{ sedangkan } W_{4,1} + W_{1,5} = \infty + \infty = \infty \text{ maka } W_{4,5}^* = 0,65$$

$$W_{5,1} = \infty \text{ sedangkan } W_{5,1} + W_{1,1} = \infty + 0 = \infty \text{ maka } W_{5,1}^* = \infty$$

$$W_{5,2} = \infty \text{ sedangkan } W_{5,1} + W_{1,2} = \infty + 5,3 = \infty \text{ maka } W_{5,2}^* = \infty$$

$$W_{5,3} = 0,16 \text{ sedangkan } W_{5,1} + W_{1,3} = \infty + \infty = \infty \text{ maka } W_{5,3}^* = 0,16$$

$$W_{5,4} = 0,65 \text{ sedangkan } W_{5,1} + W_{1,4} = \infty + \infty = \infty \text{ maka } W_{5,4}^* = 0,65$$

$$W_{5,5} = 0 \text{ sedangkan } W_{5,1} + W_{1,5} = \infty + \infty = \infty \text{ maka } W_{5,5}^* = 0$$

Dari iterasi 1, maka diperoleh matriks sebagai berikut :

$$W_1 = \begin{matrix} & & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{matrix} & \left[ \begin{array}{ccccc} 0 & 5,3 & \infty & \infty & \infty \\ 5,3 & 0 & 0,9 & 1 & \infty \\ \infty & 0,9 & 0 & \infty & 0,16 \\ \infty & 1 & \infty & 0 & 0,65 \\ \infty & \infty & 0,16 & 0,65 & 0 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Diperoleh matriks  $W$  adalah matriks bobot pada path baru yang lebih optimal dibanding matriks awal, dihasilkan dengan penggunaan algoritma *Floyd Warshall*. Namun bobot yang diperoleh belum tentu merupakan rute optimal. Maka perlu dilakukan iterasi kedua dengan menggunakan matriks  $W$  hasil dari iterasi pertama, dan iterasi ketiga menggunakan matriks baru hasil dari iterasi kedua. Begitu selanjutnya dilakukan hal yang sama pada iterasi berikutnya.

### Iterasi Untuk $k = 2$

Iterasi untuk  $k = 2$  dilakukan dengan cara yang sama seperti iterasi untuk  $k = 1$ , untuk semua harga  $i$  dan  $j$ , hanya titik perantaranya adalah titik  $v_2$ , dengan menggunakan  $W$  hasil dari iterasi pertama, sehingga didapatkan hasil dari iterasi kedua.

$$W_2 = \begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ v_1 & \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 5,3 \\ 6,2 \\ 6,3 \\ \infty \end{array} \right. & \begin{array}{c} 5,3 \\ 0 \\ 0,9 \\ 1 \\ \infty \end{array} & \begin{array}{c} 6,2 \\ 0,9 \\ 0 \\ 1,9 \\ 0,16 \end{array} & \begin{array}{c} 6,3 \\ 1 \\ 1,9 \\ 0 \\ 0,65 \end{array} & \left. \begin{array}{c} \infty \\ \infty \\ 0,16 \\ 0,65 \\ 0 \end{array} \right] \end{matrix}$$

**Iterasi Untuk  $k = 3$** 

$$W_3 = \begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ v_1 & \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 5,3 \\ 6,2 \\ 6,3 \\ 6,36 \end{array} \right. & \begin{array}{c} 5,3 \\ 0 \\ 0,9 \\ 1 \\ 1,06 \end{array} & \begin{array}{c} 6,2 \\ 0 \\ 1,9 \\ 0 \\ 0,16 \end{array} & \begin{array}{c} 6,3 \\ 1 \\ 0 \\ 0,65 \\ 0,65 \end{array} & \left. \begin{array}{c} 6,36 \\ 1,06 \\ 0,16 \\ 0,65 \\ 0 \end{array} \right] \end{matrix}$$

**Iterasi Untuk  $k = 4$** 

$$W_4 = \begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ v_1 & \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 5,3 \\ 6,2 \\ 6,3 \\ 6,36 \end{array} \right. & \begin{array}{c} 5,3 \\ 0 \\ 0,9 \\ 1 \\ 1,06 \end{array} & \begin{array}{c} 6,2 \\ 0 \\ 1,9 \\ 0 \\ 0,16 \end{array} & \begin{array}{c} 6,3 \\ 1 \\ 0 \\ 0,65 \\ 0,65 \end{array} & \left. \begin{array}{c} 6,36 \\ 1,06 \\ 0,16 \\ 0,65 \\ 0 \end{array} \right] \end{matrix}$$

**Iterasi Untuk  $k = 5$** 

$$W_5 = \begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ v_1 & \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 5,3 \\ 6,2 \\ 6,3 \\ 6,36 \end{array} \right. & \begin{array}{c} 5,3 \\ 0 \\ 0,9 \\ 1 \\ 1,06 \end{array} & \begin{array}{c} 6,2 \\ 0 \\ 1,9 \\ 0 \\ 0,16 \end{array} & \begin{array}{c} 6,3 \\ 1 \\ 0 \\ 0,65 \\ 0,65 \end{array} & \left. \begin{array}{c} 6,36 \\ 1,06 \\ 0,16 \\ 0,65 \\ 0 \end{array} \right] \end{matrix}$$

Hubungan antar titik dapat diketahui secara menyeluruh, sehingga harus dilakukan iterasi hingga lebih optimal dengan cara yang sama sampai iterasi  $ke - n$ , dengan  $n$  adalah banyaknya *verteks*. Jumlah *verteks* adalah 33, maka dilakukan iterasi hingga  $k = 33, i = 33$  dan  $j = 33$ .

Hasil iterasi dapat diperoleh hingga iterasi  $ke - 33$  maka diperoleh matriks  $W^*$  atau matriks akhir hasil perhitungan dengan *Floyd Warshall* yang menunjukkan bobot optimal masing-masing *edge*.

Keterangan nama *vertex* untuk masing-masing indomaret ditampilkan pada tabel berikut.

Tabel 5. *Vertex* Indogrosir dan Indomaret

<i>Vertex</i>	Nama	Alamat
$v_1$	Indogrosir	Jl. Kyai H. Wahab Syahranie, Sempaja Selatan., Kecamatan Samarinda Utara
$v_3$	Indomaret	Jl. Agus Salim
$v_6$	Indomaret	Jl. P Diponegoro
$v_8$	Indomaret	Jl. Imam Bonjol
$v_9$	Indomaret	Jl. P Hidayatullah
$v_{12}$	Indomaret	Jl. Ahmad Dahlan
$v_{22}$	Indomaret	Jl. Sebatik

Berdasarkan hasil perhitungan matriks diperoleh bobot masing-masing rute yang menghubungkan masing-masing Indomaret.

Rute optimal pendistribusian dapat diketahui dengan mencari bobot yang paling kecil dari Indogrosir menuju Indomaret hingga kembali ke Indogrosir. Rute dimulai dari Indogrosir, menuju Indomaret yang memiliki bobot terkecil, dari Indomaret tersebut selanjutnya dipilih Indomaret lain yang memiliki bobot paling kecil, begitu selanjutnya hingga kembali ke Indogrosir, sehingga akan diperoleh rute yang menghubungkan ke enam titik tujuan dengan bobot yang paling kecil. Dengan demikian, diperoleh rute yang optimal.

Berikut adalah bobot tiap pasangan titik, yaitu :

$$v_1 - v_3 = 6,2$$

$$v_1 - v_6 = 7,02$$

$$v_1 - v_8 = 7,753$$

$$v_1 - v_9 = 7,573$$

$$v_1 - v_{12} = 8,273$$

$$v_1 - v_{22} = 8,143$$

$$v_3 - v_6 = 0,82$$

$$v_3 - v_8 = 1,553$$

$$v_3 - v_9 = 1,373$$

$$v_3 - v_{12} = 2,073$$

$$v_3 - v_{22} = 1,943$$

$$v_6 - v_8 = 0,733$$

$$v_6 - v_9 = 0,553$$

$$v_6 - v_{12} = 1,253$$

$$v_6 - v_{22} = 1,123$$

$$v_9 - v_8 = 1,013$$

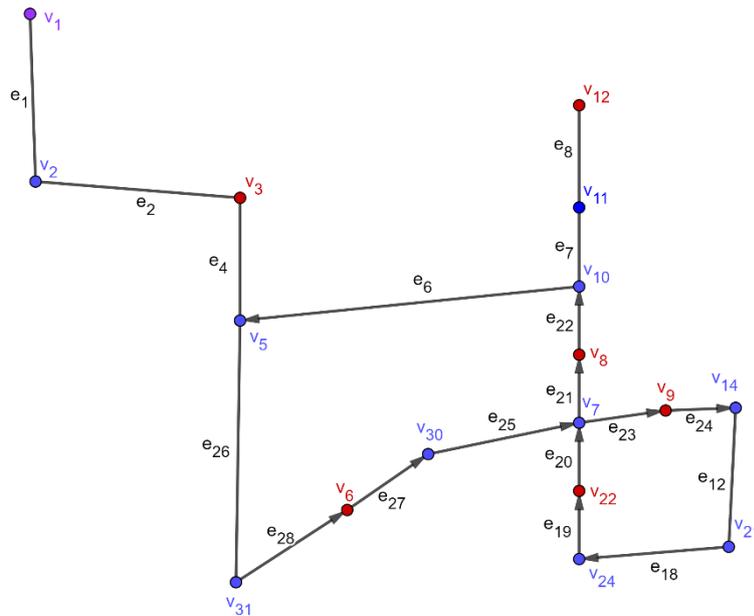
$$v_9 - v_{12} = 1,533$$

$$v_9 - v_{22} = 0,615$$

$$v_{22} - v_8 = 0,398$$

$$v_{22} - v_{12} = 0,918$$

$$v_8 - v_{12} = 0,52$$



Gambar 3. Graf rute pendistribusian

Kemudian dicari pasangan masing-masing *vertex* dengan setiap *vertex* lain yang berbobot paling kecil. Dimana rute dimulai dari  $v_1$  dan kembali lagi ke  $v_1$ . Maka diperoleh rute dengan bobot terkecil adalah

$$v_1 - v_3 - v_6 - v_9 - v_{22} - v_8 - v_{12} - v_1$$

Dengan rute masing-masing pasangan *vertex*

$$v_1 - v_3 = v_1 - v_2 - v_3$$

$$v_3 - v_6 = v_3 - v_5 - v_{31} - v_6$$

$$v_6 - v_9 = v_6 - v_{30} - v_7 - v_9$$

$$v_9 - v_{22} = v_9 - v_{14} - v_{21} - v_{24} - v_{22}$$

$$v_{22} - v_8 = v_{22} - v_7 - v_8$$

$$v_8 - v_{12} = v_8 - v_{10} - v_{11} - v_{12}$$

$$v_{12} - v_1 = v_{11} - v_{10} - v_5 - v_3 - v_2 - v_1$$

Dari rute masing-masing *vertex* tersebut, digabungkan menjadi 1 rute yang menghubungkan semua *vertex*, yaitu

$$v_1 - v_2 - v_3 - v_5 - v_{31} - v_6 - v_{30} - v_7 - v_9 - v_{14} - v_{21} - v_{24} - v_{22} - v_7 -$$

$$v_8 - v_{10} - v_{11} - v_{12} - v_{11} - v_{10} - v_5 - v_3 - v_2 - v_1$$

Rute optimal mobil distributor indomaret wilayah Samarinda dari Indogrosir menuju Indomaret di kecamatan Samarinda Kota diperoleh *path* yang sesuai dengan Algoritma *Floyd Warshall* adalah Indogrosir Jl. Kyai H. Wahab Syahrane, Sempaja Selatan, Kecamatan Samarinda Utara - Jl. KH Wahid Hasyim I - Jl. M. Yamin - Jl. Dr. Sutomo - Jl. Pahlawan - Jl. Kusuma Bangsa - Jl. Agus Salim - Jl. Abdul Hasan - Jl. KH A Khalid - Indomaret di Jl. Diponegoro - Jl. Diponegoro - Indomaret Jl. Hidayatullah - Jl. Hidayatullah - Jl. Flores - Jl. Mulawarman - Indomaret Jl. Sebatik - Jl. Sebatik - Indomaret Jl. Imam Bonjol - Jl. Imam Bonjol - Jl. Ahmad Dahlan - Indomaret Jl. Ahmad Dahlan - Jl. Basuki Rahmat I - Jl. Agus Salim - Jl. Kusuma Bangsa - Jl. Pahlawan - Jl. Dr. Sutomo I - Jl. M. Yamin - Jl. KH Wahid Hasyim I - Indogrosir Jl. Kyai H. Wahab Syahrane.

