

Penerapan Metode Beda Hingga pada Model Matematika Aliran Banjir dari Persamaan Saint Venant

Indriasri Raming^{1,*}, Awang Romy Rehanda Putra¹, Wulandari¹, Yogie Pratama Kaindi¹, Saderisa¹, Shanaz Tulzahrah¹

¹Program Studi Matematika, FMIPA Universitas Mulawaman

Dikirim: September 2022; Diterima: September 2022; Dipublikasi: September 2022

Alamat Email Korespondensi: indriasriraming@fmipa.unmul.ac.id

Abstrak

Banjir merupakan suatu kejadian yang ditandai dengan naiknya muka air melebihi volume tampung air semisal sungai atau saluran air. Adapun banjir itu sering terjadi salah satunya di Indonesia karena Indonesia merupakan Negara tropis dan beberapa daerah pun juga air resapan sudah mulai berkurang. Dalam penelitian ini diselesaikan dari model matematika aliran banjir pada persamaan saint venant menggunakan metode Beda Hingga. Adapun hasil penelitian didapatkan suatu ketidakstabilan banjir yaitu dengan dihasilkannya grafik yang yang terbentuk tidak menuju satu garis artinya tidak menuju satu titik.

Kata Kunci: *Banjir, Persamaan Kontinuitas, Metode Beda Hingga*

PENDAHULUAN

Banjir merupakan suatu kejadian yang ditandai dengan naiknya muka air melebihi volume tampung air semisal sungai atau saluran air. Banjir dapat diprediksi dengan melihat fenomena alam seperti curah hujan yang tinggi. Terjadinya banjir sulit untuk diprediksi apabila datang secara tiba-tiba. Banjir akan mengakibatkan permasalahan dan kerugian seperti kerusakan benda, alat elektronik, mesin, surat-surat berharga dan lain-lain. Adapun dampak negatif dari banjir tersebut dapat menghancurkan rumah, gedung, jembatan, dan dapat memutuskan jalan alat transportasi, sehingga diperlukan suatu prediksi sebagai peringatan dini akan timbulnya banjir [1].

Air luapan merupakan hal yang tidak asing lagi di mata masyarakat selama ini. Definisi dari luapan air itu sendiri adalah aliran permukaan tanah (*surface water*) yang relatif tinggi dan tidak dapat di tampung lagi oleh drainase sehingga air meluap ke samping kiri dan kanan saluran drainase tersebut, sehingga menimbulkan genangan pada sub-sub area atau daerah tertentu yang berada pada daerah dataran rendah dalam jumlah melebihi normal dan menyebabkan kerugian pada manusia [2].

Banjir sering terjadi hampir di seluruh propinsi di Indonesia termasuk Kalimantan Timur, khususnya Kota Samarinda. Permasalahan banjir yang terjadi setiap tahun di Kota Samarinda disebabkan jumlah aliran air yang masuk sangat besar sehingga terjadi akumulasi aliran air. Penyebab lain banjir di kota Samarinda adalah pembuangan sampah dari orang-orang yang tidak beraturan ke sungai, serta kurang

baiknya sistem pengaliran air terutama di daerah permukiman perkotaan. Beberapa permasalahan tersebut yang akhirnya dapat memicu terjadinya banjir di Samarinda.

Masalah yang umum lain yang terjadi saat ini adalah bobolnya penampungan air yang disebabkan oleh aliran air dalam skala besar. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu model matematika untuk menggambarkan aliran air tersebut agar ketinggian dan kecepatan aliran air dapat diprediksi dan dikontrol, sehingga bencana banjir dan sebagainya bisa diantisipasi sebelumnya dengan baik. Dalam penelitian ini model yang digunakan untuk aliran air adalah model Saint Venant. Sedangkan untuk penyelesaiannya, digunakan metode beda hingga. Metode ini dipilih sebagai penyelesaian numerik, dikarenakan metode tersebut cukup mudah dan sudah banyak diaplikasikan untuk persamaan differensial biasa maupun persamaan differensial parsial. Metode beda hingga lebih mudah dari segi pemrograman dengan komputer dan konsepnyapun tidak sulit untuk dipahami.

