

Analisis Dinamik Model Epidemi SEIC dengan Memperhatikan Tindakan Pengobatan pada Kasus Penyebaran Penyakit *Toxoplasmosis*

Kori Khoirunnisa^{1,*}, Sri Wigantono¹, Syaripuddin Syaripuddin²

¹ Laboratorium Pemodelan Matematika dan Machine Learning, Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman

² Laboratorium Matematika Komputasi, Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Mulawarman

Dikirim: Juli 2024;

Diterima: September 2024;

Dipublikasi: September 2024

Alamat Email Korespondensi: koririzqinisa@gmail.com

Abstrak

Model matematika *Toxoplasmosis* dapat menggambarkan penyebaran penyakit infeksi yang disebabkan oleh parasit obligat intraseluler *Toxoplasma Gondii* (*T. Gondii*). Penularan penyakit *Toxoplasmosis* dapat ditularkan secara vertikal dan horizontal serta dapat menimbulkan masalah jika tidak tertangani. Penelitian ini akan dibahas model epidemi SEIC (*Susceptible, Exposed, Infected, Controlled*) pada kasus penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* dengan memperhatikan penambahan parameter pengobatan pada kompartemen *Exposed* (terpapar). Penelitian ini dilakukan dengan mencari titik setimbang model, menganalisis kestabilan titik setimbang, dan melakukan simulasi numerik. Berdasarkan hasil analisis, didapat titik setimbang non endemik dan endemik akan stabil asimtotik jika memenuhi kriteria Routh-Hurwitz. Hasil simulasi juga menunjukkan bahwa semakin besar tingkat pengobatan pada populasi terpapar yang dalam hal ini sembuh namun tidak kebal, maka populasi rentan akan semakin naik dan juga populasi terpapar akan semakin turun.

Kata Kunci:

Toxoplasmosis, Penyebaran Penyakit, Pengobatan

PENDAHULUAN

Toxoplasmosis adalah penyakit infeksi yang disebabkan oleh parasit obligat intraseluler *Toxoplasma Gondii* (*T. Gondii*). *Toxoplasmosis* merupakan salah satu penyakit yang pada umumnya menginfeksi manusia dan hewan berdarah panas seperti domba, sapi, babi, mamalia laut, unggas, dan kuda. Kucing merupakan inang definitif *T. Gondii*, yaitu makhluk hidup yang berperan sebagai tempat parasit hidup dan berkembang. Manusia atau hewan berdarah panas merupakan inang perantara *T. Gondii*, yaitu makhluk hidup yang menjadi perantara penularan penyakit *Toxoplasmosis* [1]. *Toxoplasmosis* adalah salah satu penyakit parasit paling umum di dunia. Kemudian, meski diperkirakan bahwa sepertiga dari populasi dunia terinfeksi parasit *Toxoplasma gondii*, bentuk paling umum dari penyakit ini adalah laten (*asimtomatik*) atau tidak menimbulkan gejala [2].

Angka insiden *Toxoplasmosis* yang diperkirakan oleh WHO adalah 1,5 kasus *Toxoplasmosis* kongenital per 1000 kelahiran hidup. Berdasarkan data epidemiologi, prevalensi *Toxoplasmosis* adalah 25-30% dengan variasinya tergantung dari berbagai faktor di setiap negara. Negara dengan iklim tropis dan kondisi cuaca yang hangat memiliki prevalensi yang lebih besar. Faktor lainnya yang berpengaruh adalah adanya variasi antropogenik seperti kebiasaan makan dan higienitas [3].

Prevalensi infeksi *Toxoplasmosis* pada manusia di Indonesia pernah dilaporkan sebesar 43-88%. Prevalensi *Toxoplasmosis* pada beberapa daerah di Jawa Tengah pada tahun 2016 adalah 62,5%. Prevalensi ini diperkirakan akan terus mengalami peningkatan seiring dengan perubahan pola hidup yang ada pada masyarakat. Selain itu, peningkatan prevalensi *Toxoplasmosis* di Indonesia juga ditunjang dengan keadaan sanitasi lingkungan yang kurang dan banyaknya sumber penularan terutama kucing dan famili Felidae [4].

Toxoplasmosis adalah salah satu penyakit yang menyerang sistem imun, sehingga rentan dialami oleh orang-orang yang kekebalan tubuhnya sedang menurun, termasuk ibu hamil. Pada orang dengan sistem imun yang baik, gejalanya mungkin tidak akan tampak di awal waktu. Penyakit *Toxoplasmosis* bukanlah suatu penyakit yang fatal, tetapi bila tidak ditanggulangi dengan baik dapat menimbulkan masalah. Penyakit *Toxoplasmosis* tetap harus diwaspadai karena terbukti dapat menimbulkan kelainan yang nyata pada penderita dengan status imun yang rendah [5].