Berdasarkan metode algoritma *Floyd Warshall* diperoleh representasi graf untuk rute pendistribusian barang dari Indogrosir di Jl. Kyai H. Wahab Syahrane, Sempaja Selatan, Kecamatan Samarinda Utara menuju Indomaret di Kecamatan Samarinda Kota yaitu memiliki 33 *vertex*, satu *vertex* sebagai pendistribusian, 25 *vertex* persimpangan dan ada 6 *vertex* Indomaret yang dilambangkan sebagai  $v_3, v_6, v_8, v_9, v_{12}$  dan  $v_{22}$ . Sisi yang diperoleh yaitu ada 50 yang dilambangkan dengan  $e$  atau *edge*.

## **PENUTUP**

Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh kesimpulan mengenai rute optimal pendistribusian barang Indomaret wilayah Samarinda pada lokasi penelitian yaitu Indogrosir Jl. Kyai H. Wahab Syahrane, Sempaja Selatan, Kecamatan Samarinda Utara menuju Indomaret Samarinda Kota. Adapun rute distribusi optimal tersebut adalah mulai dari Indogrosir Jl. Kyai H. Wahab Syahrane, Sempaja Selatan, Kecamatan Samarinda Utara – Jl. KH Wahid Hasyim I – Jl. M. Yamin – Jl. Dr. Sutomo – Jl. Pahlawan - Jl. Kusuma Bangsa – Jl. Agus Salim – Jl. Abdul Hasan – Jl. KH A Khalid – Indomaret di Jl. Diponegoro – Jl. Diponegoro – Indomaret Jl. Hidayatullah - Jl. Hidayatullah – Jl. Flores – Jl. Mulawarman – Indomaret Jl. Sebatik – Jl. Sebatik – Indomaret Jl. Imam Bonjol – Jl. Imam Bonjol – Jl. Ahmad Dahlan – Indomaret Jl. Ahmad Dahlan – Jl. Basuki Rahmat I – Jl. Agus Salim – Jl. Kusuma Bangsa – Jl. Pahlawan – Jl. Dr. Sutomo I – Jl. M. Yamin – Jl. KH Wahid Hasyim I – Indogrosir Jl. Kyai H. Wahab Syahrane.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- [1] Mukti, M. R. dan Mulyono. (2018). Menentukan Rute Terpendek dengan Menggunakan Algoritma Floyd-Warshall dalam Pendistribusian Barang Pada Pt. Rapy Ray Putratama. *Karismatika*. Vol. 4 No. 1, 39-53.
- [2] Kusumadewi, S. dan Purnomo, H. (2005). *Penyelesaian Masalah Optimasi dengan Teknik-teknik Heuristi*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- [3] Ningrum, F. W., Andrasto, T. (2016). Penerapan Algoritma Floyd-Warshall dalam Menentukan Rute Terpendek pada Pemodelan Jaringan Pariwisata di Kota Semarang. *Jurnal Teknik Elektro*. Vol. 8 No. 1, 1-9.
- [4] Hasibuan, A. R. (2016). Penerapan Algoritma Floyd Warshall Untuk Menentukan Jalur Terpendek Dalam Pengiriman Barang. *Jurnal Riset Komputer (JURIKOM)*. Vol. 3 No. 6, 20-24
- [5] Siang, J.J. (2009). *Matematika Diskrit dan Aplikasinya pada Ilmu Komputer edisi keempat*. Yogyakarta: Penerbit Andi.

## Aplikasi Penjadwalan Proyek Menggunakan Metode PERT-CPM pada Pembangunan Ruang Kelas SDN 009 Bontang Baru

Ersin<sup>1</sup>, Syarifuddin<sup>1\*</sup>, Qonita Qurrota A'yun<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Laboratorium Matematika Komputasi Jurusan Matematika FMIPA Universitas Mulawarman*

Dikirim: April 2023;

Diterima: Mei 2023;

Dipublikasi: September 2023

Alamat Email Korespondensi: [syarifrahman2014@yahoo.co.id](mailto:syarifrahman2014@yahoo.co.id)

### Abstrak

Masalah manajemen penjadwalan proyek dapat diselesaikan dengan beberapa metode, antara lain PERT (*Project Evaluation and Review Technique*) dan CPM (*Critical Path Method*). Dua metode penjadwalan proyek ini memiliki dua pendekatan berbeda dalam pembentukannya, metode CPM menggunakan pendekatan deterministik dan metode PERT menggunakan pendekatan probabilistik. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan durasi pembangunan yang lebih optimal pada proyek pembangunan ruang kelas SDN 009 Bontang Baru. Durasi normal proyek tersebut adalah 294 hari dengan total biaya sebesar Rp4.100.380.537. Berdasarkan hasil penelitian menunjukkan bahwa total durasi pembangunan dapat dipercepat hingga 273 hari dengan probabilitas 57,5% dan total biaya bertambah menjadi Rp4.816.855.311.

### Kata Kunci:

*Durasi optimal, CPM, PERT, jalur kritis*

### PENDAHULUAN

Riset operasi digambarkan sebagai suatu pendekatan ilmiah kepada pengambilan keputusan yang meliputi operasi dari sistem-sistem organisasi, dan berusaha menetapkan arah tindakan terbaik (optimum) dari sebuah masalah keputusan di bawah sumber daya yang terbatas [1]. Terdapat beberapa teknik penyelesaian riset operasi, di antaranya adalah Metode Program Linear. Penggunaan program linear bertujuan untuk menyusun suatu model yang dapat dipergunakan untuk membantu pengambilan keputusan dalam menentukan alokasi yang optimal dari sumber daya perusahaan ke berbagai alternatif, sehingga laba akan maksimum atau alternatif biaya minimum. Salah satu bagian dari program linear yang saat ini umum digunakan dan dikembangkan oleh peneliti adalah teori analisis tentang jaringan (*network*). *Network planning* pada prinsipnya adalah hubungan ketergantungan antara bagian-bagian pekerjaan atau variabel yang digambarkan atau divisualisasikan dalam diagram *network* [2].

Berkaitan dengan proyek, suatu proyek perlu adanya penanganan manajemen penjadwalan proyek yang baik dari segi waktu, biaya dan mempertinggi efisien kerja baik manusia maupun alat. Solusi yang diperlukan untuk mengembalikan tingkat kemajuan proyek sesuai durasi yang telah direncanakan, yaitu analisis durasi optimal proyek dan logika ketergantungan antar kegiatan tersebut agar didapatkan durasi pelaksanaan yang optimal, dan dapat diketahui pekerjaan-pekerjaan yang harus mendapat perhatian khusus. CV. Karya Pratama *Consultant* sebagai unsur pelaksana pengadaan pekerjaan

konstruksi bertugas sebagai pengawas teknis proyek Pembangunan Ruang Kelas Baru dan Pembuatan Turap SDN 009 Bontang Utara. Dalam pengerjaan proyek ini masalah yang sering dihadapi adalah tentang penggunaan waktu yang kurang efektif dan pengiriman perlengkapan barang sehingga diperlukan evaluasi pada penjadwalan proyeknya. Terdapat beberapa metode yang dapat digunakan untuk mengatasi masalah ini di antaranya metode CPM (*Critical Path Method*) dan PERT (*Project Evaluation and Review Technique*) [3]. Penelitian ini memanfaatkan metode CPM dan PERT untuk meminimumkan durasi proyek serta dijadikan bahan masukan agar ke depannya nanti, penjadwalan proyek pada proyek-proyek selanjutnya dapat dilakukan dengan lebih cepat. Penelitian akan difokuskan pada penjadwalan proyek pembangunan ruang kelas.

## LANDASAN TEORI

**Proyek** adalah proses gabungan rangkaian aktivitas-aktivitas sementara yang mempunyai titik awal dan titik akhir, yang melibatkan berbagai sumber daya yang bersifat terbatas atau tertentu untuk mencapai sasaran dan tujuan yang telah ditetapkan [4]. Manajemen adalah sebuah ilmu pengetahuan dan seni mengatur proses pemanfaatan sumber daya manusia dan sumber lainnya agar mencapai tujuan efektif dan efisien [5]. Manajemen proyek merupakan suatu pemikiran tentang manajemen untuk mengelola kegiatan yang berbentuk proyek. Penjadwalan proyek merupakan kegiatan merencanakan waktu pengerjaan proyek mulai dari identifikasi jenis kegiatan, keterurutan, sampai kurun waktu (durasi) yang dibutuhkan setiap kegiatan [6]. Durasi optimal merupakan lamanya waktu yang dibutuhkan dalam melakukan suatu kegiatan untuk diperoleh hasil yang optimal.

**Network planning** merupakan salah satu model yang digunakan dalam penyelenggaraan proyek yang produknya adalah informasi mengenai kegiatan-kegiatan yang ada dalam network diagram proyek yang bersangkutan [7]. Berikut simbol yang digunakan dalam menggambar diagram jaringan kerja:

1.  anak panah, menggambarkan aktivitas.
2.  lingkaran kecil (*node*) menggambarkan suatu kejadian dimulai atau berakhir suatu kegiatan.
3.  anak panah terputus menggambarkan kegiatan *dummy* atau kegiatan semu.
4.  anak panah tebal merupakan kegiatan pada lintasan kritis

Ada dua pendekatan dalam hal menggambarkan diagram jaringan kerja, yaitu:

1. *Activity On Node* (AON)

AON berhubungan dengan kegiatan PDM. Pembuatan diagram *network* dengan menggunakan simpul/node untuk menggambarkan kegiatan. Kegiatannya menggunakan *diagram precedence*.

2. *Activity On Arch* (AOA)

Berbeda dengan AON, *Activity On Arch* (AOA) berhubungan dengan CPM. Aktivitas digambarkan dengan anak panah yang menghubungkan dua lingkaran yang mewakili dua peristiwa. Ekor anak panah merupakan awal dan ujungnya sebagai akhir kegiatan.

**Metode CPM (*Critical Path Method*)** merupakan model aktivitas proyek yang dijelaskan dalam bentuk jaringan anak panah yang menandakan aktivitas proyek dari awal sampai akhir dan node (titik sambungan) sebagai jadwal waktu aktivitas [8]. Jalur kritis merupakan jalur yang melalui kegiatan-kegiatan kritis dari awal sampai akhir jalur yang sangat berpengaruh pada waktu penyelesaian proyek, walaupun dalam sebuah jaringan kerja dapat saja terjadi beberapa jalur kritis. Dalam melakukan analisis jalur

kritis, digunakan proses dua tahap yang terdiri atas perhitungan maju dan perhitungan mundur untuk menentukan jadwal waktu suatu aktivitas.

#### 1. Perhitungan Maju

Perhitungan Maju adalah cara perhitungan yang dimulai dari *Start (Initial Event)* menuju *Finish (Terminal Event)* yang digunakan untuk menghitung waktu penyelesaian penyelesaian tercepat suatu kegiatan (EF) dan waktu tercepat terjadinya kegiatan (ES). Dimana EF didapatkan dari penjumlahan antara ES dan Durasi atau hubungan kegiatan *Start to Start* [9],

$$\begin{aligned} ES_j &= ES_i + SS_{ij} \\ EF_j &= ES_j + D_j \end{aligned} \quad (1)$$

#### 2. Perhitungan Mundur

Perhitungan Mundur adalah perhitungan dari *Finish* menuju *Start* untuk mengetahui waktu paling lambat terjadinya suatu kegiatan (LF) dan waktu paling lambat terjadinya suatu kegiatan (LS) dimana LS didapatkan dari pengurangan antara LF dan durasi atau hubungan kegiatan *Start to Start* (SS),

$$\begin{aligned} LS_i &= LS_j - SS_{ij} \\ LF_i &= LS_i + D_i \end{aligned} \quad (2)$$

*Float (slack)* adalah waktu yang dimiliki oleh suatu kegiatan untuk bisa diundur, tanpa menyebabkan keterlambatan proyek keseluruhan. Setelah perhitungan maju dan perhitungan mundur selesai dilakukan, maka langkah berikutnya harus dilakukan perhitungan kelonggaran waktu dari aktifitas ( $i, j$ ) yang terdiri dari *total float* dan *free float*. Untuk menghitung *total float* dan *free float* digunakan persamaan sebagai berikut,

$$TF_{(i,j)} = LF - ES_{(i)} - D_{(i,j)} \quad (3)$$

$$FF_{(i,j)} = EF_{(j)} - ES_{(i)} - D_{(i,j)} \quad (4)$$

keterangan:

$TF_{(i,j)}$  = *Total float* dari kejadian  $i$  menuju ke  $j$

$FF_{(i,j)}$  = *Free float* dari kejadian  $i$  menuju ke  $j$

Pada perhitungan *total float* dan *free float* dapat diketahui kegiatan mana yang terlibat dalam lintasan kritis.