LANDASAN TEORI

Pengertian Bencana Banjir

Banjir di definisikan sebagai tergenangnya suatu tempat akibat meluapnya air yang melebihi kapasitas pembuangan air disuatu wilayah dan menimbulkan kerugian fisik, sosial dan ekonomi [3]. Banjir adalah ancaman musiman yang terjadi apabila meluapnya tubuh air dari saluran yang ada dan menggenangi wilaah sekitarnya. Banjir adalah ancaman alam yang paling sering terjadi dan paling banyak merugikan, baik dari segi kemanusiaan maupun ekonomi.

Banjir merupakan peristiwa dimana daratan yang biasanya kering (bukan daerah rawa) menjadi tergenang oleh air, hal ini disebabkan oleh curah hujan yang tinggi dan kondisi topografi wilayah berupa dataran rendah hingga cekung. Selain itu terjadinya banjir jua dapat disebabkan oleh limpasan air permukaan (runoff) yang meluap dan volumenya melebihi kapasitas pengaliran sistem drainase atau sistem aliran sungai. Terjadinya bencana banjir juga disebabkan oleh rendahnya kemampuan infiltrasi tanah, sehingga menyebabkan tanah tidak mampu lagi menyerap air. Banjir dapat terjadi akibat naiknya permukaan air lantaran curah hujan yang diatas normal, perubahan suhu, tanggul/bendungan yang bobol, pencairan salju yang cepat, terhambatnya aliran air di tempat lain.

Persamaan Saint Venant

Persamaan Saint Venant sering juga disebut sebagai persamaan gelombang air dangkal (*shallow water wave equation*) dan dapat dipandang sebagai model hidrostatis dari persamaan Navier-Stokes yang diturunkan dengan merataratakan kedalaman dan dengan asumsi bahwa skala vertikal lebih kecil disbanding skala horizontal, mengabaikan viskositas dan turbulensi dengan tidak mempertimbangkan pengaruh angin maupun gaya Coriolis [4].

Persamaan Saint Venant merupakan persamaan differensial parsial berorde satu dengan variabel bebasnya yaitu x dan t serta variabel tak bebasnya yaitu h (kedalaman air) dan Q (debit air) untuk setiap titik di aliran sungai. Persamaan ini tersusun oleh dua persamaan dasar yaitu persamaan keseimbangan massa yang mengikuti hukum kekekalan massa dan persamaan keseimbangan momentum yang mengikuti hukum kekekalan momentum yang diperoleh dari Hukum II Newton

Parameter- parameter pada PersamaanSaint Venant

Parameter-parameter yang digunakan pada Persamaan Saint Venant dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

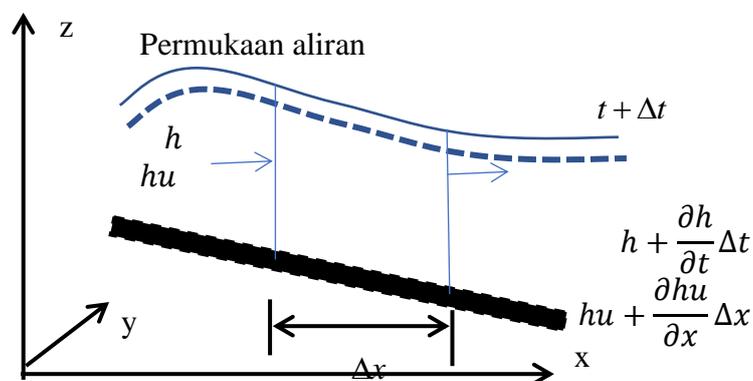
Tabel 1 Parameter-parameter pada Persamaan Saint Venant

