

Penerapan *Minimum Spanning Tree* dalam Menentukan Rute Terpendek pada Wisata di Kota Wonogiri

Deddy Rahmadi ^{1,*}, Redella Reffa Herdianti ¹

¹ Program Studi Matematika, Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga Yogyakarta

Dikirim: Agustus 2024; Diterima: September 2024; Dipublikasi: September 2024

Alamat Email Korespondensi: deddy.rahmadi@uin-suka.ac.id

Abstrak.

Perkembangan teknologi tidak bisa dihindari, menjadikan matematika sebagai salah satu fondasi utama yang sangat penting. Salah satu aplikasi matematika dalam kemajuan teknologi adalah penentuan jalur optimal pada suatu graf. Penelitian ini bertujuan untuk menemukan jalur optimal dalam penentuan rute terpendek. Algoritma Kruskal merupakan algoritma dalam teori graf yang digunakan untuk mencari minimum spanning tree pada graf berbobot dan terhubung. Algoritma ini menjadi salah satu metode untuk menentukan jalur terpendek dari satu titik ke titik lainnya.

Kata Kunci:

kruskal, graf, tree, jalur terpendek, wonogiri

PENDAHULUAN

Seiring dengan perkembangan teknologi di zaman sekarang, penerapan ilmu pengetahuan di bidang matematika sangat berkembang nyata, khususnya dalam menentukan jalur terpendek pada suatu graf. Teori Graf banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari, khususnya dalam menentukan jalur terpendek [11], [2].

Graf merupakan salah satu cabang ilmu dari matematika diskrit. Beberapa peneliti telah meneliti permasalahan jarak pada graf [6, 7]. Permasalahan pada graf yang dapat menentukan rute terpendek adalah *Minimum Spanning Tree* [2]. *Minimum Spanning Tree* (MST) merupakan salah satu cara untuk menentukan rute terpendek, dimana kita harus sisi-sisi yang paling minimal sehingga semua titik pada graf dapat terhubung [2]. Pada tahun 1956 dan 1957 Joseph B. Kruskal dan Robert C. Prim masing-masing menggambarkan algoritma yang jauh lebih efisien untuk membangun *Minimum Spanning Tree* [14]. Bahkan untuk graf yang cukup besar, kedua algoritma dapat diimplementasikan sehingga memakan waktu komputasi yang relatif singkat.

Beberapa permasalahan yang dapat diselesaikan dengan MST adalah menentukan rute terpendek, persoalan minimasi jaringan, persoalan aliran maksimum. Permasalahan dalam menentukan rute terpendek, telah diterapkan dalam beberapa kasus, yaitu optimalisasi pemasangan pipa air [10], pemasangan jaringan listrik [1], distribusi bahan naskah USBN di SD/MI Sragen dan SMA se-Sleman [13, 8], dan optimasi pemasangan kabel internet antar daerah Kabupaten Sleman [9].

Wonogiri adalah bagian dari Provinsi Jawa Tengah dengan luas wilayah 182.236,02 Ha atau 5,59% dari luas Provinsi Jawa Tengah, serta memiliki garis pantai sepanjang

7,6 km [3]. Posisi Kabupaten Wonogiri sangat strategis karena terletak di tenggara Provinsi Jawa Tengah dan diapit oleh Provinsi Jawa Timur serta Daerah Istimewa Yogyakarta. Kabupaten Wonogiri terdiri dari 25 kecamatan, 43 kelurahan, dan 251 desa, dengan distribusi penduduk sekitar 602 orang/km² [4]. Kecamatan-kecamatan tersebut meliputi Kecamatan Baturetno, Kecamatan Batuwarno, Kecamatan Bulukerto, Kecamatan Eromoko, Kecamatan Girimarto, Kecamatan Giritontro, Kecamatan Giriwoyo, Kecamatan Jatipurno, Kecamatan Jatiroto, Kecamatan Jatisrono, Kecamatan Karang Tengah, Kecamatan Kismantoro, Kecamatan Manyaran, Kecamatan Ngadirojo, Kecamatan Nguntoronadi, Kecamatan Paranggupito, Kecamatan Pracimantoro, Kecamatan Puhpelem, Kecamatan Purwanto, Kecamatan Selogiri, Kecamatan Sidoharjo, Kecamatan Slogohimo, Kecamatan Tirtomoyo, Kecamatan Wonogiri, dan Kecamatan Wuryantoro.