**Metode PERT (*Program Evaluation Review Technique*)** adalah suatu metode yang digunakan dalam evaluasi suatu proyek yang bertujuan untuk mengurangi sebanyak mungkin adanya penundaan, konflik, maupun gangguan terhadap kegiatan suatu proyek, termasuk di dalamnya melakukan koordinasi dan sinkronisasi dengan berbagai bagian dari keseluruhan pekerjaan agar dapat dilakukan percepatan terhadap penyelesaian suatu proyek [10]. Komponen jaringan dalam PERT menggunakan 3 angka estimasi waktu yaitu :

1. Waktu optimis [a] adalah waktu yang dibutuhkan suatu kegiatan ketika semua hal berjalan sesuai rencana.
2. Waktu pesimistis [b] adalah waktu yang dibutuhkan untuk suatu kegiatan ketika keadaan sangat tidak terduga. Situasi ini terjadi ketika kecelakaan terjadi.
3. Waktu realistis (waktu yang paling mungkin) [m] adalah perkiraan waktu yang dibutuhkan untuk melakukan kegiatan yang paling realistis. Atau bisa juga disebut waktu normal untuk menyelesaikan aktivitas.

Berikut langkah perhitungan mencari waktu optimis [a], waktu pesimis [b] dan waktu yang diharapkan [Te]:

- 1) Mencari rata-rata durasi kegiatan

$$\bar{D} = \frac{\sum D}{n}$$

## 2) Standar Deviasi (S) Kegiatan

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum (D_{P_i} - \bar{D})^2}{n-1}} \quad (5)$$

keterangan:

$S_{P_i}$  = standar deviasi pekerjaan  $P_i$

$D_{P_i}$  = nilai durasi dari pekerjaan  $P_i$

$\bar{D}$  = nilai durasi rata-rata

$n$  = jumlah kegiatan

## 3) Mencari nilai waktu optimis [a] dan nilai waktu pesimis [b]

Nilai waktu optimis [a] = nilai waktu normal [m] - nilai standar deviasi

Nilai waktu pesimis [b] = nilai normal [m] + nilai standar deviasi

## 4) Mencari nilai waktu yang diharapkan [Te] dengan rumus

$$Te = \frac{a+b+4m}{6} \quad (6)$$

Probabilitas merupakan suatu nilai yang digunakan untuk mengkaji dan mengukur ketidakpastian serta mencoba menjelaskan secara kuantitatif. Diumpamakan suatu kegiatan terjadi secara berulang-ulang dengan kondisi yang dianggap sama [11] [12]. Dengan didapatkannya angka probabilitas penyelesaian proyek, dapat menjadi informasi penting bagi pengelola proyek untuk mengetahui langkah-langkah yang perlu dilakukan Sebelum menentukan probabilitas waktu penyelesaian proyek, terlebih dahulu kita menghitung jumlah standar deviasi pada jalur kritisnya. Langkah selanjutnya menghitung probabilitas menggunakan persamaan berikut:

$$Z = \frac{T(d) - Te}{S} \quad (7)$$

keterangan:

$Z$  = probabilitas

$T(d)$  = target jadwal penyelesaian

$Te$  = kurun waktu penyelesaian proyek yang diharapkan

$S$  = standar deviasi

Proses *crashing* merupakan proses mereduksi atau mengurangi durasi suatu pekerjaan yang akan berpengaruh terhadap waktu penyelesaian proyek. Umumnya, bila waktu pelaksanaan suatu pekerjaan dipersingkat (*crashing*), maka biaya langsung akan naik. Perencanaan atas dasar biaya langsung yang terendah belum tentu merupakan yang terbaik, oleh karena hal ini identik dengan waktu yang lama, padahal total biaya dari proyek termasuk juga biaya tak langsung, juga mempengaruhi waktu pelaksanaan [3].

Kenaikan biaya akibat percepatan (*cost slope*) dapat ditentukan dengan menghitung terlebih dahulu biaya pekerjaan akibat percepatan dengan persamaan sebagai berikut:

$$B' = \frac{D}{D'} \times B \quad (8)$$

keterangan:

$B$  = biaya normal

$B'$  = biaya dengan durasi dipercepat

$D$  = durasi normal

$D'$  = durasi dipercepat

Menghitung kenaikan biaya akibat adanya percepatan proyek (*cost slope*) dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$cost\ slope = \frac{B' - B}{D - D'} \quad (9)$$

## METODOLOGI PENELITIAN

Pada penelitian ini yang menjadi populasi penelitian adalah data proyek Pembangunan SDN 009 di kota Bontang Tahun 2019-2020. Sampel yang diambil untuk penelitian ini adalah data proyek Pembangunan Ruang Kelas SDN 009. Teknik *sampling* yang digunakan dalam penelitian ini adalah teknik *purposive sampling*. Pada penelitian ini, variabel penelitian yang digunakan adalah yaitu jenis, waktu dan biaya pekerjaan.

Adapun tahapan-tahapan analisis yang dilakukan sebagai berikut:

2. Menginventarisasi atau mencatat kegiatan
3. Menentukan hubungan urutan dan durasi antar kegiatan
4. Membuat *Network Planning*
5. Analisis data menggunakan metode CPM  
Menganalisis setiap kegiatan dengan perhitungan waktu untuk mendapatkan lintasan kritis atau jalur kritis dan perkiraan waktu yang diharapkan.
6. Analisis data menggunakan metode PERT  
Menganalisis setiap kegiatan dengan tiga cakupan waktu yaitu waktu optimis, waktu pesimis, dan waktu normal untuk mendapatkan perkiraan waktu yang diharapkan.  
Menghitung probabilitas proyek dapat selesai tepat waktu
7. Perhitungan *Crashing Project*
8. Perhitungan penambahan biaya (*cost slope*)
  - a. Mencari *crash time* (kurun waktu dipercepat)
  - b. Mencari *crash cost* (biaya waktu yang disingkat)

## HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Menginventarisasi atau mencatat kegiatan

Penelitian diawali dengan mencatat data jenis, durasi, dan biaya kegiatan proyek pembangunan yang disajikan pada Tabel 1. Data-data tersebut diperoleh dari data RAB dan data durasi kegiatan diperoleh dari data kurva "S"

Tabel 1. Kegiatan proyek pembangunan ruang kelas SDN 009 Bontang Baru

No.	Nama pekerjaan	Simbol	Biaya (Rp)	Durasi (Hari)
<b>Proyek pembangunan ruang kelas SDN 009 Bontang Baru</b>				294
1.	Pekerjaan persiapan	$P_1$	17.362.558,03	28
2.	Pekerjaan tanah	$P_2$	36.430.691,3	56
3.	Pekerjaan pemasangan	$P_3$	444.594.107,6	126
4.	Pekerjaan beton	$P_4$	1.810.249.977	161
5.	Pekerjaan kusen pintu/jendela	$P_5$	405.411.784,8	77
6.	Pekerjaan lantai/dinding keramik	$P_6$	554.444.652	98
7.	Pekerjaan rangka atap /atap	$P_7$	213.723.308,9	63
8.	Pekerjaan <i>plafond</i>	$P_8$	130.261.191,3	70
9.	Pekerjaan pengecatan	$P_9$	131.001.172	56
10.	Pekerjaan sanitair dan saluran	$P_{10}$	133.497.300,2	63
11.	Pekerjaan <i>plumbing</i>	$P_{11}$	83.119.374,9	42
12.	Pekerjaan <i>electrical</i>	$P_{12}$	140.284.419,9	70
<b>Total (Σ)</b>			4.100.380.537	

Dari berbagai masalah dalam mengerjakan proyek tersebut banyak terjadi keterlambatan dalam proses pengerjaannya. Dikarenakan selama ini perusahaan hanya menentukan jadwal menggunakan metode *Bar Chart*, sehingga tidak diketahui kegiatan kritis dalam kegiatan pengerjaan proyek. Oleh sebab itu, pada penelitian ini disajikan

metode penjadwalan menggunakan metode PERT dan CPM untuk mengatasi keterbatasan metode *Bar Chart*.

## 2. Menentukan hubungan urutan dan durasi antar kegiatan

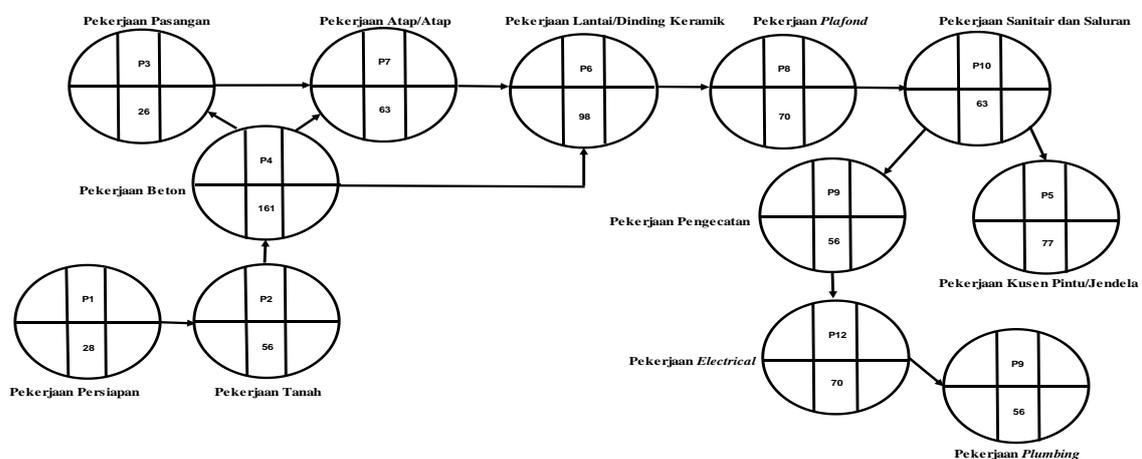
Langkah ini bertujuan untuk mengetahui kegiatan mana yang mendahului, sehingga kegiatan yang akan datang bisa dikerjakan setelah kegiatan sebelumnya selesai, untuk data urutan dan durasi antar kegiatan dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Hubungan urutan dan durasi antar kegiatan pada proyek

Kegiatan	Simbol	Aktivitas sebelumnya	Selisih waktu dengan aktivitas sebelumnya
Pekerjaan persiapan	$P_1$	-	-
Pekerjaan tanah	$P_2$	$P_1$	$SS_{1,2} = 1$
Pekerjaan pasangan	$P_3$	$P_4$	$SS_{4,3} = 5$
Pekerjaan beton	$P_4$	$P_2$	$SS_{2,4} = 2$
Pekerjaan kusen pintu/ jendela	$P_5$	$P_{10}$	$SS_{10,5} = 3$
Pekerjaan lantai/dinding keramik	$P_6$	$P_4$ $P_7$	$SS_{4,6} = 4$ $SS_{7,6} = 4$
Pekerjaan rangka atap/atap	$P_7$	$P_3$ $P_4$	$SS_{3,7} = 4$ $SS_{4,7} = 9$
Pekerjaan <i>plafond</i>	$P_8$	$P_6$ $P_7$	$SS_{6,8} = 0$ $SS_{7,8} = 5$
Pekerjaan pengecatan	$P_9$	$P_5$ $P_{10}$	$SS_{5,9} = 1$ $SS_{10,9} = 4$
Pekerjaan sanitair dan saluran	$P_{10}$	$P_6$ $P_8$ $P_7$	$SS_{6,10} = 0$ $SS_{8,10} = 0$ $SS_{7,10} = 5$
Pekerjaan <i>plumbing</i>	$P_{11}$	$P_{12}$	$SS_{12,11} = 1$
Pekerjaan <i>electrical</i>	$P_{12}$	$P_9$	$SS_{9,12} = 0$

## 3. Membuat *network planning*

Setelah hubungan keterkaitan dan waktu antar masing-masing kegiatan diketahui, maka diagram jaringan dapat digambarkan. Diagram jaringan merupakan logika model yang menggambarkan hubungan antara masing-masing kegiatan dan menjelaskan arus dari operasi sejak awal hingga selesainya kegiatan-kegiatan proyek [11] [12]. Diagram jaringan pada proyek pembangunan ruang kelas SDN 009 Bontang Baru digambarkan berdasarkan Tabel 1.