No	Parameter	Arti	Satuan
1	ρ	Rapat massa air	kg / m^3
2	Q	Debit aliran	m^3 / s
3	z	Ketinggian permukaan aliran	m
4	h	Kedalaman air pada suatu titik dan suatu waktu sepanjang B	m
5	\bar{h}	Kedalaman rata-rata arah lebar sungai	m
6	O	Keliling Basah	m
7	β	Koefisien koreksi	-
8	R	Jari-jari hidrolis	m
9	\bar{u}	Kecepatan rata-rata aliran dalam suatu penampang melintang sungai	m / s
10	u	Kecepatan rata-rata aliran kedalaman	m / s
11	C	Koefisien chezy	$m^{0.5} / s$
12	F	Gaya-gaya yang bekerja pada aliran	N
13	A	Luas tampang basah	m^3
14	B	Lebar permukaan air	m
15	t	waktu	s
16	g	gravitasi	m / s^2

Persamaan Saint Venant yang terdiri dari dua persamaan dasar yaitu persamaan keseimbangan massa dan persamaan keseimbangan momentum, penurunannya dapat dilakukan secara geometris. Berikut langkah-langkah penurunan Persamaan Saint Venant.

Persamaan Keseimbangan Massa

Penurunan persamaan keseimbangan massa mengikuti hukum kekekalan massa yaitu laju perubahan massa fluida persatuan waktu sama dengan laju bersih dari massa fluida tersebut. Penjelasan tersebut dapat dilihat pada Gambar 1 berikut:



Gambar 1. Keseimbangan Aliran Massa Fluida

Gambar 1 merupakan gambar yang menjelaskan dua hal yaitu perubahan massa fluida yang masuk ke dalam daerah sepanjang Δx dengan lebar Δy pada waktu Δt mengakibatkan perubahan ketinggian permukaan fluida dan perubahan massa fluida yang masuk pada waktu Δt sama dengan nilai rata-rata aliran massa yang masuk dan keluar pada daerah sepanjang Δx dengan lebar Δy . Perubahan massa fluida yang masuk dikurangi dengan massa fluida yang keluar sama dengan perubahan ketinggian permukaan fluida dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\rho x \Delta x \Delta y - \rho \left(h + \frac{\partial h}{\partial t} \Delta t \right) \Delta x \Delta y = -\rho \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta t \quad (1)$$

Jika ρ dianggap konstan pada persamaan (1), maka diperoleh:

$$hx \Delta x \Delta y - \frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta t - hx \Delta x \Delta y = -\frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \Delta y \quad (2)$$

Perubahan massa fluida yang masuk dalam waktu Δt sama dengan nilai rata-rata aliran massa yang masuk dan keluar pada daerah sepanjang Δx dengan lebar Δy atau perubahan ini merupakan laju bersih dari aliran fluida dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\rho \left(hu + \frac{\partial hu}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta t - \rho h \Delta y \Delta t = \rho \frac{\partial hu}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta t \quad (3)$$

Karena ρ dianggap konstan, maka persamaan (3) dapat berbentuk sebagai berikut:

$$hu \Delta y \Delta t + \frac{\partial hu}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta t - \rho hu \Delta y \Delta t = \frac{\partial hu}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta t \quad (4)$$

Jika mengikuti hukum kekekalan massa, maka persamaan (2) dan persamaan (4) dapat dibentuk sebagai berikut:

$$-\frac{\partial h}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta t = \frac{\partial hu}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta t \quad (5)$$

Jika ruas kanan pada persamaan (5) dipindahkan ke ruas kiri dan dibuat sama dengan nol, maka diperoleh:

$$-\left(\frac{\partial h}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta t + \frac{\partial hu}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta t \right) = 0 \quad (6)$$

jika persamaan (6) dikalikan dengan (-1), maka diperoleh:

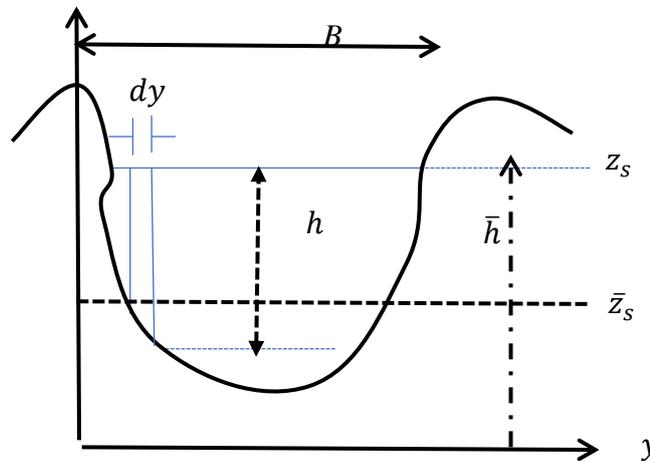
$$\frac{\partial h}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta t + \frac{\partial hu}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta t = 0 \quad (7)$$

