

Pelabelan $L(3, 1)$ pada Beberapa Keluarga Graf Bintang

Hafif Komarullah^{1,*}

¹Program Studi Tadris Matematika, Fakultas Tarbiyah, Universitas Al Falah Assunniyyah, Jember, Indonesia

Dikirim: September 2025; Diterima: Maret 2026; Dipublikasi: Maret 2026

Alamat Email Korespondensi: hafififa4@gmail.com

Abstrak

Misalkan G adalah graf dengan himpunan titik $V(G)$. Pelabelan $L(3,1)$ pada graf G adalah fungsi dari $V(G)$ ke bilangan bulat 1 sampai k , dengan syarat titik berjarak satu dan dua memiliki perbedaan label minimal tiga dan satu. Nilai k adalah label terbesar yang disebut *span*. Setiap graf memungkinkan memiliki lebih dari satu *span*, sehingga dalam konsep ini difokuskan menganalisis nilai minimal *span*. Penelitian ini membahas pelabelan $L(3,1)$ pada beberapa keluarga graf bintang, yaitu graf gunung api, graf pot bunga, graf sapu, dan graf lili. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode deskriptif aksiomatik dan pendeteksian pola untuk menentukan nilai minimum *span* masing-masing graf. Hasil penelitian menunjukkan bahwa nilai minimum *span* pada graf gunung api V_n adalah $n + 4$, pada graf pot bunga $C_m - S_n$ adalah $n + 3$, pada graf sapu $Br_{n,m}$ adalah $m + 3$, dan pada graf lili ℓ_n adalah $2n + 4$. Hasil ini memperluas kajian pelabelan $L(3,1)$ pada graf bintang dan memperkaya literatur terkait penentuan minimum *span* pada graf serta dapat dijadikan sebagai referensi terkait pelabelan $L(3,1)$.

Kata Kunci:

graf bintang, minimum *span*, pelabelan $L(3,1)$

PENDAHULUAN

Teori graf adalah bagian dari matematika diskrit yang memiliki peran vital dalam kehidupan [11]. Dalam aplikasinya, teori graf merepresentasikan objek penelitian dengan titik dan hubungan antar objek dengan sisi [15]. Graf G adalah pasangan himpunan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ adalah himpunan titik yang boleh kosong dan $E(G)$ adalah himpunan sisi yang boleh kosong dari himpunan tak terurut $V(G)$ [5]. Pelabelan graf adalah cabang penting dalam teori graf yang membahas bagaimana memberikan label pada simpul-simpul suatu graf dengan aturan-aturan tertentu [10], terutama yang berkaitan dengan jarak di antara simpul. Salah satu jenis pelabelan yang menarik adalah pelabelan $L(3,1)$, di mana untuk dua simpul u, v dengan jarak satu (*adjacent*) harus memiliki selisih label minimal tiga, sedangkan untuk pasangan simpul dengan jarak dua harus memiliki selisih label minimal satu [8]. Masalah pelabelan jenis ini bukan hanya memiliki makna teoretis, tetapi juga penting dalam aplikasi nyata seperti penugasan frekuensi pada jaringan nirkabel, di mana simpul (pemancar) yang sangat dekat harus memiliki selisih frekuensi besar agar tidak terjadi interferensi, sementara simpul yang sedikit lebih jauh masih dikenai batasan, meskipun lebih longgar [9].

Penelitian-penelitian terdahulu telah banyak mengeksplorasi nilai minimum *span* dari pelabelan $L(3,1)$ pada beberapa jenis graf sederhana: graf lintasan, siklus, graf lengkap, graf bipartit lengkap, graf bintang atau *bi-star* [8], graf *supercycle* [6], graf operasi *comb* antara graf bintang dan graf siklus [1], graf pendulum, dan graf ilalang [12]. Namun,

meskipun jenis-jenis graf bintang dasar seperti graf bintang, graf *bi-star*, dan graf operasi comb antara graf bintang dan graf siklus sudah diteliti, variasi graf yang termasuk dalam keluarga graf bintang tetapi dengan struktur tambahan seperti graf gunung api, graf pot bunga, graf sapu, dan graf lili belum mendapatkan kajian yang sistematis khususnya dalam konteks pelabelan $L(3,1)$.