Gambar 1. *Network Planning* ruang kelas SDN 009 Bontang Baru

## 4. Analisis menggunakan metode CPM

Perhitungan maju dan perhitungan mundur

Hasil perhitungan maju metode CPM menggunakan rumus persamaan (1), dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Perhitungan maju metode CPM

Simbol Pekerja	SS	Durasi (Hari)	ES	EF	Keterangan
$P_1$	0	28	0	28	
$P_2$	1	56	1	57	
$P_4$	2	161	3	164	
$P_3$	5	126	8	134	
$P_7$	4	63	12	75	Diambil yang terbesar (EF)
	9	63	12	75	
$P_6$	5	98	17	115	
$P_8$	0	70	16	86	Diambil yang terbesar (EF)
	5	70	17	87	
$P_{10}$	0	63	16	79	Diambil yang terbesar (EF)
	0	63	17	80	
	5	63	17	80	
$P_5$	3	77	20	97	
$P_9$	1	56	21	77	Diambil yang terbesar (EF)
	4	56	21	77	
$P_{12}$	0	70	21	91	
$P_{11}$	1	42	22	64	

Hasil perhitungan mundur metode CPM menggunakan rumus persamaan (2), dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4. Perhitungan mundur metode CPM

Simbol Pekerja	SS	Durasi (Hari)	LS	LF	Keterangan
$P_{11}$	-	42	22	64	
$P_{12}$	$P_{11} = 1$	70	21	91	
$P_9$	$P_{12} = 1$	56	21	77	
$P_5$	$P_9 = 1$	77	20	97	
$P_{10}$	$P_9 = 4$	63	17	80	Diambil yang terkecil (LF)
	$P_5 = 3$	63	17	80	
$P_8$	$P_{10} = 0$	70	17	87	
$P_5$	$P_9 = 1$	77	20	97	
$P_{10}$	$P_9 = 4$	63	17	80	Diambil yang terkecil (LF)
	$P_5 = 3$	63	17	80	
$P_8$	$P_{10} = 0$	70	17	87	
$P_6$	$P_8 = 0$	98	17	115	
$P_7$	$P_6 = 0$	63	17	80	
$P_3$	$P_7 = 0$	126	17	143	Diambil yang terkecil (LF)
	$P_6 = 14$	161	3	164	
$P_4$	$P_7 = 9$	161	8	169	Diambil yang terkecil (LF)
	$P_3 = 5$	161	12	183	
$P_2$	$P_4 = 2$	56	1	57	
$P_1$	$P_2 = 1$	28	0	28	

Setelah dilakukan perhitungan maju dan perhitungan mundur menggunakan metode CPM langkah selanjutnya adalah menghitung nilai *float/slack* dari masing-masing kegiatan yang nantinya akan diperoleh kegiatan mana saja yang termasuk dalam jalur kritis. Hasil perhitungan *float/slack* dan penentuan jalur kritis menggunakan rumus persamaan (3), dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil perhitungan nilai *float/slack* dan penentuan jalur kritis

Simbol kegiatan	D (hari)	ES	EF	LS	LF	TF (LF-ES-D)	Keterangan
$P_1$	28	0	28	0	28	0	Jalur kritis
$P_2$	56	1	57	1	57	0	Jalur kritis
$P_3$	126	8	134	9	135	1	Bukan Jalur kritis
$P_4$	161	3	164	3	164	0	Jalur kritis
$P_5$	77	20	97	20	98	1	Bukan Jalur kritis
$P_6$	98	17	114	17	115	0	Jalur kritis
$P_7$	63	12	75	13	76	1	Bukan Jalur kritis
$P_8$	70	17	87	17	87	0	Jalur kritis
$P_9$	56	21	77	21	77	0	Jalur kritis
$P_{10}$	63	17	80	17	80	0	Jalur kritis
$P_{11}$	42	22	64	22	64	0	Jalur kritis
$P_{12}$	70	21	91	21	91	0	Jalur kritis

Berdasarkan perhitungan dari tabel dapat disimpulkan bahwa:

- a. Lintasan kritis berada pada kegiatan

$$P_1 - P_2 - P_4 - P_6 - P_8 - P_{10} - P_9 - P_{12} - P_{11}$$

- b. Durasi penyelesaian proyek adalah selama 294 hari dan dapat dipercepat menjadi 273 hari (durasi optimal). Hasil penelitian disajikan dalam bentuk grafik, tabel, atau deskriptif. Analisis dan interpretasi hasil ini diperlukan sebelum dibahas.

5. Analisis data menggunakan metode PERT

- a. Estimasi Waktu Optimis [ $a$ ], Waktu Pesimis [ $b$ ] dan Waktu yang diharapkan [ $T_e$ ]

- 1) Mencari rata-rata durasi kegiatan

$$\begin{aligned}\bar{D} &= \frac{\sum D}{n} \\ &= \frac{294}{12} \\ &= 24,5\end{aligned}$$

- 2) Standar Deviasi (S) Kegiatan

Hasil perhitungan Standar Deviasi (S) Kegiatan menggunakan rumus pada persamaan (5), dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Perhitungan standar deviasi (S) kegiatan

Kegiatan	Simbol	Standar Deviasi (S)
Pekerjaan persiapan	$P_1$	1,2
Pekerjaan tanah	$P_2$	9,5
Pekerjaan pasangan	$P_3$	30,6
Pekerjaan beton	$P_4$	41,2
Pekerjaan kusen pintu/jendela	$P_5$	15,9
Pekerjaan lantai/dinding keramik	$P_6$	22,2

Tabel 6. Perhitungan standar deviasi (S) kegiatan (lanjutan)

Kegiatan	Simbol	Standar Deviasi (S)
Pekerjaan rangkap atap/atap	$P_7$	11,6
Pekerjaan <i>plafond</i>	$P_8$	13,8
Pekerjaan pengecatan	$P_9$	9,5
Pekerjaan sanitair dan satuan	$P_{10}$	11,6
Pekerjaan <i>plumbing</i>	$P_{11}$	5,3
Pekerjaan <i>electrical</i>	$P_{12}$	13,8

3) Mencari nilai waktu optimis [a] dan nilai waktu pesimis [b] serta nilai waktu yang diharapkan [Te]

Perhitungan nilai waktu optimis [a] dan nilai waktu pesimis [b] menggunakan rumus:

1. Waktu optimis [a] = waktu normal - nilai standar deviasi

2. Waktu pesimis [b] = waktu normal + nilai standar deviasi

Perhitungan nilai waktu yang diharapkan [Te] menggunakan rumus pada persamaan (6). Hasil perhitungan nilai waktu optimis [a] dan nilai waktu pesimis [b] serta nilai waktu yang diharapkan [Te] dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 7. Nilai waktu optimis, waktu normal, waktu pesimis, dan waktu yang diharapkan

Simbol kegiatan	Aktivitas sebelumnya	Waktu optimis [a]	Waktu normal [m]	Waktu pesimis [b]	Waktu yang diharapkan [Te]
$P_1$	-	26,8	28	29,5	28
$P_2$	$P_1$	46,5	56	65,5	56
$P_3$	$P_4$	95,4	126	156,6	126
$P_4$	$P_2$	119,8	161	202,2	161
$P_5$	$P_{10}$	61,1	77	92,9	77
$P_6$	$P_4, P_7$	75,8	98	120,2	98
$P_7$	$P_3, P_4$	51,4	63	74,6	63
$P_8$	$P_6, P_7$	56,2	70	83,8	70
$P_9$	$P_5, P_{10}$	46,5	56	65,5	56
$P_{10}$	$P_6, P_7, P_8$	51,4	63	74,6	63
$P_{11}$	$P_{12}$	36,7	42	47,3	42
$P_{12}$	$P_9$	56,2	70	83,4	70

Dengan menggunakan nilai  $Te$  (waktu yang diharapkan) maka dibuatlah sebuah diagram jaringan kerja proyek. Dimana prinsip pembuatan jaringan kerja ini sama seperti pada metode CPM.

Perhitungan maju dan perhitungan mundur menggunakan metode PERT

Hasil perhitungan maju metode PERT menggunakan rumus persamaan (1), dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 8. Perhitungan maju metode PERT

Simbol Pekerjaan	SS	Durasi (Hari)	ES	EF	Keterangan
$P_1$	0	28	0	28	
$P_2$	1	56	1	57	
$P_4$	2	161	3	164	
$P_3$	5	126	8	134	

Tabel 8. Perhitungan maju metode PERT (lanjutan)

Simbol Pekerjaan	SS	Durasi (Hari)	ES	EF	Keterangan
$P_7$	4	63	12	75	Diambil yang terbesar (EF)
	9	63	12	75	
$P_6$	5	98	17	115	
$P_8$	0	70	16	86	Diambil yang terbesar (EF)
	5	70	17	87	
$P_{10}$	0	63	16	79	Diambil yang terbesar (EF)
	0	63	17	80	
	5	63	17	80	
$P_5$	3	77	20	97	
$P_9$	1	56	21	77	Diambil yang terbesar (EF)
	4	56	21	77	
$P_{12}$	0	70	21	91	
$P_{11}$	1	42	22	64	

Hasil perhitungan mundur metode PERT menggunakan rumus persamaan (2), dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9. Perhitungan mundur metode PERT

Simbol Pekerjaan	SS	Durasi (Hari)	LS	LF	Keterangan
$P_{11}$	-	42	22	64	
$P_{12}$	$P_{11} = 1$	70	21	91	
$P_9$	$P_{12} = 1$	56	21	77	
$P_5$	$P_9 = 1$	77	20	97	
$P_{10}$	$P_9 = 4$	63	17	80	Diambil yang terkecil (LF)
	$P_5 = 3$	63	17	80	
$P_8$	$P_{10} = 0$	70	17	87	
$P_6$	$P_8 = 0$	98	17	115	
$P_7$	$P_6 = 0$	63	17	80	
$P_4$	$P_7 = 0$	126	17	143	Diambil yang terkecil (LF)
	$P_6 = 14$	161	3	164	
	$P_7 = 9$	161	8	169	
$P_3$	$P_4 = 5$	161	12	183	
	$P_2 = 2$	56	1	57	
$P_1$	$P_2 = 1$	28	0	28	

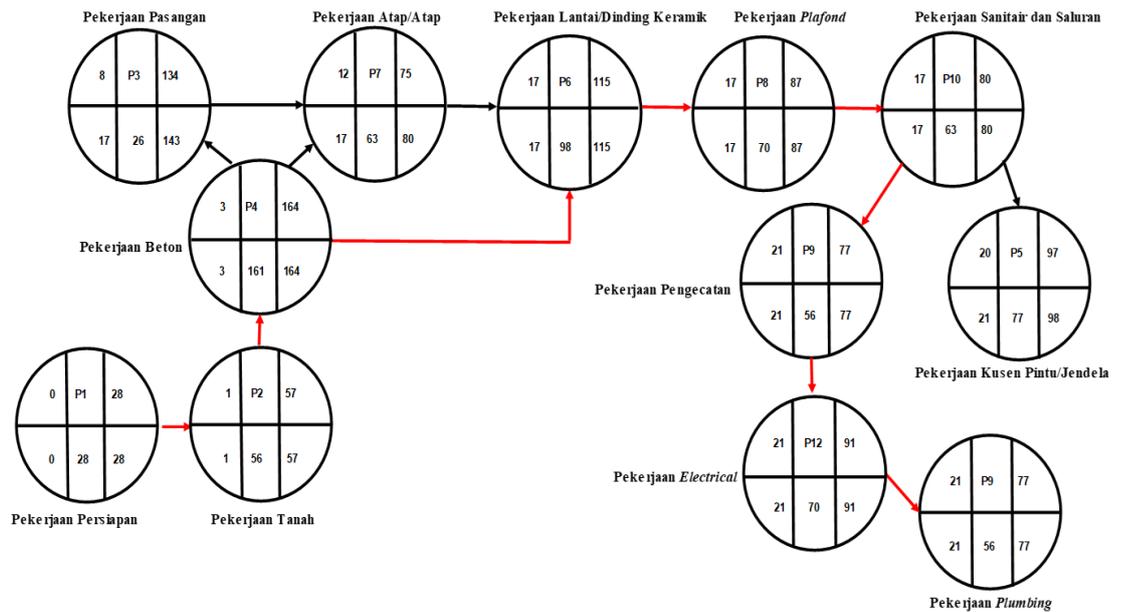
Dari hasil analisis penjadwalan dengan metode PERT dengan nilai  $T_e$  sebagai durasi yang digunakan dalam perhitungan, maka diketahui penyelesaian proyek ( $T_e$ ) selama 273 hari dan diperoleh jalur kritis pada diagram jaringan kerja pada kegiatan,

$$P_1 - P_2 - P_4 - P_6 - P_8 - P_{10} - P_9 - P_{12} - P_{11}$$

Berdasarkan metode CPM dan PERT diperoleh jalur kritis yang sama yaitu:

$$P_1 - P_2 - P_4 - P_6 - P_8 - P_{10} - P_9 - P_{12} - P_{11}$$

Berikut hasil gambar *network planning* atau diagram jaringan proyek pembangunan ruang kelas SDN 009 Bontang Baru menggunakan metode CPM dan PERT.