Persamaan (7) menyatakan perubahan massa fluida dalam keadaan seimbang. Jika persamaan (7) dibagi dengan $\Delta x \Delta y \Delta t$, maka diperoleh

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

Persamaan (8) merupakan persamaan yang diturunkan dengan melihat perubahan massa fluida secara horizontal tanpa melihat bentuk penampang melintang dari aliran sungai. Sehingga selanjutnya akan dibahas persamaan (8)

dengan melihat bentuk penampang melintang aliran sungai. Perhatikan Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Penampang Melintang Sungai

Misalkan penampang melintang aliran sungai berbentuk seperti pada Gambar 2. Gambar tersebut diperoleh dengan melihat aliran dalam arah y atau dalam arah lebar. Sehingga luas tampang basah aliran (lihat daerah selebar dy) dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan integral berikut:

$$A = \int_0^B h dy$$

Misalkan kedalaman rata-rata air terhadap lebar permukaan aliran (B) adalah

$$\bar{h} = \frac{A}{B} = \frac{1}{B} \int_0^B h dy$$

Dengan

\bar{h} : Kedalaman rata-rata arah lebar sungai (m)

A : Luas tampang basah (m^2)

B : Lebar permukaan air (m).

h : Kedalaman air pada suatu titik dan suatu waktu sepanjang B (m).

Jika h pada persamaan (8) disubstitusi dengan \bar{h} dan diintegrasikan terhadap dy , maka diperoleh

$$\int_0^B \left(\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{h} u}{\partial x} \right) dy = 0 \quad (9)$$

Jika dianggap permukaan air sama dengan permukaan aliran atau $z_s = z$, maka persamaan (9) dapat ditulis sebagai berikut.

$$B \frac{\partial z_s}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (10)$$

Dengan

B : lebar permukaan aliran (m)

z : ketinggian permukaan aliran (m)

Q : debit aliran ($m^3/detik$)

Persamaan (10) disebut persamaan keseimbangan massa.

Metode Beda Hingga

Metode beda hingga adalah metode numerik yang umum digunakan untuk menyelesaikan persoalan teknis dan masalah matematis dari suatu gejala fisis. Secara umum metode beda hingga adalah metode yang mudah digunakan dalam penyelesaian problem fisis yang mempunyai bentuk geometri yang teratur, seperti interval dalam satu dimensi, domain kotak dalam dua dimensi, dan kubik dalam ruang tiga dimensi ([5], [6]).

Prinsipnya adalah mengganti turunan yang ada pada persamaan diferensial dengan diskritisasi beda hingga berdasarkan deret Taylor. Secara fisis, deret Taylor dapat diartikan sebagai besaran tinjauan pada suatu ruang dan waktu (ruang dan waktu tinjauan) dapat dihitung dari besaran itu sendiri pada ruang dan waktu tertentu yang mempunyai perbedaan yang kecil dengan ruang dan waktu tinjauan [7].

Andai f dan semua turunannya f', f'', f''', \dots , di dalam selang $[a, b]$. Misalkan $x_0 \in [a, b]$, maka nilai x di sekitar x_0 dan $x \in [a, b]$, $f(x)$ dapat diekspansi ke dalam deret Taylor:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{(x - x_0)}{1!} f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \dots + \frac{(x - x_0)^m}{m!} f^m(x_0) + \dots \quad (11)$$

Jika $x - x_0 = h$, maka $f(x)$ dapat dilihat pada persamaan sebagai berikut:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{h}{1!} f'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \dots + \frac{h^m}{m!} f^m(x_0) + \dots \quad (12)$$

