

Analisis Model Pertumbuhan Logistik Untuk Memprediksi Jumlah Penduduk Miskin di Kabupaten Probolinggo

Syifaul Janan^{1*}, Tuhfatul Janan², Mustakim Mustakim³

¹ Program Studi Teknik Mesin, Universitas Pembangunan Nasional "Veteran" Jakarta

² Program Studi Tadris Matematika, Institut Ahmad Dahlan Probolinggo

³ Program Studi Matematika, Universitas Airlangga

Dikirim: Juli 2024;

Diterima: September 2024;

Dipublikasi: September 2024

Alamat Email Korespondensi: syifauljanan82@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk memprediksi jumlah penduduk miskin di Kabupaten Probolinggo menggunakan model pertumbuhan logistik. Estimasi parameter model ditentukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Data yang digunakan meliputi jumlah penduduk miskin dari tahun 2010 hingga 2023. Hasil analisis menunjukkan bahwa terdapat kesesuaian model pertumbuhan logistik terhadap data riil, dengan prediksi menunjukkan bahwa selalu terjadi penurunan jumlah penduduk miskin setiap tahunnya dari tahun 2024 hingga 2028.

Kata Kunci:

Kabupaten Probolinggo, metode kuadrat terkecil, model pertumbuhan logistik, penduduk miskin

PENDAHULUAN

Pertumbuhan penduduk merupakan salah satu komponen penting dalam pembangunan ekonomi dan sosial suatu wilayah [1]. Pertumbuhan penduduk yang tidak terkontrol menjadi masalah besar dalam pembangunan daerah karena dapat menimbulkan kemiskinan, kurangnya pendidikan, dan pengangguran, yang akhirnya berdampak pada kualitas sumber daya manusia [11]. Di Kabupaten Probolinggo, salah satu tantangan utama yang dihadapi adalah tingginya angka kemiskinan. Menurut data Badan Pusat Statistik (BPS), tingkat kemiskinan di Kabupaten Probolinggo masih cukup tinggi dibandingkan dengan kabupaten/kota lain di Jawa Timur [3]. Kondisi ini mendorong perlunya analisis yang mendalam untuk memahami dinamika pertumbuhan penduduk miskin.

Model pertumbuhan logistik merupakan salah satu model matematis yang dapat digunakan untuk menganalisis dinamika populasi, termasuk populasi penduduk miskin. Model ini mempertimbangkan keterbatasan sumber daya dan daya dukung lingkungan, sehingga memberikan gambaran yang lebih realistis tentang pertumbuhan populasi dalam jangka panjang [2]. Dalam konteks penduduk miskin di Kabupaten Probolinggo, model ini dapat digunakan untuk memahami bagaimana pertumbuhan populasi miskin dapat mencapai keseimbangan [4].

Studi tentang penggunaan model pertumbuhan logistik dalam konteks sosial-ekonomi telah dilakukan oleh berbagai peneliti. Misalnya, penelitian tentang penerapan model pertumbuhan logistik di Kabupaten Banyumas [9], di Kabupaten

Sumenep [5], di Kota Balikpapan [7], dan di Kabupaten Alor, Nusa Tenggara Timur [6]. Selain itu, prediksi jumlah penduduk dengan model pertumbuhan logistik dapat dilakukan dengan metode Adams-Bashfort-Moulton [8] dan juga dapat digunakan dengan adanya penundaan waktu [10]. Ini menunjukkan bahwa penerapan dan penggunaan model pertumbuhan logistik memiliki cakupan yang sangat luas.