Gambar 2. Network Planning Pembangunan Ruang Kelas SDN 009 Bontang Baru Tahun 2019-2020 (Perhitungan Maju dan Perhitungan Mundur) Metode PERT dan CPM

Tahapan selanjutnya setelah mendapatkan jalur kritis adalah menentukan probabilitas waktu penyelesaian proyek.

b. Probabilitas Waktu Penyelesaian Proyek

Sebelum menentukan probabilitas waktu penyelesaian proyek, terlebih dahulu kita menghitung jumlah standar deviasi pada jalur kritisnya.

Standar deviasi (*S*) jalur kritis

$$\begin{aligned}
 S &= SP_1 + SP_2 + SP_4 + SP_6 + SP_8 + SP_{10} + SP_9 + SP_{12} + SP_{11} \\
 &= 1,2 + 9,5 + 41,2 + 22,2 + 13,8 + 11,6 + 9,5 + 13,8 + 5,3 \\
 &= 109
 \end{aligned}$$

Langkah selanjutnya menghitung probabilitas menggunakan persamaan (7),

$$Z = \frac{294-273}{109} = 0,192$$

Setelah didapatkan nilai *Z*, untuk mengetahui probabilitas waktu penyelesaian proyek sesuai dengan perencanaan, digunakan tabel distribusi normal *Z*. Probabilitas waktu sesuai dengan perencanaan sebesar 0,5753 atau 57,5%. Artinya, proyek dapat dilaksanakan sesuai target dengan besar kemungkinan sebesar 57,5%.

6. Perhitungan Percepatan Proyek

Hasil perhitungan biaya setiap pekerjaan pada proyek pembangunan ruang kelas SDN 009 Bontang Baru menggunakan rumus persamaan (8), dapat dilihat pada Tabel 10 di bawah ini.

Tabel 10. Hasil perhitungan pada biaya tercepat

Simbol Kegiatan	Waktu Normal	Waktu Dipercepat	Biaya Normal (Rp)	Biaya Dipercepat (Rp)
<i>P</i> <sub>1</sub>	28	26,8	17.362.558,03	18.139.986
<i>P</i> <sub>2</sub>	56	46,5	36.430.691,3	43.873.520,7
<i>P</i> <sub>3</sub>	126	95,4	444.594.107,6	58.897.877,96
<i>P</i> <sub>4</sub>	161	119,8	1.810.249.977	2.432.806.730
<i>P</i> <sub>5</sub>	77	61,1	405.411.784,8	510.911.741,9
<i>P</i> <sub>6</sub>	98	75,8	544.444.652	703.899.418,2

Tabel 10. Hasil perhitungan pada biaya tercepat (lanjutan)

Simbol Kegiatan	Waktu Normal	Waktu Dipercepat	Biaya Normal (Rp)	Biaya Dipercepat (Rp)
$P_7$	63	51,4	213.723.308,9	261.956.584,8
$P_8$	70	56,2	130.261.191,3	162.247.035,4
$P_9$	56	46,5	131.001.172	157.764.852,3
$P_{10}$	63	51,4	133.497.300,2	163.625.095,6
$P_{11}$	42	36,7	83.119.374,9	95.122.90,35
$P_{12}$	70	47,3	140.284.419,9	207.609.478,1

Berikut uraian perbandingan biaya waktu normal dengan biaya waktu dipercepat yang dapat dilihat pada Tabel 11.

Tabel 11. Perbandingan Biaya Waktu Normal dengan Waktu yang Dipercepat

Uraian	Normal	Dipercepat	Selisih
Waktu	294 hari	273 hari	21
Biaya (Rp)	4.100.380.537	4.816.855.311	716.474.774

#### Perhitungan *Cost Slope*

Menghitung kenaikan biaya akibat adanya percepatan proyek (*cost slope*) dengan menggunakan persamaan (9), sehingga diperoleh

$$= \frac{Rp4.816.855.311 - Rp4.100.380.537}{294 - 273}$$

$$= Rp34.117.846$$

Dari hasil perhitungan dapat diketahui, bahwa kenaikan biaya akibat percepatan pelaksanaan proyek pembangunan ruang kelas SDN 009 Bontang Baru adalah sebesar Rp34.117.846

## PENUTUP

Berdasarkan hasil dan pembahasan menggunakan analisis jaringan kerja dengan metode PERT dan CPM pada proyek pembangunan ruang kelas 009 Bontang, didapat jalur kritis dari jaringan kerja proyek tersebut yaitu: Pekerjaan persiapan → Pekerjaan tanah → Pekerjaan beton → Pekerjaan lantai/dinding → Pekerjaan *plafond* → Pekerjaan sanitair dan saluran → Pekerjaan *electrical* → Pekerjaan *plumbing* atau  $P_1 - P_2 - P_4 - P_6 - P_8 - P_{10} - P_9 - P_{12} - P_{11}$ . Durasi normal 294 hari setelah adanya percepatan proyek menggunakan metode analisis CPM durasi menjadi 273 hari. Dari hasil perhitungan PERT maka dihasilkan probabilitas sebesar 0,5753 dalam menyelesaikan proyek dengan waktu yang dipercepat. Artinya, presentasi pencapaian target waktu penyelesaian 294 proyek dengan 273 hari adalah 55,7%. Biaya normal pengerjaan proyek Pembangunan Ruang Kelas Baru SDN 009 Bontang Baru sebesar Rp4.100.380.537. Namun setelah adanya percepatan proyek menggunakan metode CPM dan PERT biaya pengerjaan proyek menjadi Rp4.816.855.311. Artinya kenaikan biaya akibat percepatan proyek sebesar Rp34.117,846.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Nelwan, C., Kekenusa, J. S., dan Langi, Y. (2013). Optimasi Pendistribusian Air dengan Metode *Least Cost* dan Metode *Modified Distribution* (Studi Kasus: PDAM Kabupaten Minahasa Utara). *Jurnal Ilmiah Sains*. Vol. 13. No. 1.

- [2] Oka, Junafuji dan Kartikasari, Dwi. (2017). Evaluasi Manajemen Waktu Proyek Menggunakan Metode PERT dan CPM Pada Pengerjaan "Proyek Reparasi Crane Lampson" Di PT. MCDERMOTT Indonesia. *Journal of Business Administration*. Vol 1, No. 1, Maret 2017, hlm. 28-36, e-ISSN:25489909.
- [3] Aprillia, S., Wasono, W., & A'yun, QQ. (2023). Optimalisasi biaya dan waktu pelaksanaan pembangunan rumah tinggal di Kecamatan Rantau Pulung Kutai Timur menggunakan Critical Path Method (CPM) dan Program Evaluation and Review Technique (PERT). *Basis : Jurnal Ilmiah Matematika*, 2(1), 11-24. doi:10.30872/basis.v2i1.1000
- [4] Wohon, F., Y., Mandagi, R., J., M., dan Pratasari, P., A., K. (2015). Analisa Pengaruh Percepatan Durasi pada Biaya Proyek Menggunakan Program *Microsoft Project* 2013 (Studi Kasus: Pembangunan Gereja GMIM Syaloom Karombasan). *Jurnal Sipil Statik*. Vol. 2, No. 2, Februari (2015) (141-150) ISSN: 2337-6732.
- [5] Astari, N. M., Subagyo, A. M., dan Kusnadi. (2021). Perencanaan Manajemen Proyek dengan Metode CPM (*Critical Path Method*) dan PERT (*Program Evaluation and Review Technique*). *Jurnal Konstruksi*. Vol. 13, No. 1
- [6] Muzdalifah, L., Kurniawati, E., F., Ulul, E., D., dan Pamitra, K., G. (2019). Penjadwalan Proyek Perumahan dengan Optimalisasi Waktu dan Biaya Harian. *Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika*. Vol. 03. No. 02 (2019) pp 78-88.
- [7] Imawo, E., R., M., Tjakra, J., dan Pratasari, P., A., K. (2016). Penerapan Metode CPM pada Proyek Konstruksi (Studi Kasus Pembangunan Gedung Baru Kompleks Eben Haezer Manado). *Jurnal Sipil Statik*. Vol. 4. No. 9 September 2016 (551-558) ISSN: 2337-6732.
- [8] Iluk, T., Ridwan, A., dan Winarto, S. (2016). Penerapan Metode CPM dan PERT pada Gedung Parkir 3 Lantai *Grand Panglima* Polim Kediri. *Jurnal Manajemen Teknologi & Teknik Sipil*. Vol. 3. No. 2 Tahun 2020 (163-176) ISSN: 2337-6732 e ISSN 2621-7686.
- [9] Amani, W., Helmi, dan Beni, I. (2012). Perbandingan Aplikasi CPM, PDM, dan Teknik Bar Chart-Kurva S pada Optimalisasi Penjadwalan Proyek. Buletin Ilmiah *Math. Stat.* dan Terapannya (Bimaster). *Jurnal Untan*. Vol. 01, No. 1, (15-22).
- [10] Abdurrasyid, Luqman, Haris, A., dan Indrianto. (2019). Implementasi Metode PERT dan CPM pada Sistem Informasi Manajemen Proyek Pembangunan Kapal. *Jurnal Ilmu Komputer dan Informatika*. Vol. 5. No. 1 Juni 2019 ISSN: 2621-038X
- [11] Purba, S., A. (2021). Analisis Jaringan Kerja dengan Metode *Critical Path Method* (CPM) dan Model Program Linier. *Jurnal Absis*. Vol. 4, No. 1, Oktober 2021 (429-437) e ISSN: 2654-8739.
- [12] Chilmi, M., dan Wulandari, D., A., R. (2020). Optimalisasi Waktu Proyek dengan Menggunakan Metode CPM dan Probabilitas Waktu 3 Durasi. *Jurnal Media Informasi Teknik Sipil UNIJA*. Vol. 8, No. 1, April 2020 (22-25) e ISSN: 2685-9173.