Urgensi penelitian ini muncul dari beberapa hal. Pertama, kebutuhan akan karakterisasi yang lebih lengkap dari nilai minimum span pelabelan $L(3,1)$ untuk banyak struktur graf yang mirip dengan graf bintang tetapi memiliki simetri atau jarak antar simpul yang berbeda. Tanpa rumus atau pola umum, sulit bagi pengguna teori graf atau aplikasi praktis (misalnya dalam desain jaringan) untuk memperkirakan kebutuhan sumber daya (ruang label, frekuensi, warna, dan sebagainya) ketika topologi jaringan menyerupai graf-graf tersebut. Kedua, metode deskriptif aksiomatik dan pendeteksian pola menawarkan pendekatan yang efektif untuk menemukan pola umum dari contoh-contoh kecil dan kemudian membuktikan bahwa pola tersebut berlaku dalam parameter umum. Alternatif lain, misalnya hanya melakukan simulasi atau hanya menggunakan batas atas teori umum, kurang memberikan formula eksplisit yang berguna dalam aplikasi.

Berdasarkan hal-hal tersebut, muncul permasalahan penelitian yaitu tentang nilai minimum span pelabelan $L(3,1)$ pada tiap anggota keluarga graf bintang seperti graf gunung api, graf pot bunga, graf sapu dan graf lili. Penelitian ini diharapkan mengisi kekosongan literatur terkait pelabelan $L(3,1)$ untuk graf-graf bintang yang lebih kompleks, memberikan rumus yang dapat digunakan langsung dalam konteks aplikasi, sekaligus memperkuat landasan teoritis dalam teori graf pelabelan.

LANDASAN TEORI

Pada bagian ini akan dipaparkan beberapa definisi dan lemma terkait pelabelan $L(3,1)$ yang digunakan dalam penelitian ini.

Definisi 1. [2] Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf tak berarah sederhana, di mana $V(G)$ adalah himpunan simpul dan $E(G)$ adalah himpunan sisi. Untuk dua simpul $u, v \in V(G)$, jarak antara u dan v , dilambangkan dengan $d(u, v)$, didefinisikan sebagai panjang lintasan terpendek yang menghubungkan u dan v dalam graf G .

Definisi 2. [8] Misalkan graf G adalah graf terhubung sederhana dengan himpunan simpul $V(G)$. Pelabelan $L(3,1)$ pada graf G didefinisikan oleh fungsi $f: V(G) \rightarrow \{0, 1, \dots, k\}$ untuk setiap $v_1, v_2 \in V(G)$ berlaku $|f(v_1) - f(v_2)| \geq 3$ jika $d(u, v) = 1$ dan $|f(v_1) - f(v_2)| \geq 1$ jika $d(u, v) = 2$. Bilangan k adalah label terbesar dari pelabelan $L(3,1)$ yang disebut span. Nilai minimum span dari pelabelan $L(3,1)$ pada graf G dinotasikan dengan $\lambda_{3,1}(G)$.

Definisi 3. [3] Identifikasi simpul dari graf G dan H pada simpul $x \in V(G)$ dan $y \in V(H)$ dinotasikan dengan $(G \odot_{xy} H)$ menghasilkan graf baru yang didapat dengan menempelkan simpul x dan y sedemikian sehingga graf baru tersebut memiliki $(|V(G)| + |V(H)| - 1)$ simpul dan $(|E(G)| + |E(H)|)$ sisi.

Definisi 4. [4] Graf gunung api dengan order dan ukuran $n + 3$ dinotasikan dengan V_n adalah graf yang isomorfis dengan $C_3 \odot_{u_1 v_0} S_n$ dengan menempelkan simpul v_0 dari graf bintang S_n (simpul berderajat n) dengan salah satu simpul pada graf siklus C_3 .