Dengan menggunakan tiga ruas suku pertama dari ruas kanan deret Taylor pada persamaan (paling atas), diperoleh skema maju:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_i} = \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_i)}{\Delta x} \quad (13)$$

Dengan cara yang sama untuk memperoleh skema maju, diperoleh skema mundur:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_i} = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{\Delta x} \quad (14)$$

Jika deret Taylor persamaan (skema maju) dikurangi dengan deret Taylor dari persamaan (skema mundur), akan didapat skema tengah:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_i} = \frac{f(x_i + \Delta x) - f(x_{i-1})}{2\Delta x} \quad (15)$$

Seperti yang ditunjukkan skema tengah dengan menggunakan kisi beda hingga, maka skema tengah:

a. Beda hingga terhadap ruang

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_i = \frac{f_{i+1}^n - 2f_i^n + f_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \quad (16)$$

Atau untuk t^{n+1} menjadi

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_i = \frac{f_{i+1}^{n+1} - 2f_i^{n+1} + f_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} \quad (17)$$

b. Beda hingga terhadap waktu

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{i-1} = \frac{f_{i-1}^{n+1} - f_{i-1}^n}{\Delta t},$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_i = \frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t}, \text{ atau} \quad (18)$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{i+1} = \frac{f_{i+1}^{n+1} - f_{i+1}^n}{\Delta t}$$

dengan $\Delta t = t^{n+1} - t^n$.

Metode *Leapfrog* atau Loncat-Katak merupakan salah satu metode beda hingga yang menggunakan metode beda hingga tengah. Seperti yang ditunjukkan skema di atas dengan menggunakan kisi beda hingga, maka skema *leapfrog* dapat ditulis sebagai berikut:

a. Beda hingga terhadap ruang

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_{i+1}^n - f_{i-1}^n}{2\Delta x}$$

b. Beda hingga terhadap waktu

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_i = \frac{f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{2\Delta t}$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Persamaan air dangkal (shallow water equation) yang digunakan dalam penelitian ini diekspresikan dalam bentuk persamaan Saint Venant sebagai berikut.

$$B \frac{\partial h}{\partial t} + A \frac{\partial u}{\partial x} - q = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(S_0 - S_f) - \frac{q}{A} u \quad (20)$$

dengan syarat batas : $\frac{\partial h}{\partial x_{x=0}} = 0$; $u(0, t) = u(t)$; $\frac{\partial u}{\partial x_{x=L}} = 0$; $h(L, t) = h(t)$;

dengan x adalah koordinat posisi (m), u adalah kecepatan (m/sec), B adalah lebar sungai (m), h adalah kedalaman air sungai (m), A adalah luas penampang sungai $A = hB$ (m^2), S_0 adalah kemiringan dasar, S_f adalah koefisien friction, g adalah percepatan gravitasi (m/sec^2), q adalah debit air (m^3/sec), $u(x, t)$ adalah kecepatan fungsi waktu, dan $h(x, t)$ adalah ketinggian fungsi waktu.

Dengan substitusi metode beda hingga berikut,

$$\begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} &= \frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} && \text{Beda Maju } h \text{ terhadap } t \\ \frac{\partial h}{\partial x} &= \frac{h_i^{n+1} - h_{i-1}^n}{2\Delta x} && \text{Beda pusat } h \text{ terhadap } x \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} && \text{Beda Maju } u \text{ terhadap } t \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{u_i^{n+1} - u_{i-1}^n}{2\Delta x} && \text{Beda pusat } u \text{ terhadap } x \end{aligned}$$