Berbeda dari beberapa penelitian sebelumnya, penelitian ini menggunakan metode kuadrat terkecil dalam mengestimasi parameter model pertumbuhan logistik, dengan tujuan untuk menentukan kesesuaian model dengan data riil, serta untuk memprediksi jumlah penduduk miskin di Kabupaten Probolinggo selama lima tahun mendatang.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif yang meliputi studi literatur dan empiris. Data yang digunakan adalah data sekunder dan termasuk jenis penelitian non-eksperimen. Data yang dianalisis bukan berasal dari penelitian langsung, melainkan dari data yang sudah tersedia. Langkah-langkah penelitiannya adalah sebagai berikut:

1. Melakukan pengambilan data jumlah penduduk miskin di Kabupaten Probolinggo yang didapat dari situs resmi Badan Pusat Statistik Jawa Timur dari tahun 2010 hingga 2023.
2. Menentukan estimasi parameter model pertumbuhan logistik dengan menggunakan metode kuadrat terkecil.
3. Menentukan kesesuaian model dan memprediksi jumlah penduduk miskin dari tahun 2024 hingga 2028.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Model Pertumbuhan Logistik

Model pertumbuhan logistik, yang diperkenalkan oleh Verhulst pada tahun 1838, menggambarkan dinamika populasi tanpa mempertimbangkan penundaan waktu dalam proses pertumbuhannya. Menurut model ini, populasi akan mengalami perubahan yang bersifat monoton, artinya jumlah populasi akan terus bertambah tanpa pernah berkurang, atau sebaliknya, terus berkurang tanpa pernah bertambah. Model pertumbuhan logistik mempunyai rumus umum sebagai berikut [10]:

$$\frac{dN(t)}{dt} = (r - aN(t))N(t)$$

Dimisalkan $K = \frac{r}{a}$, $a > 0$, maka

$$\frac{dN(t)}{dt} = \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right)N(t)$$

Solusi umum model logistik adalah

$$N(t) = \frac{N_0 K}{N_0 + (K - N_0)e^{-rt}} \quad (1)$$

$\frac{dN(t)}{dt}$: laju perubahan jumlah penduduk miskin per satuan waktu

$N(t)$: jumlah penduduk miskin pada waktu t

r : laju pertumbuhan intrinsik jumlah penduduk miskin

K : kapasitas tampung (diasumsikan 2 kali populasi maksimal)

2. Estimasi Parameter

Estimasi parameter model pertumbuhan logistik dilakukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil. Untuk itu, perlu dilakukan linearisasi model logistik sebagai berikut:

$$N(t) = \frac{N_0 K}{N_0 + (K - N_0)e^{-rt}}$$

$$N(t)(N_0 + (K - N_0)e^{-rt}) = N_0 K$$

$$N(t)(K - N_0)e^{-rt} = N_0 K - N(t)N_0$$

$$\ln(N(t)(K - N_0)e^{-rt}) = \ln(N_0(K - N(t)))$$

$$\ln N(t) + \ln(K - N_0) + \ln(e^{-rt}) = \ln N_0 + \ln(K - N(t))$$

$$\ln N(t) - \ln(K - N(t)) - rt = \ln N_0 - \ln(K - N_0)$$

$$\ln\left(\frac{N(t)}{K - N(t)}\right) = rt + \ln\left(\frac{N_0}{K - N_0}\right)$$

Selanjutnya, dimisalkan

$$\ln\left(\frac{N(t)}{K - N(t)}\right) = y \quad \text{dan} \quad \ln\left(\frac{N_0}{K - N_0}\right) = b$$

maka diperoleh

$$y = rt + b$$

Nilai r dan b ditentukan dengan metode kuadrat terkecil berikut:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$b = \bar{y} - r\bar{x}$$

Diperoleh hasil dalam Tabel 1, dengan $K = 280.000$.

Tabel 1. Hasil Perhitungan Parameter dengan Metode Kuadrat Terkecil

Tahun	Populasi Penduduk Miskin	$y_i = \ln\left(\frac{N(t)}{K - N(t)}\right)$	$x_i = t$
2010	276.700	4,429011418	0
2011	259.200	2,522646978	1
2012	248.500	2,0654553	2
2013	238.700	1,754345033	3
2014	231.900	1,573024067	4
2015	236.960	1,705761435	5
2016	240.470	1,805535464	6

Tabel 2. Hasil Perhitungan Parameter dengan Metode Kuadrat Terkecil (Lanjutan)

Tahun	Populasi Penduduk Miskin	$y_i = \ln\left(\frac{N(t)}{K - N(t)}\right)$	$x_i = t$
2017	236.720	1,699187374	7
2018	217.060	1,237991921	8
2019	207.220	1,046339839	9
2020	218350	1,26462605	10
2021	223320	1,371184306	11
2022	203230	0,973524404	12
2023	205020	1,005886124	13
Jumlah		24,45451971	