Definisi 5. [13] *Graf pot bunga dengan order $m + n + 1$ dinotasikan dengan $C_m - S_n$ merupakan graf yang diperoleh dengan menggabungkan graf bintang dan graf lingkaran dengan sebuah sisi yang menghubungkan simpul pusat graf bintang dengan satu simpul pada graf lingkaran.*

Definisi 6. [7] *Graf sapu dinotasikan dengan $Br_{n,m}$ merupakan graf berorder $m + n + 1$ dan ukuran $m + n$ yang dibangun dari hasil identifikasi graf lintasan P_{n+1} dan graf bintang $S_{1,m}$ dengan menempelkan simpul pusat graf bintang (simpul berderajat terbesar) ke salah satu simpul ujung pada graf lintasan.*

Definisi 7. [14] *Graf lili (ℓ_n), $n \geq 2$ adalah graf yang dibentuk dari dua buah graf bintang $S_{1,n}$ dengan menggabungkan dua buah graf lintasan P_n dengan $n \geq 2$.*

Lemma 8. [8] *Jika H adalah subgraf dari graf G , maka $\lambda_{3,1}(H) \leq \lambda_{3,1}(G)$.*

Lemma 9. [8] *Untuk setiap $n \geq 2$, $\lambda_{3,1}(S_n) = n + 2$.*

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan dibahas tentang teorema terkait nilai minimum *span* dari graf gunung api, graf pot bunga, graf sapu, dan graf lili.

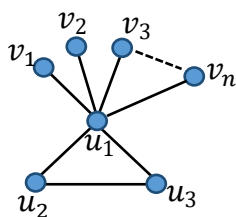
1. Graf gunung api

Langkah pertama untuk menentukan nilai minimum *span* pada graf gunung api yaitu melakukan penotasian simpul dan sisi pada graf gunung api V_n . Penotasian simpul dan sisi pada graf gunung api sebagai berikut.

$$V(V_n) = \{u_i; 1 \leq i \leq 3\} \cup \{v_j; 1 \leq j \leq n\}$$

$$E(V_n) = \{u_1u_2, u_2u_3, u_3u_1\} \cup \{u_1v_j; 1 \leq j \leq n\}$$

Gambar 1 adalah contoh penotasian simpul dan sisi pada graf gunung api.



Gambar 1. Graf Gunung Api V_n

Teorema 10. *Jika V_n adalah graf gunung api dengan $n \geq 2$, maka $\lambda_{3,1}(V_n) = n + 4$.*

Bukti. Untuk menunjukkan bahwa $\lambda_{3,1}(V_n) = n + 4$, maka harus dibuktikan bahwa $\lambda_{3,1}(V_n) \geq n + 4$ dan $\lambda_{3,1}(V_n) \leq n + 4$. Perhatikan bahwa graf bintang S_{n+2} merupakan salah satu subgraf dari graf gunung api V_n . Berdasarkan Lemma 8 dan Lemma 9 diperoleh $\lambda_{3,1}(V_n) \geq S_{n+2} = n + 4$, sehingga terbukti $\lambda_{3,1}(V_n) \geq n + 4$.

Selanjutnya akan dibangun fungsi $f: V(V_n) \rightarrow \{0, 1, \dots, n + 4\}$ untuk membuktikan $\lambda_{3,1}(V_n) \leq n + 4$ sebagai berikut.

$$f(u_i) = 3i - 3, \quad \text{untuk } i = 1, 2, 3.$$

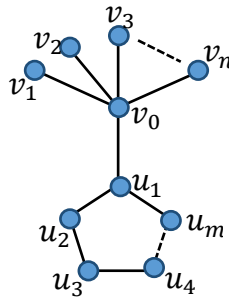
$$f(v_j) = \begin{cases} j + 3, & \text{untuk } j = 1, 2, \\ j + 4, & \text{untuk } j = 3, 4, \dots, n. \end{cases}$$

Pada fungsi f dapat kita ketahui bahwa setiap simpul berjarak satu memiliki selisih label minimal tiga dan setiap simpul berjarak dua memiliki selisih label minimal satu.