Maka Persamaan (19) dan (20), dapat dituliskan menjadi:

$$B \left(\frac{h_i^{n+1} - h_i^n}{\Delta t} \right) + A \left(\frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x} \right) - q = 0$$

$$\left(\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t}\right) + u_i^n \left(\frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2\Delta x}\right) + g \left(\frac{h_{i+1}^n - h_{i-1}^n}{2\Delta x}\right) = g(S_0 - S_f) - \frac{q}{A} u_i^n$$

atau dapat dituliskan menjadi

$$h_i^{n+1} = h_i^n + B \left(\frac{q}{\Delta t}\right) + A \left(\frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^n}{2\Delta x}\right) - q$$

$$u_i^{n+1} = \left(1 - \frac{q}{A} \Delta t\right) u_i^n + g \Delta t (S_0 - S_f) - \frac{u_i^n \Delta t}{2\Delta x} (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) - \frac{g \Delta t}{2\Delta x} (h_{i+1}^n - h_{i-1}^n) \quad (21)$$

karena $A = h \cdot B$, maka Persamaan (21) menjadi

$$h_i^{n+1} = h_i^n \Delta t + B h_i^n \Delta t \left(\frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^n}{2\Delta x}\right) + q(B - \Delta t)$$

$$u_i^{n+1} = \left(1 - \frac{q \Delta t}{h_i^n B}\right) u_i^n + g \Delta t (S_0 - S_f) - \frac{u_i^n \Delta t}{2\Delta x} (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) - \frac{g \Delta t}{2\Delta x} (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) \quad (22)$$

dengan syarat batas :

$$u(0, t) = u(t)$$

$$h(L, t) = h(t)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_{x=L}} = 0$$

$$\frac{u_L^n - u_{L-2}^n}{2\Delta x} = 0$$

$$u_L^n - u_{L-2}^n = 0$$

Dengan mengambil banyak partisi adalah 20, maka nilai $i = 1, 2, 3, \dots, 19$, disubstitusikan pada Persamaan (22), maka diperoleh

$$h_i^{n+1} = h_i^n \Delta t + B h_i^n \Delta t \left(\frac{u_{i+1}^{n+1} - u_{i-1}^n}{2\Delta x}\right) + q(B - \Delta t)$$

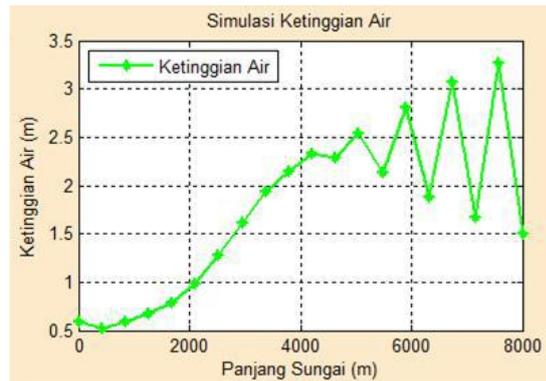
$$u_i^{n+1} = \left(1 - \frac{q \Delta t}{h_i^n B}\right) u_i^n + g \Delta t (S_0 - S_f) - \frac{u_i^n \Delta t}{2\Delta x} (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) - \frac{g \Delta t}{2\Delta x} (u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) \quad (22)$$

$$\begin{cases}
 h_1^{n+1} = h_1^n \Delta t + Bh_1^n \Delta t \left(\frac{u_2^{n+1} - u_0^n}{2\Delta x} \right) + q(B - \Delta t) \\
 u_1^{n+1} = \left(1 - \frac{q\Delta t}{h_1^n B} \right) u_1^n + g\Delta t(S_0 - S_f) - \frac{u_1^n \Delta t}{2\Delta x} (u_2^n - u_0^n) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x} (u_2^n - u_0^n) \\
 \\
 h_2^{n+1} = h_2^n \Delta t + Bh_2^n \Delta t \left(\frac{u_3^{n+1} - u_1^n}{2\Delta x} \right) + q(B - \Delta t) \\
 u_2^{n+1} = \left(1 - \frac{q\Delta t}{h_2^n B} \right) u_2^n + g\Delta t(S_0 - S_f) - \frac{u_2^n \Delta t}{2\Delta x} (u_3^n - u_1^n) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x} (u_3^n - u_1^n) \\
 \\
 \vdots \\
 \\
 h_{19}^{n+1} = h_{19}^n \Delta t + Bh_{19}^n \Delta t \left(\frac{u_{20}^{n+1} - u_{18}^n}{2\Delta x} \right) + q(B - \Delta t) \\
 u_{19}^{n+1} = \left(1 - \frac{q\Delta t}{h_{19}^n B} \right) u_{19}^n + g\Delta t(S_0 - S_f) - \frac{u_{19}^n \Delta t}{2\Delta x} (u_{20}^n - u_{18}^n) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x} (u_{20}^n - u_{19}^n)
 \end{cases} \tag{23}$$