Diperoleh

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = -0,14867$$

$$b = \bar{y} - r\bar{x} = 2,373971$$

$$N_0 = \frac{e^b K}{1 + e^b} = 256.149,836$$

3. Kesesuaian Model dan Prediksi Populasi Penduduk Miskin

Nilai r dan N_0 yang diperoleh pada pembahasan sebelumnya, digunakan untuk menghitung nilai taksiran jumlah penduduk miskin dengan menggunakan model logistik pada persamaan (1). Lebih lanjut diperoleh model sebagai berikut:

$$N(t) = \frac{256.149,836 \times 280.000}{256.149,836 + (280.000 - 256.149,836)e^{0,14867t}}$$

$$N(t) = \frac{71.721.954.080}{256.149,836 + (23.850,164)e^{0,14867t}} \quad (2)$$

Dari Persamaan (2) dapat ditentukan populasi taksiran dan galat taksiran untuk mengetahui tingkat kesesuaian model terhadap data riil.

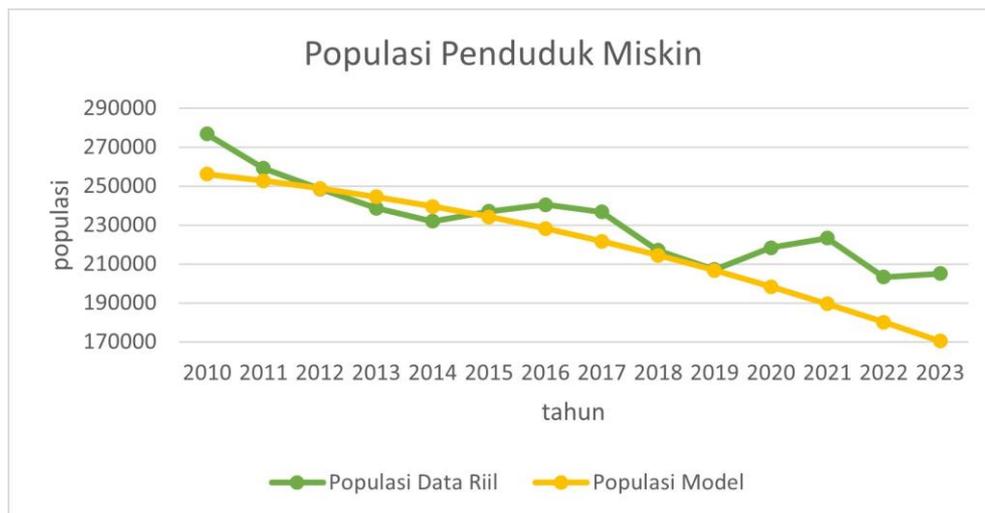
Tabel 2. Hasil Perhitungan Populasi dan Galat Taksiran

Populasi Sebenarnya	Tahun ke- (t)	Populasi Taksiran $N(t)$	Galat Taksiran
276.700	0	256.149,836	0,074268753
259.200	1	252.699,6198	0,025078627
248.500	2	248.811,0606	0,001251753
238.700	3	244.446,5569	0,02407439
231.900	4	239.570,5376	0,033076919
236.960	5	234.151,2184	0,0118534
240.470	6	228.162,6543	0,051180379

Tabel 2. Hasil Perhitungan Populasi dan Galat Taksiran (Lanjutan)

Populasi Sebenarnya	Tahun ke- (t)	Populasi Taksiran $N(t)$	Galat Taksiran
236.720	7	221.587,0235	0,063927748
217.060	8	214.417,0269	0,012176233
207.220	9	206.658,2341	0,002710964
218.350	10	198.331,1558	0,091682364
223.320	11	189.472,7902	0,151563719
203.230	12	180.137,3818	0,113627999
205.020	13	170.396,1672	0,168880269
	Rata-rata		0,058954

Dari Tabel 2, diperoleh *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) dengan nilai yang sangat kecil sebesar 6,35%. Ini berarti kriteria peramalan sangat baik [8] yang menunjukkan bahwa terdapat kesesuaian model pertumbuhan logistik terhadap data riil, sehingga dapat diterapkan untuk memprediksi pertumbuhan populasi penduduk miskin di Kabupaten Probolinggo. Agar lebih jelas, berikut disajikan diagram perbandingan data riil dengan model.