Dapat disimpulkan bahwa fungsi f memenuhi syarat pelabelan $L(3,1)$, sehingga $\lambda_{3,1}(V_n) \leq n + 4$. Karena $\lambda_{3,1}(V_n) \geq n + 4$ dan $\lambda_{3,1}(V_n) \leq n + 4$, maka $\lambda_{3,1}(V_n) = n + 4$. ■

2. Graf pot bunga

Graf pot bunga memiliki himpunan simpul $V(C_m - S_n) = \{v_0\} \cup \{u_i; i \in [1, m]\} \cup \{v_j; j \in [1, n]\}$ dan himpunan sisi $E(C_m - S_n) = \{u_1u_m, u_iu_{i+1}; i \in [1, m-1]\} \cup \{u_1v_0\} \cup \{v_0v_j; j \in [1, n]\}$. Ilustrasi dari graf pot bunga dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Graf Pot Bunga $C_m - S_n$

Teorema 11. Jika $C_m - S_n$ adalah graf pot bunga dengan $m > 3$ dan $n \geq 5$, maka $\lambda_{3,1}(C_m - S_n) = n + 3$.

Bukti. Dengan cara yang sama akan ditunjukkan bahwa $\lambda_{3,1}(C_m - S_n) \geq n + 3$. Pandang bahwa graf bintang S_{n+1} merupakan subgraf dari graf pot bunga $C_m - S_n$. Berdasarkan Lemma 8 dan Lemma 9 diperoleh bahwa $\lambda_{3,1}(C_m - S_n) \geq \lambda_{3,1}(S_{n+1}) = n + 3$, sehingga $\lambda_{3,1}(C_m - S_n) \geq n + 3$.

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa $\lambda_{3,1}(C_m - S_n) \leq n + 3$ yaitu dengan membangun fungsi $f: V(C_m - S_n) \rightarrow \{0, 1, \dots, n + 3\}$ sebagai berikut.

a. Kasus $m = 4$

$$f(u_i) = \begin{cases} \frac{7}{2}i^2 - \frac{29}{2}i + 16, & \text{untuk } i = 1, 2, 3, \\ n, & \text{untuk } i = 4. \end{cases}$$

$$f(v_j) = \begin{cases} j + 2, & \text{untuk } j = 1, 2, \\ j + 3, & \text{untuk } j = 3, 4, \dots, n. \end{cases}$$

b. Kasus $m \equiv 0 \pmod{3}$

$$f(u_i) = \begin{cases} 0, & \text{untuk } i \equiv 0 \pmod{3} \text{ dan } i \neq n, \\ 3, & \text{untuk } i \equiv 1 \pmod{3} \text{ dan } i \neq n - 2, \\ 6, & \text{untuk } i \equiv 2 \pmod{3} \text{ dan } i \neq n - 1, \\ 4, & \text{untuk } i = n - 2, \\ 1, & \text{untuk } i = n - 1, \\ 7, & \text{untuk } i = n, \end{cases}$$

$$f(v_j) = j + 3, \quad \text{untuk } j = 1, 2, \dots, n.$$

c. Kasus $m \equiv 1 \pmod{3}$

$$f(u_i) = \begin{cases} 0, & \text{untuk } i \equiv 0 \pmod{3}, \\ 3, & \text{untuk } i \equiv 1 \pmod{3} \text{ dan } i \neq n, \\ 6, & \text{untuk } i \equiv 2 \pmod{3}, \\ 7, & \text{untuk } i = n. \end{cases}$$