## Simulasi Numerik Model Transmisi Dinamik Penularan Virus HIV/AIDS dengan Efek Sel CD4<sup>+</sup>T yang Lemah

Gracyella Niken Sekar Arum<sup>1</sup>, Moh. Nurul Huda<sup>1\*</sup>, Wasono<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Laboratorium Matematika Komputasi Program Studi Matematika Jurusan matematika FMIPA Universitas Mulawarman*

Dikirim: April 2023;

Diterima: Juni 2023;

Dipublikasi: September 2023

Alamat Email Korespondensi: [muh.nurulhuda@fmipa.unmul.ac.id](mailto:muh.nurulhuda@fmipa.unmul.ac.id)

### Abstrak

Penelitian ini mengkaji model matematika yang ditunjukkan untuk dinamika HIV/AIDS dengan menggunakan sel CD4<sup>+</sup>T yang lemah. Model ini mempertimbangkan tiga kategori sel yang berbeda: sel CD4<sup>+</sup>T yang tidak terinfeksi, sel CD4<sup>+</sup>T terinfeksi, dan virus. Angka reproduksi dasar telah dihitung dengan menggunakan metode matriks generasi selanjutnya. Model ini menunjukkan dua keadaan yaitu pada keadaan dimana tidak ada virus, dan pada keadaan dimana terdapat virus dan sel T yang terinfeksi. Simulasi numerik dibagi menjadi tiga simulasi ketika angka reproduksi dasar kurang dari, lebih besar dari, dan sama dengan satu, dengan menggunakan nilai-nilai parameter dan populasi awal. Simulasi pertama dilakukan dengan meningkatkan nilai kontak dari sel CD4<sup>+</sup>T dan sel virus dan nilai sel terinfeksi. Simulasi kedua dilakukan dengan menurunkan nilai kontak dari sel CD4<sup>+</sup>T dan sel virus dan nilai sel terinfeksi. Simulasi terakhir dilakukan dengan menurunkan nilai peningkatan sel CD4<sup>+</sup>T.

### Kata Kunci:

*HIV / AIDS, Matriks Generasi Selanjutnya, Sel CD4<sup>+</sup>T, Sistem Dinamik, Titik Kesetimbangan*

## PENDAHULUAN

Penyakit HIV/AIDS merupakan suatu penyakit yang terus berkembang dan menjadi masalah global yang melanda dunia. Menurut data WHO (*World Health Organization*) tahun 2021, penemuan kasus HIV (*Human Immunodeficiency Virus*) di dunia pada tahun 2021 mencapai 84,2 juta kasus, dimana sebanyak 40,1 juta penderita meninggal karena AIDS (*Acquired Immunodeficiency Syndrome*) [1]. AIDS tidak sepenuhnya dapat disembuhkan dan merupakan infeksi serius yang menyerang sistem kekebalan tubuh. HIV menurunkan fungsi kekebalan tubuh untuk melawan infeksi akibat penularan. Literatur biologi mengindikasikan bahwa HIV menginfeksi sel-sel pembantu CD4<sup>+</sup>T. Stase utama penyakit ini dikategorikan berdasarkan respon virus yang kuat, yang harus dibalas dengan kekebalan tubuh yang juga kuat. Pada fase kedua infeksi HIV, sel-sel terinfeksi tidak memiliki gejala, meskipun mengalami replikasi dengan cepat, yang berefek pada perkembangan AIDS [2-4].

Dua puluh tahun terakhir, banyak model matematika deterministik dan stokastik yang menjelaskan dan menunjukkan tingkah laku sistem imun tubuh yang terinfeksi HIV. [5] Pemodelan matematika merupakan salah satu cara untuk menunjukkan masalah yang rumit. Model matematika bisa berupa persamaan atau sistem persamaan.

Model ini telah digunakan untuk menjelaskan berbagai macam fenomena. Kerusakan progresif dari sel CD4+T adalah karakteristik dari infeksi HIV tetapi mekanismenya tidak jelas karena sel T yang lama menurun.

Pada tahun 2010, Srivastava dan Chandra [6] mempresentasikan model matematika untuk dinamika infeksi primer HIV dengan adanya penundaan waktu infeksi sel. Pada tahun 2018, Dutta dan Gupta [7] mengembangkan model matematika yang dibuat oleh Srivastava dan Chandra [6] dengan melibatkan efek kesembuhan alami dari sel CD4+T dan karena periode transisi yang sangat kecil, sel CD4+T lemah yang tidak terinfeksi dikelompokkan ke dalam kelas virus. Dalam artikel ini akan dibahas mengenai model matematika yang dibuat oleh Dutta dan Gupta [7]. Fokus dari analisis ini adalah pada solusi numerik sehingga kajian analitik tidak dibahas.

## LANDASAN TEORI

### (1) Sistem Autonomus Nonlinier

Perhatikan sistem *autonomous* nonlinier berikut ini :

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y, z), \\ \frac{dy}{dt} &= g(x, y, z), \\ \frac{dz}{dt} &= h(x, y, z).\end{aligned}\tag{1}$$

Anggap bahwa fungsi  $f, g$ , dan  $h$  mempunyai turunan parsial dan merupakan fungsi yang kontinu. Titik kesetimbangan diperoleh dengan melakukan ekspansi deret Taylor di sekitar titik  $(x^*, y^*, z^*)$  sehingga fungsi  $f, g$ , dan  $h$  dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}f(x, y, z) &= f(x^*, y^*, z^*) + \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial x}(x - x^*) + \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial y}(y - y^*) \\ &\quad + \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial z}(z - z^*) + \eta_1(x, y, z)\end{aligned}\tag{2}$$

$$\begin{aligned}g(x, y, z) &= g(x^*, y^*, z^*) + \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial x}(x - x^*) + \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial y}(y - y^*) \\ &\quad + \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial z}(z - z^*) + \eta_2(x, y, z),\end{aligned}\tag{3}$$

$$\begin{aligned}h(x, y, z) &= h(x^*, y^*, z^*) + \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial x}(x - x^*) + \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial y}(y - y^*) \\ &\quad + \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial z}(z - z^*) + \eta_3(x, y, z),\end{aligned}\tag{4}$$

dengan  $\eta_1(x, y, z)$ ,  $\eta_2(x, y, z)$ , dan  $\eta_3(x, y, z)$  adalah suku sisa. Untuk hampiran orde satu pada persamaan (2.9) dan (2.10), suku sisa memenuhi sifat-sifat

$$\begin{aligned}\lim_{(x,y,z) \rightarrow (x^*,y^*,z^*)} \frac{\eta_1(x, y, z)}{\vec{w}} &= 0, \\ \lim_{(x,y,z) \rightarrow (x^*,y^*,z^*)} \frac{\eta_2(x, y, z)}{\vec{w}} &= 0, \\ \lim_{(x,y,z) \rightarrow (x^*,y^*,z^*)} \frac{\eta_3(x, y, z)}{\vec{w}} &= 0,\end{aligned}$$

dengan  $\vec{w} = (x - x^*, y - y^*, z - z^*)^T$ .

Berdasarkan persamaan (2), (3), dan (4), serta mengingat

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d(x - x^*)}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{d(y - y^*)}{dt}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{d(z - z^*)}{dt}$$

maka sistem persamaan (1) dapat ditulis dalam bentuk matriks, yaitu

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x - x^* \\ y - y^* \\ z - z^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x^*, y^*, z^*) \\ g(x^*, y^*, z^*) \\ h(x^*, y^*, z^*) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} (x - x^*) + \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} (y - y^*) + \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} (z - z^*) \\ \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} (x - x^*) + \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} (y - y^*) + \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} (z - z^*) \\ \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} (x - x^*) + \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} (y - y^*) + \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} (z - z^*) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \eta_1(x, y, z) \\ \eta_2(x, y, z) \\ \eta_3(x, y, z) \end{bmatrix},$$

atau

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x - x^* \\ y - y^* \\ z - z^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x^*, y^*, z^*) \\ g(x^*, y^*, z^*) \\ h(x^*, y^*, z^*) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} & \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} & \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} \\ \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} & \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} & \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} \\ \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} & \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} & \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (x - x^*) \\ (y - y^*) \\ (z - z^*) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$+ \begin{bmatrix} \eta_1(x, y, z) \\ \eta_2(x, y, z) \\ \eta_3(x, y, z) \end{bmatrix}.$$

Matriks  $\begin{bmatrix} \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} & \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} & \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} \\ \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} & \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} & \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} \\ \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} & \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} & \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} \end{bmatrix}$  disebut matriks Jacobi atau *partial*

*derivative matrix* dan dinotasikan dengan  $J(x^*, y^*, z^*)$ .

Karena  $f(x^*, y^*, z^*) = g(x^*, y^*, z^*) = h(x^*, y^*, z^*) = 0$ , maka persamaan (5) dapat ditulis dalam bentuk

$$\begin{bmatrix} \frac{du}{dt} \\ \frac{dv}{dt} \\ \frac{dw}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} & \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} & \frac{\partial f(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} \\ \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} & \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} & \frac{\partial g(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} \\ \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial x} & \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial y} & \frac{\partial h(x^*, y^*, z^*)}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1(x, y, z) \\ \eta_2(x, y, z) \\ \eta_3(x, y, z) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Persamaan (6) dapat ditulis sebagai :

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = J\vec{w} + \vec{\eta}. \quad (7)$$

Titik  $(x, y, z)$  yang berada cukup dekat dengan  $(x^*, y^*, z^*)$ ,  $(u, v, w)$  bernilai kecil sehingga  $\|\vec{\eta}\| \leq \|\vec{w}\|$ , akibatnya nilai  $\|\vec{\eta}\|$  dapat diabaikan dan di sekitar  $(x^*, y^*, z^*)$  sistem nonlinier (7) dapat dihampiri oleh sistem linier

$$\frac{d\vec{w}}{dt} = J\vec{w}. \quad (8)$$

Nilai  $x = x^*, y = y^*$ , dan  $z - z^*$  diperoleh  $(u^*, v^*, w^*) = (0, 0, 0)$  sehingga sistem *autonomous* nonlinier (8) memiliki titik kesetimbangan  $(u^*, v^*, w^*) = (0, 0, 0)$  [8].

## (2) Nilai Reproduksi Dasar ( $R_0$ )

Menurut Giesecke [9], bilangan reproduksi dasar adalah rata-rata jumlah individu rentan yang terinfeksi secara langsung oleh individu lain yang telah terinfeksi, dan masuk ke dalam populasi yang seluruhnya masih rentan. Kondisi yang akan timbul adalah salah satu di antara kemungkinan berikut :

- Jika  $R_0 < 1$ , maka penyakit akan menghilang.
- Jika  $R_0 = 1$ , maka penyakit akan menetap (endemik).
- Jika  $R_0 > 1$ , maka penyakit akan meningkat menjadi wabah.

## (3) Metode Runge-Kutta 4

Metode Runge-Kutta orde empat merupakan metode yang paling teliti dibandingkan dengan metode Runge-Kutta orde dua dan orde tiga. Oleh karena itu, metode Runge-Kutta orde empat sering digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial. Metode Runge-Kutta orde empat diturunkan dengan cara yang sama seperti metode Runge-Kutta orde dua untuk nilai  $n = 4$ .

Metode Runge-Kutta orde empat mempunyai bentuk sebagai berikut.

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h \quad (10)$$

dengan

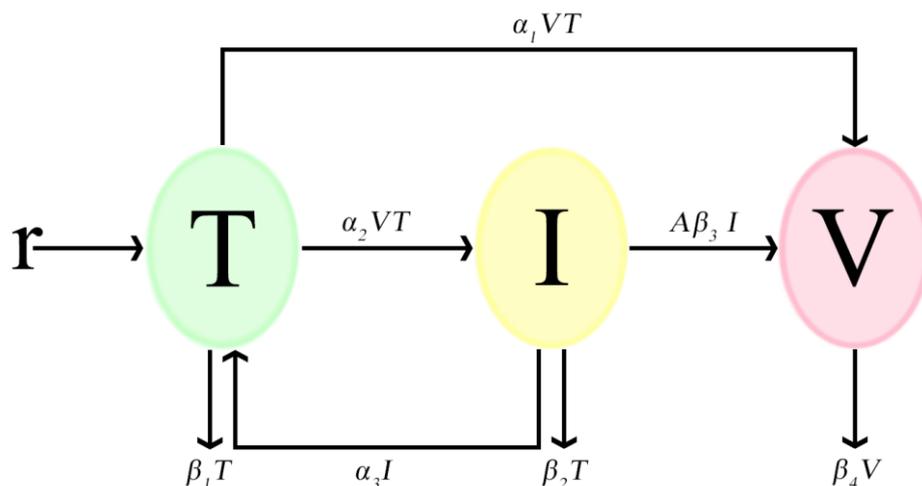
$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_i, x_i) \\ k_2 &= f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}k_1h\right) \\ k_3 &= f\left(t_i + \frac{1}{2}h, x_i + \frac{1}{2}k_2h\right) \\ k_4 &= f\left(t_i + h, x_i + \frac{1}{2}k_3h\right) \end{aligned}$$

Metode Runge-Kutta orde empat ini mempunyai tingkat ketelitian solusi yang lebih tinggi daripada metode Runge-Kutta orde sebelumnya. Metode Runge-Kutta orde empat juga mudah diprogram, stabil, kecil kesalahan pemotongan dan juga kecil kesalahan pembulatan [13].