Kondisi geografis antar kecamatan di Wonogiri terpisah cukup jauh dari pusat kota dan dipisahkan oleh pegunungan. Lokasi kecamatan-kecamatan yang terpisah oleh lanskap alam ini menyebabkan terbatasnya media penghubung antar kecamatan, yaitu hanya terdapat satu jalan utama tanpa adanya jalan alternatif lain. Jalur transportasi yang terbatas ini memiliki titik pertemuan di pusat kota yang menghubungkan kecamatan-kecamatan di ujung timur, selatan, dan barat. Sejauh ini, transportasi umum milik pribadi menjadi satu-satunya sarana penghubung, namun keberadaannya belum optimal dalam memenuhi kebutuhan masyarakat. Oleh karena itu, dibutuhkan transportasi yang memadai untuk mempercepat mobilisasi dari satu tempat ke tempat lain secara efektif.

Dalam menentukan rute terpendek dapat menggunakan algoritma kruskal dan algoritma Kruskal. Adapun perbedaan dari keduanya yaitu algoritma kruskal berorientasi pada titik graf, sedangkan algoritma Kruskal berorientasi pada bobot sisi graf. Pada penelitian ini, peneliti menggunakan metode algoritma kruskal karena lebih efektif saat graf memiliki banyak sisi dengan simpul yang sedikit (graf lengkap), sedangkan algoritma Kruskal lebih efektif saat graf memiliki banyak simpul dengan sisi yang sedikit.

Berdasarkan latar belakang di atas, tujuan dari penelitian ini adalah mengetahui bentuk graf dari jaringan peta di kota Wonogiri dan mengetahui jarak terpendek antar titik di kota Wonogiri sehingga dapat meminimalkan biaya Bus Trans Kota Wonogiri.

METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini terdapat langkah-langkah penelitian yang dilakukan. Adapun langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

1. Melakukan pengambilan data peta kota Wonogiri dan mencari jaraknya (dalam kilometer).
2. Melakukan pembentukan Graf awal dari data peta tersebut.
3. Melakukan pencarian *Minimum Spanning Tree* dari Graf yang diperoleh dengan menggunakan Algoritma Kruskal (manual) dan Perangkat Lunak Python)

4. Melakukan perbandingan hasil antara pencarian MST menggunakan Algoritma kruskal dengan Graf peta kota Wonogiri.
5. Didapatkan perbandingan antara jumlah bobot awal graf sebelum dan sesudah dilakukan pencarian MST, kemudian dilakukan penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sistem Bus Trans Kota Wonogiri adalah contoh pemodelan transportasi menggunakan konsep teori graf untuk memecahkan masalah transportasi di Kabupaten Wonogiri. Melalui pemodelan graf, rute perjalanan bus Trans Kota Wonogiri akan ditentukan dari halte utama, yaitu di Shelter Wonogiri, menuju halte-halte bus yang rutenya sudah ditentukan. Setelah meninggalkan halte awal, bus hanya akan melewati sekali halte-halte bus dan ruas jalan yang menghubungkan antar halte, lalu kembali ke halte awal tempat bus berangkat.

Rute transportasi di Kabupaten Wonogiri tidak seperti rute di kota-kota seperti Kota Solo yang sudah memiliki Rute Batik Trans Solo. Penerapan konsep graf dalam inisiasi pembuatan sistem rute Bus Trans Wonogiri masih menggunakan konsep yang sangat sederhana, yang terbatas pada pembuatan halte yang tepat agar dapat berfungsi secara optimal. Oleh karena itu, penelitian ini masih berfokus pada penentuan titik-titik node graf untuk sistem transportasi yang melayani kebutuhan masyarakat, pelajar, dan pekerja dalam mobilitas antar kecamatan/desa.



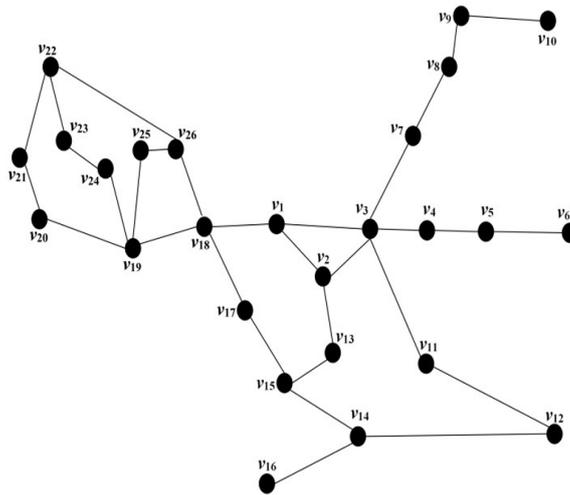
Gambar 1: Gambar Peta Area Strategis Wonogiri

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan jalur optimal untuk Bus Trans Kota Wonogiri, dimana permasalahan pada penelitian ini adalah mencari *Minimum Spanning Tree* untuk distribusi naskah USBN agar menempuh jarak seminimal mungkin dengan menggunakan Algoritma Kruskal.