$$f(v_j) = j + 3, \quad \text{untuk } j = 1, 2, \dots, n.$$

d. Kasus $m \equiv 2 \pmod 3$

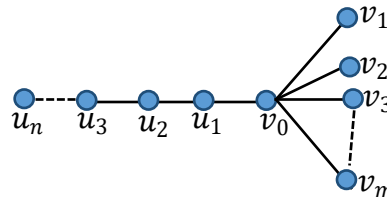
$$f(u_i) = \begin{cases} 0, & \text{untuk } i \equiv 0 \pmod 3, \\ 3, & \text{untuk } i \equiv 1 \pmod 3 \text{ dan } i \neq n-1, \\ 6, & \text{untuk } i \equiv 2 \pmod 3 \text{ dan } i \neq n, \\ 4, & \text{untuk } i = n-1, \\ 7, & \text{untuk } i = n. \end{cases}$$

$$f(v_j) = j + 3, \quad \text{untuk } j = 1, 2, \dots, n.$$

Dengan mudah dapat dibuktikan bahwa fungsi f memenuhi syarat pelabelan $L(3,1)$ dengan setiap simpul berjarak dua dan setiap simpul berjarak satu berturut-turut memiliki selisih label minimal 3 dan 1, sehingga terbukti $\lambda_{3,1}(C_m - S_n) \leq n + 3$. Karena $\lambda_{3,1}(C_m - S_n) \geq n + 3$ dan $\lambda_{3,1}(C_m - S_n) \leq n + 3$, maka $\lambda_{3,1}(C_m - S_n) = n + 3$. ■

3. Graf sapu

Himpunan simpul dan sisi pada graf sapu yaitu $V(Br_{n,m}) = \{u_i; i \in [1, n]\} \cup \{v_j; j \in [0, m]\}$ dan $E(Br_{n,m}) = \{u_i u_{i+1}; i \in [1, n-1]\} \cup \{v_0 u_1, v_0 v_j; j \in [1, m]\}$. Pada Gambar 3 adalah contoh dari graf sapu $Br_{n,m}$.



Gambar 3. Graf Sapu $Br_{n,m}$

Teorema 12. Untuk setiap $m \geq 2, n \geq 2$, $\lambda_{3,1}(Br_{n,m}) = m + 3$.

Bukti. Perhatikan bahwa graf bintang S_{m+1} merupakan salah satu subgraf dari graf sapu $Br_{n,m}$. Berdasarkan Lemma 8 dan Lemma 9 diperoleh $\lambda_{3,1}(Br_{n,m}) \geq \lambda_{3,1}(S_{m+1}) = m + 3$. Selanjutnya akan ditunjukkan batas atas dari Teorema 12 dengan mengkontruksi fungsi $f: V(Br_{n,m}) \rightarrow \{0, 1, \dots, m + 3\}$ sebagai berikut.

$$f(v_j) = \begin{cases} 0, & \text{untuk } j = 0, \\ j + 3, & \text{untuk } j = 1, 2, \dots, m. \end{cases}$$

$$f(u_i) = \begin{cases} 0, & \text{untuk } i \equiv 0 \pmod 3, \\ 3, & \text{untuk } i \equiv 1 \pmod 3, \\ 6, & \text{untuk } i \equiv 2 \pmod 3. \end{cases}$$

Perhatikan bahwa pada fungsi f setiap simpul bertetangga (berjarak satu) memiliki selisih label minimal 3 dan simpul berjarak dua memiliki selisih label minimal satu, sehingga $\lambda_{3,1}(Br_{n,m}) \leq m + 3$. Terbukti bahwa $\lambda_{3,1}(Br_{n,m}) = m + 3$. ■

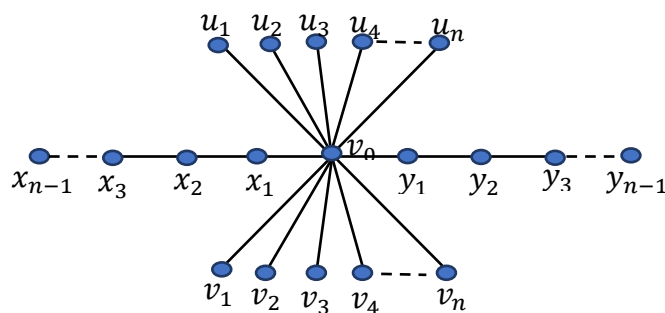
4. Graf lili

Sebelum menganalisis nilai minimum *span* pada graf lili, disajikan himpunan simpul dan sisi sebagai berikut.