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### (1) Model Matematika

Pada penelitian ini, model matematika yang digunakan diperoleh dari jurnal penelitian yang dibahas oleh Dutta dan Gupta [1] dimana  $T$  merupakan jumlah sel CD4<sup>+</sup>T yang tidak terinfeksi,  $I$  merupakan jumlah sel CD4<sup>+</sup>T yang terinfeksi virus HIV, dan  $V$  adalah jumlah sel virus. Adapun diagram kompartemen model sebagai berikut,



Gambar 1. Diagram kompartemen model

Adapun model yang digunakan

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= r - \alpha_1 VT - \alpha_2 VT - \beta_1 T + \alpha_3 I, \\ \frac{dI}{dt} &= \alpha_2 VT - \alpha_3 I - \beta_2 I, \\ \frac{dV}{dt} &= A\beta_3 I + \alpha_1 VT - \beta_4 V, \end{aligned} \quad (11)$$

dengan  $T(0) = T_0 > 0$ ,  $I(0) = I_0 \geq 0$  dan  $V(0) = V_0 \geq 0$ .

Parameter  $r$  merupakan nilai peningkatan sel CD4<sup>+</sup>T,  $\alpha_1$  adalah nilai kontak dari sel CD4<sup>+</sup>T dan sel virus menjadi virus,  $\alpha_2$  ( $\alpha_2 > \alpha_1$ ) adalah nilai sel terinfeksi,  $\beta_1$  adalah tingkat kematian alami sel CD4<sup>+</sup>T yang tidak terinfeksi,  $\alpha_3$  adalah tingkat sel terinfeksi sembuh,  $\beta_2$  ( $\beta_2 \geq \beta_1$ ) adalah tingkat kematian akibat sel CD4<sup>+</sup>T terinfeksi,  $\beta_3$  adalah tingkat kematian lytic untuk sel terinfeksi,  $\beta_4$  adalah tingkat kematian akibat virus, dan  $A$  adalah nilai rata-rata dari produksi partikel virus oleh sel terinfeksi.

Pada penelitian ini, bilangan reproduksi dasar atau  $R_0$  diperoleh dengan menggunakan matriks generasi selanjutnya (*next generation*). Nilai  $R_0$  ditentukan menggunakan sistem persamaan (11) dengan nilai titik kesetimbangan bebas penyakit ( $E_0$ ) adalah  $(T_0, I_0, V_0) = (\frac{r}{\beta_1}, 0, 0)$ . Matriks generasi selanjutnya dapat diperoleh dari  $\frac{dI}{dt}$  dan  $\frac{dV}{dt}$ , sehingga didapatkan

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} I \\ V \end{bmatrix} = M \left( \frac{dT}{dt}, \frac{dI}{dt} \right) - N \left( \frac{dT}{dt}, \frac{dI}{dt} \right),$$

dengan

$$M = \begin{bmatrix} \alpha_2 VT \\ \alpha_1 VT \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} I(\alpha_3 + \beta_2) \\ \beta_4 V - A\beta_3 I \end{bmatrix}.$$

Dari persamaan (11), didapatkan nilai reproduksi dasar atau  $R_0$ , yaitu

$$R_0 = \frac{r(A\beta_3\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_1\beta_2)}{(\alpha_3 + \beta_2)\beta_4\beta_1}$$

## (2) Simulasi Numerik

Pada penelitian ini, simulasi numerik dilakukan menggunakan software Matlab 7.1 dengan metode Runge-Kutta orde empat (RK4). Nilai parameter yang digunakan dalam penelitian ini sebagai berikut:

Misalkan dalam satu siklus terdapat konsentrasi sel CD4<sup>+</sup>T sebanyak 10,000,000mM<sup>3</sup>, kematian alami sel CD4<sup>+</sup>T yang tidak terinfeksi adalah 20 kematian per 1000 sel, kematian sel CD4<sup>+</sup>T akibat infeksi virus adalah 700 kematian per 1000, dan kematian litik sel adalah 260 kematian per 1000 sel. Diasumsikan pula nilai rata-rata dari produksi partikel virus oleh sel terinfeksi dalam sehari berjumlah 1478 partikel. Parameter yang digunakan disajikan pada Tabel 1 sebagai berikut

Tabel 1. Nilai Parameter yang Digunakan

Parameter	Penjelasan	Formula	Nilai	Keterangan
$\alpha_1$	Nilai kontak dari sel CD4 <sup>+</sup> T dan sel virus menjadi virus	$\frac{\text{konsentrasi virus}}{\text{konsentrasi sel CD4}^+\text{T}}$	0.00005	Untuk $R > 1$ dan Untuk $R = 1$
			0.00001	Untuk $R < 1$
$\alpha_2$	Nilai sel terinfeksi	$\frac{\text{konsentrasi sel terinfeksi}}{\text{konsentrasi sel CD4}^+\text{T}}$	0.000057	Untuk $R > 1$ dan Untuk $R = 1$
			0.000012	Untuk $R < 1$
$\alpha_3$	Tingkat sel terinfeksi sembuh	$\frac{\text{konsentrasi sel terinfeksi sembuh}}{\text{konsentrasi sel CD4}^+\text{T}}$	0.2/hari	-
$\beta_1$	Tingkat kematian alami sel CD4 <sup>+</sup> T yang tidak terinfeksi	$\frac{\text{kematian alami sel CD4}^+\text{T}}{\text{sel CD4}^+\text{T}}$	0.02/hari	-
$\beta_2$	Tingkat kematian akibat sel CD4 <sup>+</sup> T terinfeksi	$\frac{\text{kematian sel CD4}^+\text{T terinfeksi}}{\text{sel CD4}^+\text{T}}$	0.7/hari	-
$\beta_3$	Tingkat kematian Lytic untuk sel terinfeksi	$\frac{\text{kematian lytic sel CD4}^+\text{T}}{\text{sel CD4}^+\text{T}}$	0.26/hari	-
$\beta_4$	Tingkat kematian virus	$\frac{\text{kematian virus}}{\text{rata - rata partikel virus}}$	3.5/hari	-
$r$	Nilai peningkatan sel CD4 <sup>+</sup> T	$\frac{\text{jumlah peningkatan sel}}{\text{konsentrasi sel CD4}^+\text{T}}$	10 mM <sup>3</sup> /hari	Untuk $R > 1$ dan Untuk $R < 1$
			4.346447398 mM <sup>3</sup> /hari	Untuk $R = 1$
$A$	Nilai rata-rata dari produksi partikel virus oleh sel terinfeksi	-	1478	-

### a. Simulasi numerik untuk $R_0 > 1$

Pada simulasi ini, digunakan nilai parameter  $\alpha_1 = 0.00005$ ,  $\alpha_2 = 0.000057$ ,  $r = 10$ , dan nilai parameter yang lain seperti yang dicantumkan pada Tabel 1. Model

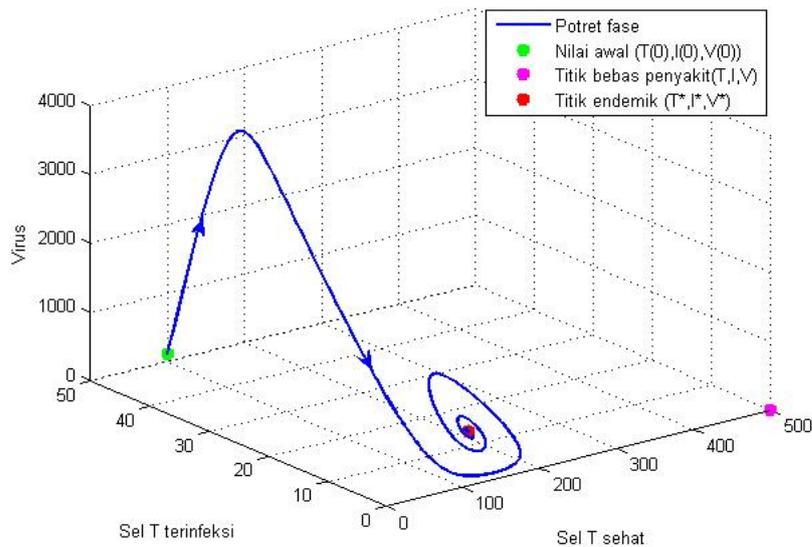
disimulasikan saat nilai awal  $(T(0), I(0), V(0)) = (100, 50, 50), (100, 50, 100), (15, 10, 15)$  sehingga diperoleh

$$R_0 = \frac{r(A\beta_3\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_1\beta_2)}{(\alpha_3 + \beta_2)\beta_4\beta_1}$$

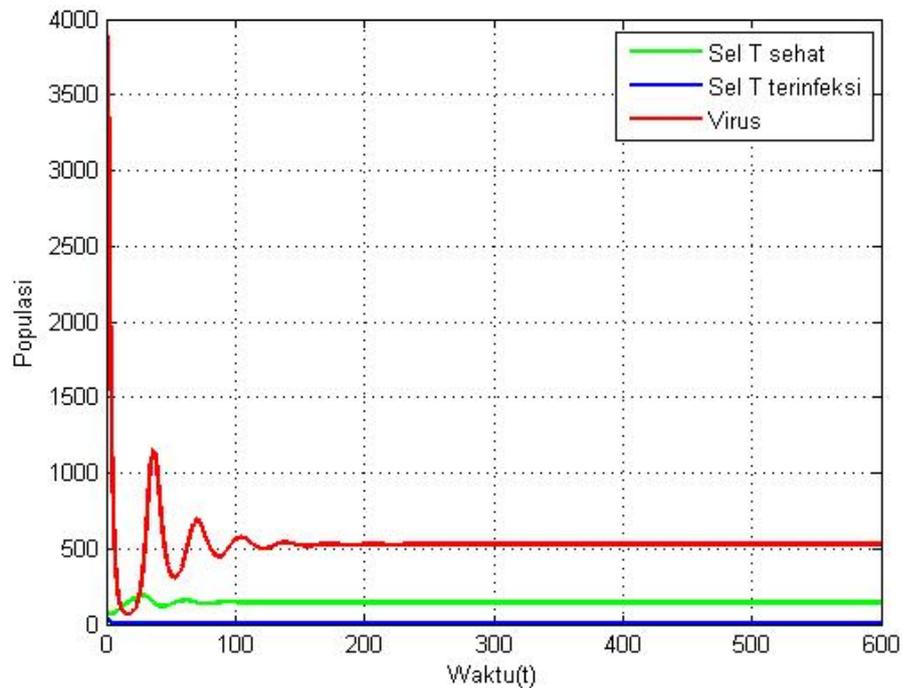
$$= \frac{10((1478)(0.26)(0.000057) + (0.00005)(0.2) + (0.00005)(0.7))}{((0.2) + (0.7))(3.5)(0.02)}$$

$$= 3.483961903 > 1.$$

Didapatkan pula titik kesetimbangan yaitu  $E_0(T_0, I_0, V_0) = (500, 0, 0)$  dan  $E^*(T^*, I^*, V^*) = (143.5147725, 4.786727437, 526.6350328)$ . Hasil simulasi numerik dapat dilihat pada potret fase di Gambar 2.