Berikut adalah langkah-langkah dalam melakukan Algoritma Kruskal, yaitu:

1. Menentukan titik awal kemudian ambil sisi dari titik tersebut pada graf G yang mempunyai bobot terkecil, masukkan ke dalam graf pohon T .
2. Selanjutnya pilih sisi e yang mempunyai bobot minimum dan bersisian dengan simpul di T , tetapi e tidak membentuk *circuit* di T .
3. Masukkan ke dalam T , Ulangi langkah kedua sebanyak $(n-2)$ kali.

Diasumsikan Shelter Wonogiri dan beberapa are strategis adalah titik dan jalan yang menghubungkannya adalah sisi yang memiliki bobot. Diperoleh hasil pengamatan dari peta seperti yang tertera pada Gambar 2 dan Tabel 1.



Gambar 2: Graf Peta Titik Strategis kota Wonogiri

Tabel 1: Kode huruf dan tempat area strategis Wonogiri.

No.	Kode Huruf	Keterangan
1.	v_1	Shelter Wonogiri
2.	v_2	SMA N 1 Wonogiri
3.	v_3	Pasar Pokoh
4.	v_4	SMP N 2 Wonogiri
5.	v_5	SMK N 2 Wonogiri
6.	v_6	RS Medika Mulya
7.	v_7	PLN Kedungsono
8.	v_8	Balai Desa Purwosari
9.	v_9	Balai Desa Manjung
10.	v_{10}	Balai Desa Sonoharjo
11.	v_{11}	Balai Desa Purworejo
12.	v_{12}	Bendungan Plaaza Pokoh Kidul
13.	v_{13}	SMP N 6 Wonogiri
14.	v_{14}	Tugu Kalpataru Wuryorejo
15.	v_{15}	SMP N 1 Wonogiri
16.	v_{16}	Kelurahan Sendang
17.	v_{17}	Pasar Kota Wonogiri
18.	v_{18}	Hutan Kaki Gandul Alas Kethu
19.	v_{19}	RSUD Kabupaten Wonogiri
20.	v_{20}	RSU Mulia Hati
21.	v_{21}	RSU Astrini
22.	v_{22}	Indomaret Wonokarto
23.	v_{23}	Disperindag Wonogiri
24.	v_{24}	Lapangan Pringgondhani
25.	v_{25}	SMK N 1 Wonogiri
26.	v_{26}	SMA N 2 Wonogiri

Berdasarkan peta, diperoleh graf awal dengan 26 titik, 31 sisi. Kemudian dilakukan pencarian minimum spanning tree dengan menggunakan Algoritma Kruskal dan diperoleh 26 titik, 25 sisi, dan bobot sebesar 43.95 km. Adapun waktu yang dibutuhkan untuk proses MST dengan perangkat lunak Python adalah 0.081669 detik seperti pada Gambar 3. Sisi yang tetap digunakan setelah diterapkan Algoritma Kruskal disajikan pada Tabel 2.

```
⇌ Edges in the constructed MST
1 -- 2 == 0
25 -- 26 == 0
3 -- 4 == 0
19 -- 24 == 0
22 -- 26 == 0
23 -- 24 == 0
19 -- 25 == 0
14 -- 15 == 0
13 -- 15 == 0
20 -- 21 == 0
15 -- 17 == 1
1 -- 3 == 1
2 -- 13 == 1
4 -- 5 == 1
19 -- 20 == 1
9 -- 10 == 1
17 -- 18 == 1
8 -- 9 == 2
5 -- 6 == 2
3 -- 7 == 2
3 -- 11 == 2
18 -- 19 == 2
12 -- 14 == 3
7 -- 8 == 6
14 -- 16 == 7
Minimum Spanning Tree 43.95
Result: 499999500000
Running time: 0.081669 seconds
```

Gambar 3: Output Program

Tabel 2: Sisi dan Bobot hasil Algoritma Kruskal.

No.	Sisi	Bobot (dalam kilometer)
1.	$v_1 - v_2$	0.35
2.	$v_1 - v_2$	1.2
3.	$v_2 - v_{13}$	1.2
4.	$v_3 - v_4$	0.55
5.	$v_3 - v_7$	2.5
6.	$v_3 - v_{11}$	2.5
7.	$v_4 - v_5$	1.3
8.	$v_5 - v_6$	2.2
9.	$v_7 - v_8$	6.6
10.	$v_8 - v_9$	2.1
11.	$v_9 - v_{10}$	1.5
12.	$v_{12} - v_{14}$	3
13.	$v_{13} - v_{15}$	0.85
14.	$v_{14} - v_{15}$	0.75
15.	$v_{14} - v_{16}$	7.1
16.	$v_{15} - v_{17}$	1
17.	$v_{17} - v_{18}$	1.6
18.	$v_{18} - v_{19}$	2.7
19.	$v_{19} - v_{20}$	1.3
20.	$v_{19} - v_{24}$	0.55
21.	$v_{19} - v_{25}$	0.65
22.	$v_{20} - v_{21}$	0.85
23.	$v_{22} - v_{26}$	0.6
24.	$v_{23} - v_{24}$	0.6
25.	$v_{25} - v_{26}$	0.4