$$V(\ell_n) = \{v_i | i = 1, 2, \dots, n\} \cup \{u_j | j = 1, 2, \dots, n\} \cup \{x_k | k = 1, 2, \dots, n-1\} \cup \{y_l | l = 1, 2, \dots, n-1\}$$

$$E(\ell_n) = \{v_0 x_1, v_0 y_1, v_0 v_i, v_0 u_j | i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n\} \cup \{x_k x_{k+1} | k = 1, 2, \dots, n-2\} \cup \{y_l y_{l+1} | l = 1, 2, \dots, n-2\}$$

Ilustrasi graf lili (ℓ_n) dapat dilihat pada Gambar 4.

Gambar 4. Graf Lili ℓ_n

Teorema 13. Jika ℓ_n adalah graf lili dengan $n \geq 3$, maka $\lambda_{3,1}(\ell_n) = 2n + 4$.

Bukti. Akan ditunjukkan bahwa $\lambda_{3,1}(\ell_n) \geq 2n + 4$. Diketahui bahwa graf bintang S_{2n+2} adalah subgraf dari graf lili ℓ_n . Berdasarkan Lemma 8 dan Lemma 9 diperoleh $\lambda_{3,1}(\ell_n) \geq \lambda_{3,1}(S_{2n+2}) = 2n + 4$, sehingga $\lambda_{3,1}(\ell_n) \geq 2n + 4$.

Selanjutnya didefinisikan fungsi $f: V(\ell_n) \rightarrow \{0, 1, \dots, 2n + 4\}$ untuk menunjukkan $\lambda_{3,1}(\ell_n) \leq 2n + 4$ sebagai berikut.

$$f(u_j) = 2j + 3, \quad \text{untuk } j = 1, 2, \dots, n.$$

$$f(v_i) = 2i + 4, \quad \text{untuk } i = 1, 2, \dots, n.$$

$$f(x_k) = \begin{cases} 0, & \text{untuk } k \equiv 0 \pmod{3}, \\ 3, & \text{untuk } k \equiv 1 \pmod{3}, \\ 6, & \text{untuk } k \equiv 2 \pmod{3}. \end{cases}$$

$$f(y_l) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } l \equiv 0 \pmod{3}, \\ 4, & \text{untuk } l \equiv 1 \pmod{3}, \\ 7, & \text{untuk } l \equiv 2 \pmod{3}. \end{cases}$$

Jelas bahwa fungsi memenuhi syarat pelabelan $L(3,1)$, sehingga $\lambda_{3,1}(\ell_n) \leq 2n + 4$.

Karena $\lambda_{3,1}(\ell_n) \geq 2n + 4$ dan $\lambda_{3,1}(\ell_n) \leq 2n + 4$, maka $\lambda_{3,1}(\ell_n) = 2n + 4$. ■

PENUTUP

Berdasarkan hasil dan pembahasan, diperoleh bahwa $\lambda_{3,1}(V_n) = n + 4$, $\lambda_{3,1}(C_m - S_n) = n + 3$, $\lambda_{3,1}(Br_{n,m}) = m + 3$, dan $\lambda_{3,1}(\ell_n) = 2n + 4$. Peneliti menyarankan kepada peneliti lain untuk melakukan penelitian tentang pelabelan $L(3,1)$ pada kelas graf berbeda atau mengaplikasikan pelabelan $L(3,1)$ pada permasalahan sehari-hari.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aini, S., Yulianti, K., & Kusumah, Y. S. (2025). Nilai Minimum Span Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf Hasil Operasi Comb Antara Graf Bintang dan Graf Siklus. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 13(2), 29–36. <https://ejournal.unesa.ac.id/index.php/mathunesa/article/view/64649>
- [2] Alhevaz, A., Baghipur, M., & Hashemi, E. (2018). On distance signless Laplacian spectrum and energy of graphs. *Electronic Journal of Graph Theory and Applications*, 6(2), 326–340. <https://doi.org/10.5614/ejgta.2018.6.2.12>
- [3] Borowiecka-Olszewsk, M., & Hałuszczak, M. (2013). On Ramsey (K_1, m, G) -minimal