Gambar 2. Potret fase untuk  $R_0 > 1$



Gambar 3. Populasi terhadap waktu dengan nilai awal  $(100, 50, 100)$

Pada Gambar 2, terlihat bahwa titik kesetimbangan endemik eksis dan kurva bergerak menuju titik kesetimbangan endemik, yang artinya penyakit ada. Pada Gambar 3, dapat diketahui bahwa virus mengalami peningkatan yang lebih signifikan dibanding sel yang sehat.

b. Simulasi numerik untuk  $R_0 < 1$

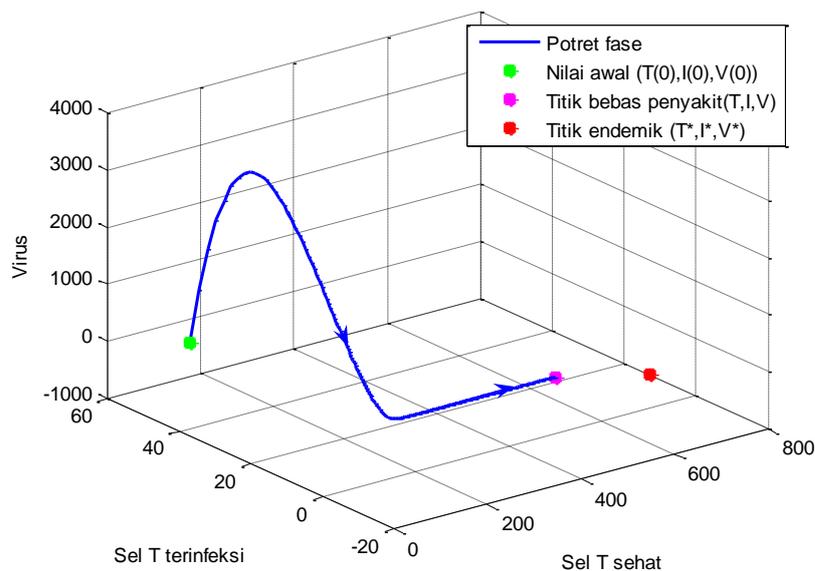
Pada simulasi ini, digunakan nilai parameter  $\alpha_1 = 0.00001$ ,  $\alpha_2 = 0.000012$ ,  $r = 10$ , dan nilai parameter yang lain seperti yang dicantumkan pada Tabel 1. Model disimulasikan saat nilai awal  $(T(0), I(0), V(0)) = (100, 50, 50), (100, 50, 100), (15, 10, 15)$  sehingga diperoleh

$$R_0 = \frac{r(A\beta_3\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_1\beta_2)}{(\alpha_3 + \beta_2)\beta_4\beta_1}$$

$$= \frac{10((1478)(0.26)(0.000012) + (0.00001)(0.2) + (0.00001)(0.7))}{((0.2) + (0.7))(3.5)(0.02)}$$

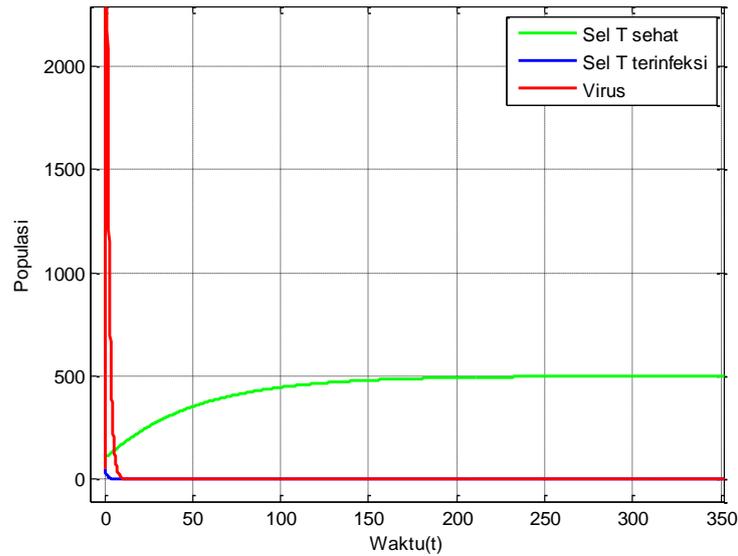
$$= 0.7333904760 < 1.$$

Didapatkan pula titik kesetimbangan yaitu  $E_0(T_0, I_0, V_0) = (500, 0, 0)$ . Hasil simulasi numerik dapat dilihat pada potret fase di Gambar 4.



Gambar 4. Potret fase untuk  $R_0 < 1$

Berdasarkan Gambar 4, terlihat bahwa titik bebas penyakit eksis. Pada Gambar 5, karena nilai kontak dari sel  $CD4^+T$  dan sel virus menjadi virus dan nilai sel terinfeksi diperkecil, maka populasi sel T terinfeksi mengalami penurunan, begitu juga dengan populasi sel virus yang mengalami penurunan sehingga kedua populasi ini akan habis. Akibatnya, hanya terdapat populasi sel sehat yang mengalami peningkatan dan stabil di titik bebas penyakit dalam jangka panjang.



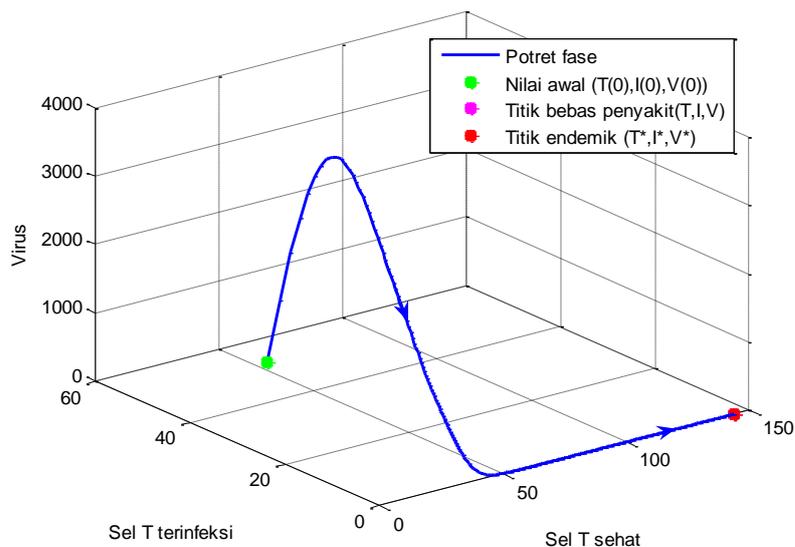
Gambar 5. Populasi terhadap waktu dengan nilai awal (100,50,50)

c. Simulasi numerik untuk  $R_0 = 1$

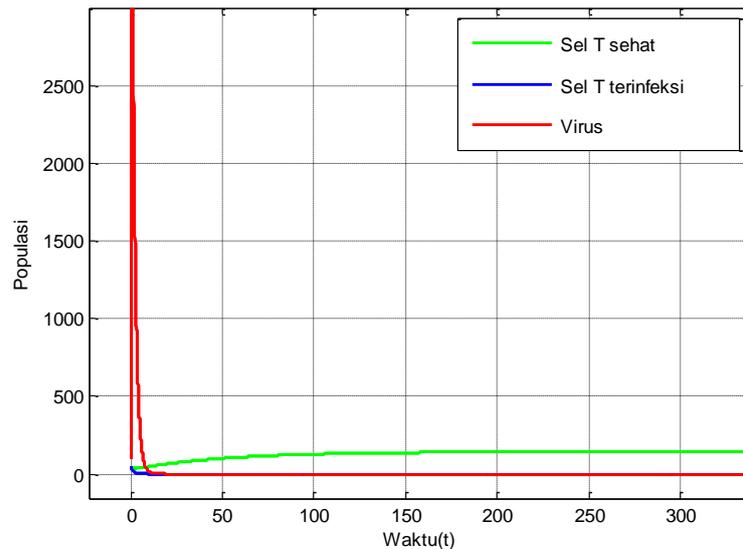
Pada simulasi ini, digunakan nilai parameter  $\alpha_1 = 0.00005$ ,  $\alpha_2 = 0.000057$ ,  $r = 4.346447398$ , dan nilai parameter yang lain seperti yang dicantumkan pada Tabel 4.1. Model disimulasikan saat nilai awal  $(T(0), I(0), V(0)) = (100, 50, 50)$ ,  $(100, 50, 100)$ ,  $(50, 50, 100)$  sehingga diperoleh

$$R_0 = \frac{r(A\beta_3\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \alpha_1\beta_2)}{(\alpha_3 + \beta_2)\beta_4\beta_1} = \frac{4.346447398((1478)(0.26)(0.000057) + (0.00005)(0.2) + (0.00005)(0.7))}{((0.2) + (0.7))(3.5)(0.02)} = 1.$$

Didapatkan pula titik kesetimbangan yaitu  $E_0(T_0, I_0, V_0) = (143.5147726, 0, 0)$  dan  $E^*(T^*, I^*, V^*) = (143.5147725, 1.290237553 \times 10^{-9}, 1.419517415 \times 10^{-7})$ . Hasil simulasi numerik dapat dilihat pada potret fase di Gambar 6.



Gambar 6. Potret fase untuk  $R_0 = 1$



Gambar 7. Populasi terhadap waktu dengan nilai awal (50,50,100)

Berdasarkan Gambar 6, terlihat bahwa titik endemik eksis dan kurva bergerak menuju pada titik endemik. Menurut Giesecke [9] pada Teori Bilangan Reproduksi Dasar, jika  $R_0 = 1$ , maka penyakit akan menetap atau endemik. Berdasarkan Gambar 7, karena nilai peningkatan sel CD4<sup>+</sup>T diperkecil, jumlah sel sehat mengalami peningkatan sedangkan sel terinfeksi dan virus tidak mengalami peningkatan, yang artinya penyakit menetap.

## PENUTUP

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, didapatkan hasil simulasi numerik untuk  $R_0 > 1$ , titik kesetimbangan endemik stabil. Sedangkan jika  $R_0 < 1$ , maka titik kesetimbangan bebas penyakit stabil, dan jika  $R_0 = 1$ , maka titik kesetimbangan endemik stabil. Penelitian ini menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 untuk simulasi numeriknya. Pada penelitian selanjutnya diharapkan dapat membahas analisis kontrol optimal model TIV dengan menggunakan metode *Sweep Forward-Backward*.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] World Health Organization (2021). Gopal health observation. Retrieved from <https://www.who.int/data/gho/data/themes/hiv-aids#:~:text=Since%20the%20beginning%20of%20the,at%20the%20end%20of%202021.>
- [2] Haas, G., Hosmalin, A., Hadida, F., Duntze, J., Debré, P., & Autran, B. (1997). Dynamics of HIV variants and specific cytotoxic T-cell recognition in nonprogressors and progressors. *Immunology letters*, 57 (1-3), 63-68.
- [3] Burg, D., Rong, L., Neumann, A. U., & Dahari, H. (2009). Mathematical modeling of viral kinetics under immune control during primary HIV-1 infection. *Journal of Theoretical Biology*, 259 (4), 751-759.

- [4] Luo, J., Wang, W., Chen, H., & Fu, R. (2016). Bifurcations of a mathematical model for HIV dynamics. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 434 (1), 837-857.
- [5] Ndi, M. Z. (2018). *Pemodelan Matematika Dinamika Populasi Dan Penyebaran Penyakit Teori, Aplikasi, Dan Numerik*. Deepublish.
- [6] Srivastava, P. K., dan Chandra, P. (2010). Modeling the dynamics of HIV and CD4+ T cells during primary infection. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 11 (2), 612-618.
- [7] Dutta, A., dan Gupta, P. K. (2018). A mathematical model for transmission dynamics of HIV/AIDS with effect of weak CD4+ T cells. *Chinese journal of physics*, 56 (3), 1045-1056.
- [8] Boyce, W.E. and DiPrima, R.C. (2009). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. United State of America : Ninth Ed., John Willey & Sons, Inc.
- [9] Giesecke, J. (2017). *Modern infectious disease epidemiology*. CRC Press.
- [10] Nise, N.S. (2004). *Control Systems Engineering*. Fourth Edition. United States of America : John Wiley & Sons, Inc.
- [11] Murray, J. D. (2002). *Mathematical Biology: I. An Introduction. Third Ed.*, Springer-Verlag. New York Berlin Heidelberg.
- [12] Liu, X. dan Y, Takeuchi. (2006). Spread of Disease with Transport Related Infection and Entry Screening. *Journal of Theoretical Biology*. 242, 517-528
- [13] Putri, P. P. (2013). *Analisis Solusi Numerik Model Predator-Prey Dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat dan Gill*. Skripsi. Jember: Universitas Negeri Jember.

[ ]

**Basis**  
Jurnal ilmiah matematika

ISSN 2962-6013



PRORAM STUDI S-1 MATEMATIKA  
JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA & ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS MULAWARMAN

<http://jurnal.fmipa.unmul.ac.id/index.php/Basis>