Berdasarkan fakta tersebut, dibutuhkan model matematika untuk mempelajari, mengetahui faktor yang mempengaruhi dan dapat memprediksi penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* di masa depan. Model matematika terkait penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* telah dikaji dalam bentuk model SIC (*Suceptible, Infected, Controlled*) yang membahas transmisi vertikal pada manusia [10]. Penularan penyakit *Toxoplasmosis* juga disajikan dalam model matematika dengan memperhatikan populasi manusia dan kompartemen populasi kucing disertai adanya interaksi antara populasi manusia dan kucing [11]. Selanjutnya, model tersebut dimodifikasi dengan memisahkan model tersebut menjadi dua, yaitu model dengan asumsi kelahiran populasi kucing pada populasi rentan serta populasi terinfeksi sedangkan model kedua mengasumsikan kelahiran hanya pada populasi rentan [12]. Kemudian, model terkait penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* dikaji kembali dalam empat kompartemen yaitu *Susceptible* (rentan), *Exposed* (terpapar), *Infected* (terinfeksi), dan *Controlled* (terkendali) atau dalam bentuk model SEIC [8]. Pada penelitian ini, akan dikaji model penyebaran penyakit SEIC pada kasus penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* dengan memperhatikan pengobatan pada populasi yang terpapar.

METODE PENELITIAN

Pada penelitian ini tahapan penelitian yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Mengonstruksi model penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* dengan menambahkan parameter berupa tingkat efektivitas pengobatan
2. Menganalisis kestabilan model penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* dengan langkah sebagai berikut:
 - a. Menentukan titik setimbang dari model matematika berdasarkan **Definisi 1**.
Definisi 1. Diberikan persamaan diferensial autonomus $\frac{dx}{dt} = f(x)$ dengan $x \in \mathbb{R}^n$. Sebuah vektor \bar{x} yang memenuhi $f(\bar{x}) = 0$ disebut titik setimbang [7].
 - b. Melinierisasi model matematika dengan menggunakan matriks jacobian,

Definisi 2. Matriks Jacobian dibangun untuk melakukan linierisasi sistem persamaan diferensial non linier. Matriks Jacobian dibuat dengan cara mengambil turunan parsial. Misal diberikan sistem persamaan autonomous sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx_1(t)}{dt} &= g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n(t)}{dt} &= g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)\end{aligned}$$

Kemudian, matriks Jacobian dari sistem di atas adalah sebagai berikut [9]:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \frac{\partial g_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_1} & \frac{\partial g_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_n}{\partial x_1} & \frac{\partial g_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial g_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}.$$

- c. Menguji kestabilan sistem pada titik setimbang model matematika,

Teorema 3. Sistem linier $\dot{x} = Ax$ stabil asimtotik jika dan hanya jika nilai eigen dari A memiliki bagian real negatif dan dinotasikan sebagai $Re(\lambda_i(A)) < 0$ [9].

Kriteria Routh-Hurwitz

Pada beberapa permasalahan, penentuan akar-akar persamaan karakteristik (λ) dalam beberapa permasalahan sulit dilakukan. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah kriteria Routh-Hurwitz. Metode Routh-Hurwitz memperhatikan koefisien-koefisien persamaan karakteristik tanpa menghitung akar-akar karakteristik secara langsung.

Teorema 4. Diberikan persamaan karakteristik dengan derajat n sebagai berikut:

$$\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0 \quad (1)$$

dengan koefisien a_i adalah bilangan real, dan $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Dari sini dapat dibentuk matriks H_n , dengan H_n adalah matriks Hurwitz yang berisi koefisien a_i yang dinyatakan pada Persamaan (1) yaitu didefinisikan sebagai berikut:

$$H_n = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & 1 & \dots & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{2n-3} & a_{2n-4} & a_{2n-5} & a_{2n-6} & \dots & a_{n-2} \\ a_{2n-1} & a_{2n-2} & a_{2n-3} & a_{2n-4} & \dots & a_n \end{pmatrix}$$

$$\text{dengan } a_j = \begin{cases} a_j, & j \leq n, \\ 0, & j > n \end{cases}$$

Akar-akar karakteristik dari Persamaan (1) bernilai negatif atau mempunyai bagian real negatif jika dan hanya jika semua determinan dari matriks Hurwitz bernilai positif atau $\det(H_j) > 0, j = 1, 2, \dots, n$ [4].