- graphs. *Discrete Mathematics*, 313(19), 1843–1855.
<https://doi.org/10.1016/j.disc.2012.06.020>
- [4] Dafik, Wahidah, R. N., Albirri, E. R., & Husain, S. K. S. (2023). On rainbow antimagic coloring of special graphs. *CAUCHY –Jurnal Matematika Murni Dan Aplikasi*, 7(4), 585–596. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1836/1/012016>
- [5] Febrianti, F., Yulianti, L., & Narwen, N. (2019). Dimensi Metrik Pada Graf Amalgamasi Tangga Segitiga Diperumum Homogen. *Jurnal Matematika UNAND*, 8(1), 84–90. <https://doi.org/10.25077/jmu.8.1.84-90.2019>
- [6] Febryani, F., Yulianti, K., Kusumah, Y. S., & Wijayanti, U. (2023). Nilai Minimal Span Pelabelan $L(3,1)$ pada Graf Supercycle $Sc(n,r)$. *Jurnal EurekaMatika*, 11(2), 145–154. <https://doi.org/10.17509/jem.v11i2.66736>
- [7] Ghosh, P., & Pal, A. (2015). Some Results of Labeling on Broom Graph. *Journal: Journal of Advances in Mathematics*, 9(9), 9(9), 3055-3061. <http://>
- [8] Ghosh, S., & Pal, A. (2016). $L(3, 1)$ -labeling of some simple graphs. *Advanced Modeling and Optimization*, 18(2), 243–248.
- [9] Griggs, J. R., & Yeh, R. K. (1992). Labeling total graphs with a condition at distance two. *SIAM J. DISC. MATH.*, 5(4), 586–595.
- [10] Halikin, I., & Komarullah, H. (2022). Labelling of Generalized Friendship , Windmill , and Torch Graphs with a Condition at Distance Two. *Proceedings of the International Conference on Mathematics, Geometry, Statistics, and Computation (IC-MaGeStiC 2021)*, 96, 35–39.
- [11] Komarullah, H. (2025a). Mean Labelling On Some Graph. *Jurnal Matematika Dan Statistika Serta Aplikasinya*, 13(2), 23–31.
- [12] Komarullah, H. (2025b). Span Terkecil Dari Pelabelan $L(3, 1)$ pada Graf Pendulum Dan Graf Ilalang. *Jurnal Ilmiah Matematika*, 13(2), 82–87. <https://ejournal.unesa.ac.id/index.php/mathunesa/article/view/64649>
- [13] Mujib, A. (2019). Bilangan Kromatik Permainan Graf Pot Bunga $(C_m S_n)$ dan Graf Pohon Palem $(C_k P_l S_m)$. *TEOREMA: Teori Dan Riset Matematika*, 4(1), 13. <https://doi.org/10.25157/teorema.v4i1.1903>
- [14] Samuel, A. E., & Kalaivani, S. (2017). Square sum labeling for some lilly related graphs. *International Journal of Advanced Technology and Engineering Exploration*, 4(29), 68–72. <https://doi.org/10.19101/ijatee.2017.429004>
- [15] Sholehah, M., & Komarullah, H. (2025). Pemanfaatan Teori Graf Dalam Mendesain

Struktur Kurikulum Dan Keterkaitan Antar Kompetensi Dasar Matematika Kelas Xi

Di Smk Al Ishaqi. *As-Sunniyyah*, 5(01), 39–45.

<https://doi.org/10.62097/assunniyyah.v5i01.2522>