Gambar 1. Perbandingan Data Riil dengan Model

Selanjutnya, Persamaan (2) dapat digunakan untuk memprediksi jumlah populasi penduduk miskin. Berikut hasil prediksi penduduk miskin di Kabupaten Probolinggo pada lima tahun mendatang.

Tabel 3. Hasil Prediksi Jumlah Penduduk Miskin

Tahun	Prediksi Jumlah Penduduk Miskin
2024	160.335,958
2025	150.056,5309
2026	139.666,9406
2027	129.281,0177
2028	119.012,4321

PENUTUP

Berdasarkan analisis di atas, diperoleh bahwa ada kesesuaian model pertumbuhan logistik terhadap data riil penduduk miskin di Kabupaten Probolinggo, dengan prediksi menunjukkan bahwa selalu terjadi penurunan jumlah penduduk miskin setiap tahunnya dari tahun 2024 hingga 2028.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Damanik, D., Panjaitan, P. D., & Siallagan, S. S. (2023). Pengaruh Pertumbuhan Penduduk, Tenaga Kerja, Investasi, Belanja Modal Terhadap Pertumbuhan Ekonomi di Provinsi Sumatera Utara. *Jurnal KAFEBIS*, 1(1), 36–48.
- [2] Gerst, M. D., Raskin, P. D., & Rockström, J. (2013). Contours of a resilient global future. *Sustainability*, 6(1), 123–135.
- [3] Indrawan, W. R., & Ramadhan, W. (2023). *Kabupaten Probolinggo Dalam Angka 2023*. BPS Kabupaten Probolinggo.
- [4] Morris, W. F., Ehrlén, J., Dahlgren, J. P., Loomis, A. K., & Louthan, A. M. (2020). Biotic and anthropogenic forces rival climatic/abiotic factors in determining global plant population growth and fitness. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 117(2), 1107–1112.
- [5] Nurmadhani, N., & Faisol, F. (2022). Penerapan Model Pertumbuhan Logistik Dalam Memproyeksikan Jumlah Penduduk di Kabupaten Sumenep. *Jurnal Edukasi Dan Sains Matematika (JES-MAT)*, 8(2), 145–156.
- [6] Pandu, Y. K. (2020). Prediksi penduduk kabupaten alor dengan menggunakan model pertumbuhan logistik pada beberapa tahun mendatang. *Asimtot: Jurnal Kependidikan Matematika*, 2(1), 71–81.
- [7] Pratiwi, C. D. (2020). Aplikasi Persamaan Diferensial Model Populasi Logistik untuk Mengestimasi Penduduk di Kota Balikpapan. *AdMathEdu*, 10(1), 63–76.
- [8] Putri, S. R., Noviani, E., & Yudhi, Y. (2022a). Prediksi Jumlah Penduduk dengan Persamaan Logistik Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton (Studi Kasus: Kalimantan Barat). *Bimaster: Buletin Ilmiah Matematika, Statistika Dan Terapannya*, 11(1).
- [9] Rosiyanti, R. (2022). Aplikasi model Pertumbuhan Logistik Dalam Menentukan Proyeksi Penduduk Di Kabupaten Banyumas. *Perwira Journal of Science & Engineering*, 2(2), 25–31.
- [10] Timuneno, H. M. (2008). Model Pertumbuhan Logistik dengan Tunda Waktu. *Jurnal Matematika*, 11(1), 43–51.
- [11] Yani, A., Musa, A. H., & Suharto, R. B. (2017). Pengaruh Pertumbuhan Penduduk, Rasio Ketergantungan (Dependency Ratio) dan Indeks Pembangunan Manusia terhadap Pertumbuhan Ekonomi di Samarinda. *Jurnal Ilmu Ekonomi Mulawarman (JIEM)*, 2(1).