PENUTUP

Berdasarkan hasil yang diperoleh, dengan menerapkan Algoritma kruskal untuk mencari *Minimum Spanning Tree* diperoleh hasil yaitu graf dengan 26 titik, 25 sisi, dan bobot sebesar 97,2 dari graf awal yaitu 26 titik, 31 sisi. Penghapusan sisi dilakukan karena mempertimbangkan jarak yang optimal untuk Bus Trans Wonogiri.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Damayanti, A.A. & Rochmad, R.A. (2013). Penerapan Algoritma Kruskal Pada Jaringan Listrik Perumahan Kampoeng Harmoni Di Ungaran Barat. *UNNES Journal of Mathematics*, 2(1), 9-16
- [2] Greenberg, H.J. (1998). *Greedy Algorithm for Minimum Spanning Tree* <http://glossary.computing.society.informs.org/notes/spanningtree.pdf>, University of Colorado, Denver.
- [3] Harjadi, B. (2017, July). *Critical Land Detection using Remote Sensing Device and Geographic Information (Case Study of Critical Land Basic of Catchments Area, Alang, Wonogiri)*. In Forum Geografi, Vol. 19, No. 1, pp. 1-15, 2017.
- [4] Hardati, P., dan Rahayu, H. N., Level of population mobility in wonogiri regency. In IOP Conference Series: Earth and Environmental Science Vol. 683, No. 1, p. 012008, 2021. IOP Publishing.
- [5] Mahmuzah, R., Aklimawati, Meilizza, & Asri, K. (2019). Pengaruh Nilai Ujian Sekolah Berstandar Nasional (USBN) terhadap Prestasi Belajar Siswa MTs Negeri Rukoh Kota Banda Aceh pada Mata Pelajaran Matematika. *Jurnal Serambi PTK*, VI (2), 64-69.
- [6] D. Rahmadi, and Y. Susanti, *The k-Metric Dimension of Double Fan Graph. Quadratic: Journal of Innovation and Technology in Mathematics and Mathematics Education* (2022), 31-35.
- [7] D. Rahmadi, *Mixed Metric Dimension of Double Fan Graph*, *Jurnal Diferensial* (2024), 52-56.
- [8] Rahmadi, D. dan Sandariria, H., 2023. Penerapan Minimum Spanning Tree dalam Menentukan Rute Terpendek Distribusi Naskah Soal USBN di SMA Negeri se-Sleman, *Basis: Jurnal Ilmiah Matematika*, Vol 2(1), 66-71.
- [9] Rahmadi, D., Maharani, N.P., Syifa, M.R., Sama, S.A., Ardiansyah G.F. ,2023 Penerapan Minimum Spanning Tree dalam Menentukan Rute Terpendek Distribusi Naskah Soal USBN di SMA Negeri se-Sleman, *Journal of Mathematics Theory and Applications*, Vol 2(2), 24-33
- [10] Ramadhan, A. F. (2017). Aplikasi Algoritma kruskal dalam Penentuan Pohon Rentang Minimum untuk Jaringan Pipa PDAM Kota Tangerang. *Jurnal Ilmiah*, 2(1), 30-38.
- [11] Rosen, Kenneth H. (1997.) *Exploring Discrete Mathematics With Maple*. Singapore: McGraw-Hill Book Co. Siang.
- [12] Sari, R.F., Widyasari, R., & Marpaung, F. A. (2023). Optimasi Pemasangan Jalur Pipa Air Bersih Melalui Minimum Spanning Tree dengan Algoritma Kruskal. *G-Tech: Jurnal Teknologi Terapan*, 7(1), 70-74.

- [13] Sudibyoy, N.A., Purwanto, T., & Rahmadi, D. (2020). Minimum Spanning Tree pada Distribusi Bahan Naskah USBN SD/MI di Kabupaten Sragen, Riemann: Research of Mathematics and Mathematics Education, 2(2), 64-69.
- [14] Wamiliana, Usman, M., Warsono, Warsito, & Daoud, J. I. (2020). *Using Modification of kruskal's Algorithm and GNU Octave and to Solve the Multiperiods Installation Problem. IIUM Engineering Journal*, 21(1), 100-112.