3. Mensimulasikan hasil model penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* dalam bentuk numerik dengan penambahan parameter pengobatan pada individu yang menunjukkan gejala flu pada populasi yang terpapar.
4. Menginterpretasikan hasil model SEIC penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* yang telah didapat pada tahap 3.
5. Menarik kesimpulan dan saran.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model matematika penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* dikonstruksi dengan penambahan parameter berupa pengobatan. Populasi yang dikaji dalam penelitian ini dibagi menjadi empat kompartemen, yaitu kompartemen individu yang rentan terkena penyakit *Toxoplasmosis* (*S*), kompartemen individu yang terpapar penyakit *Toxoplasmosis* (*E*), kompartemen individu yang terinfeksi penyakit *Toxoplasmosis* (*I*), dan kompartemen individu yang telah sembuh dari penyakit *Toxoplasmosis* (*C*). Kemudian, misalkan pula *N* merupakan total populasi sehingga $N = S + E + I + C$.

Selanjutnya, asumsi yang digunakan untuk mengkonstruksi model adalah sebagai berikut:

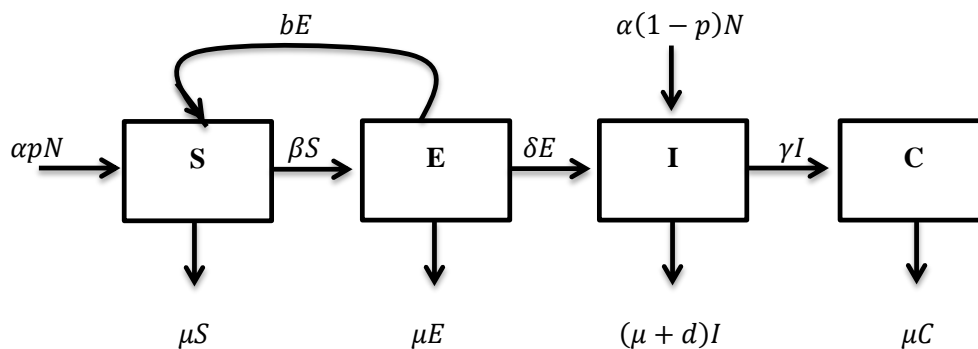
1. Bayi yang terlahir dari individu tidak terinfeksi memiliki peluang *p* untuk dilahirkan tanpa *Toxoplasmosis*.
2. Tingkat penularan bergantung pada penularan secara vertikal melalui ibu hamil terinfeksi yang ditularkan kepada bayinya dan penularan secara horizontal melalui konsumsi makanan mentah atau dimasak kurang matang yang mengandung ookista.
3. Semua individu dari subpopulasi rentan memiliki peluang yang sama untuk terinfeksi.
4. Setiap individu dari subpopulasi terpapar akan pindah ke subpopulasi terinfeksi dengan laju δ .
5. Setiap individu dapat mati pada tahap apa pun karena penyebab yang alami.
6. Individu yang telah sembuh dari infeksi penyakit *Toxoplasmosis* akan kebal atau tidak akan terpapar untuk kedua kalinya.
7. Pengobatan untuk individu yang menunjukkan gejala seperti flu dilakukan pada subpopulasi terpapar.

Parameter yang digunakan pada model dalam penelitian ini antara lain adalah sebagai berikut:

1. α adalah tingkat kelahiran dari seluruh populasi.
2. *p* adalah peluang individu dilahirkan tanpa *Toxoplasmosis*.
3. μ adalah tingkat kematian alami.
4. β adalah tingkat penularan secara horizontal.
5. *b* adalah pengobatan pada individu yang menunjukkan gejala seperti flu pada populasi yang terpapar.
6. δ adalah tingkat perpindahan dari laten ke infeksi akibat sistem imun yang lemah.

7. d adalah tingkat kematian yang disebabkan oleh *Toxoplasmosis*.
8. γ adalah tingkat individu yang dikontrol dengan pemberian obat-obatan.

Berdasarkan asumsi, variabel, dan parameter yang digunakan dalam model penyebaran penyakit *Toxoplasmosis*, dapat dibentuk diagram transmisi yang disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram transmisi model penyebaran penyakit *Toxoplasmosis*

Berdasarkan Gambar 1, model matematika pada penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* dinyatakan pada Persamaan (1).