Dari Persamaan (23) jika dibuat matriks menjadi

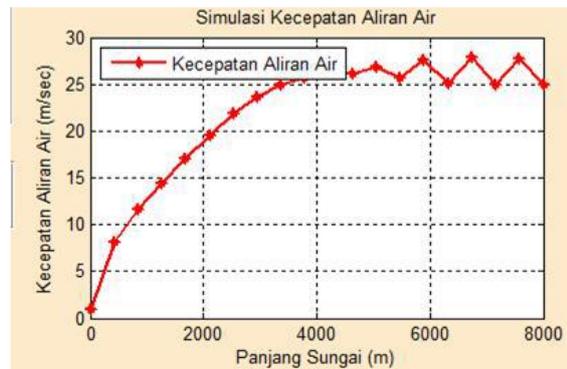
$$\begin{pmatrix} h_1 \\ u_1 \\ h_2 \\ u_2 \\ \vdots \\ h_{19} \\ u_{19} \end{pmatrix}^{n+1} = \begin{pmatrix} h_1^{n+1} = h_1^n \Delta t + Bh_1^n \Delta t \left(\frac{u_2^{n+1} - u_0^n}{2\Delta x} \right) + q(B - \Delta t) \\ u_1^{n+1} = \left(1 - \frac{q\Delta t}{h_1^n B} \right) u_1^n + g\Delta t(S_0 - S_f) - \frac{u_1^n \Delta t}{2\Delta x} (u_2^n - u_0^n) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x} (u_2^n - u_0^n) \\ h_2^{n+1} = h_2^n \Delta t + Bh_2^n \Delta t \left(\frac{u_3^{n+1} - u_1^n}{2\Delta x} \right) + q(B - \Delta t) \\ u_2^{n+1} = \left(1 - \frac{q\Delta t}{h_2^n B} \right) u_2^n + g\Delta t(S_0 - S_f) - \frac{u_2^n \Delta t}{2\Delta x} (u_3^n - u_1^n) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x} (u_3^n - u_1^n) \\ \vdots \\ h_{19}^{n+1} = h_{19}^n \Delta t + Bh_{19}^n \Delta t \left(\frac{u_{20}^{n+1} - u_{18}^n}{2\Delta x} \right) + q(B - \Delta t) \\ u_{19}^{n+1} = \left(1 - \frac{q\Delta t}{h_{19}^n B} \right) u_{19}^n + g\Delta t(S_0 - S_f) - \frac{u_{19}^n \Delta t}{2\Delta x} (u_{20}^n - u_{18}^n) - \frac{g\Delta t}{2\Delta x} (u_{20}^n - u_{19}^n) \end{pmatrix}$$

Dalam makalah ini parameter yang digunakan untuk simulasi adalah sebagai berikut : banyak partisi (nx = 20), lama waktu simulasi (nt = 120), lebar sungai (B = 50), percepatan gravitasi (g = 9.8), kemiringan dasar (S₀ = 0.024), koefisien friction (S_f) = 0.006, panjang sungai (L = 8000) dan debit air (q = 0.25).



Gambar 3. Ketinggian air dengan t = 1.5

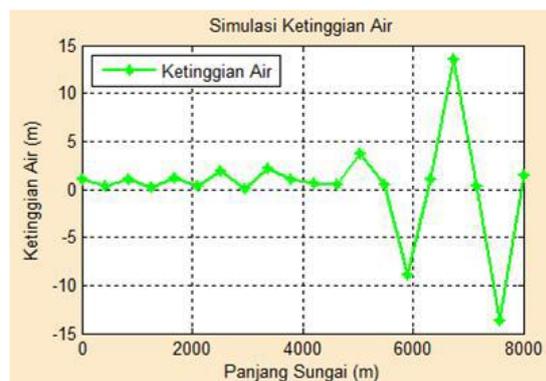
Berdasarkan Gambar (3) di atas, didapatkan ketinggian maksimum ±3,5 meter. Ketinggian air selalu naik dari posisi hulu ke hilir.



Gambar 4. Kecepatan aliran air dengan t = 1.5

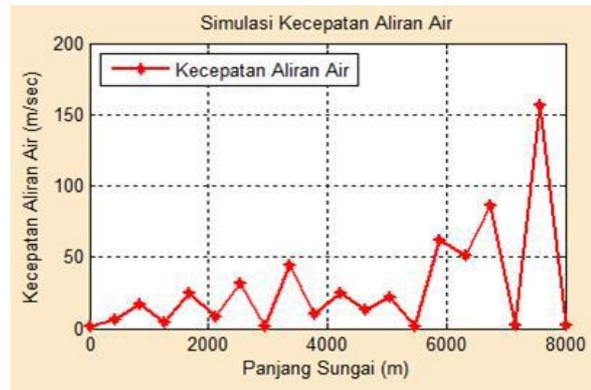
Berdasarkan Gambar (4) di atas, didapatkan kecepatan aliran air maksimum ±30 meter/s. Kecepatan aliran air selalu naik dari posisi hulu ke hilir dan juga saat ketinggian air naik, maka kecepatan aliran air juga naik.

Dalam simulasi yang kedua ini dilakukan perubahan terhadap t yakni digunakan t = 3.5.



Gambar 5. Ketinggian air dengan t = 3.5

Berdasarkan Gambar (5) dan dengan parameter yang sama seperti pada simulasi sebelumnya, didapatkan ketinggian maksimum ±15 meter, namun ketinggian air mengalami penurunan menjadi sekitar -15 meter, yang menunjukkan bahwa pemilihan parameter juga berpengaruh terhadap hasil simulasi.



Gambar 6. Kecepatan aliran air dengan $t = 3.5$

Berdasarkan Gambar (6) dan dengan parameter yang sama seperti pada simulasi sebelumnya, didapatkan kecepatan maksimum ± 200 meter/s, yang menunjukkan bahwa kecepatan aliran sangat besar. Jika digunakan Δt yang lebih besar lagi maka hasil yang diperoleh menjadi tidak akurat baik ketinggian maupun kecepatan, karena hasilnya sangat besar dan nilainya di Matlab menjadi "NaN".

KESIMPULAN

Dari hasil pembahasan Penerapan Metode Beda Hingga Pada Model Matematika Banjir Dari Persamaan Saint Venant memberikan hasil bahwa Pada saat ketinggian air naik, kecepatan aliran air juga naik. Saat ketinggian air turun, kecepatan aliran air juga turun. Selanjutnya, penentuan nilai parameter dapat mempengaruhi hasil simulasi, sebagaimana dengan perubahan nilai Δt pada pembahasan sebelumnya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Wardanu. (2016). Penelusuran banjir dengan metode numerik daerah aliran sungai ngunggan wonogiri. Jurnal matriks teknik sipil, 577
- [2] Martin J. & McCutcheon C. (1999). Hydrodynamics and Transport for Water Quality Modelling. Washington D.C. : Lewis Publishers.
- [3] Rahayu, dkk. (2009). Banjir dan Upaya Penanggulangannya. Bandung: Pusat Mitigasi Bencana (PMB-ITB).
- [4] Hidayat, Noor, dkk. (2012). Skema Central Upwind Semidiskrit untuk Persamaan Hiperbolik Dimensi-satu, Universitas Airlangga.
- [5] Liu, K.F., & M.C. Huang. (2009). Numerical Simulation of Debris Flows. Proceedings of the ASME 2009 28th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering: 1-8.
- [6] Sangadji. (2008). Metode Beda Hingga Untuk Solusi Numerik Persamaan Diferensial. Jurnal Mat Stat, 8(2): 132-137
- [7] D.D Causon, C.G Mingham. (2010). introductory Finite Di_erence Methods for PDEs, Ventus Publishing Aps, ISBN 978-87-7681-642-1.