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \alpha p N - \mu S - \beta S + bE, \\
 \frac{dE}{dt} &= \beta S - \mu E - \delta E - bE, \\
 \frac{dI}{dt} &= \alpha(1-p)N + \delta E - (\mu + d)I - \gamma I \\
 \frac{dC}{dt} &= \gamma I - \mu C
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Selanjutnya, dilakukan penyederhanakan notasi dengan memisalkan:

$$s = \frac{S}{N}, e = \frac{E}{N}, i = \frac{I}{N}, c = \frac{C}{N}.$$

Sehingga, setelah dilakukan pengskalaan pada Persamaan (1) diperoleh Persamaan (2).

$$\begin{aligned}
 \dot{s} &= \alpha p - (\beta + \alpha - di)s + be, \\
 \dot{e} &= \beta s - (\delta + \alpha + b - di)e, \\
 \dot{i} &= \alpha(1-p) + \delta e - (\gamma + \alpha + d - di)i, \\
 \dot{c} &= \gamma i - (\alpha - di)c,
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Berdasarkan Persamaan (2) diperoleh titik kesetimbangan non endemik yaitu:

$$E_0 = (s, e, i, c) = \left(\frac{\alpha p}{\beta + \alpha}, 0, 0, 0 \right)$$

Kemudian, dilakukan analisis kestabilan titik setimbang. Analisis kestabilan titik kesetimbangan dapat ditentukan dengan menentukan nilai eigen dari matriks Jacobian Persamaan (2). Matriks Jacobian dari Persamaan (2) adalah sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} -(\beta + \alpha - di) & b & ds & 0 \\ \beta & -(\delta + \alpha + b - di) & de & 0 \\ 0 & \delta & -(\gamma + \alpha + d) + 2di & 0 \\ 0 & 0 & \gamma + dc & -(\alpha - di) \end{bmatrix}$$

Matriks Jacobian pada titik kesetimbangan non endemik $E_0 = \left(\frac{\alpha p}{\beta + \alpha}, 0, 0, 0\right)$ adalah sebagai berikut:

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -(\beta + \alpha) & b & \frac{d\alpha p}{\beta + \alpha} & 0 \\ \beta & -(\delta + \alpha + b) & 0 & 0 \\ 0 & \delta & -(\gamma + \alpha + d) & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & -\alpha \end{bmatrix}$$

Titik kesetimbangan E_0 dikatakan stabil jika semua nilai eigen dari matriks Jacobian bernilai negatif [9]. Kemudian, diperoleh persamaan karakteristik untuk matriks Jacobian titik kesetimbangan non endemik yaitu

$$(\alpha + \lambda)[\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3] = 0,$$

dengan,

$$a_1 = 3a + b + \beta + \delta + \gamma + d,$$

$$a_2 = 3\alpha^2 + 2\alpha\delta + 2\alpha d + 2\alpha\gamma + 2\alpha\beta + 2\alpha b + \beta\gamma + \delta\gamma + b\gamma + \beta d + \delta d + bd + \beta\delta,$$

$$a_3 = \beta\delta\gamma + \beta\delta d + \alpha\beta\gamma + \alpha\delta\gamma + \alpha b\gamma + \alpha\beta\delta + \alpha\beta d + \alpha\delta d + \alpha b d + \alpha^2\gamma + \alpha^2\beta + \alpha^2\delta + \alpha^2 b + \alpha^2 d + \alpha^3 - \beta \frac{d\alpha\delta p}{\beta + \alpha}.$$

Diperoleh $\lambda_1 = -\alpha$ dan $\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3$ dan digunakan kriteria *Routh-Hurwitz*. Menurut kriteria *Routh-Hurwitz* semua nilai eigen negatif terjadi apabila memenuhi syarat $a_1 > 0$, $a_1 a_2 > 0$, dan $a_1 a_2 a_3 - a_3^2 > 0$ [4], yaitu diperoleh:

$$\det(H_1) = |a_1| = 3a + b + \beta + \delta + \gamma + d > 0.$$

$$\det(H_2) = [9\alpha^3 + 9\alpha^2(\delta + d + \gamma + \beta + b) + \alpha(7\beta\gamma + 7\delta\gamma + 7b\gamma + 7\beta d + 7\delta d + 7bd + 7\beta\delta + 4d\gamma + 4\delta b + 4\beta b + 2b^2 + 2\delta^2 + 2\beta^2 + 2d^2 + 2\gamma^2) + 3\beta\gamma\delta + 3\beta d\delta + 2\beta\gamma b + 2\delta\gamma b + 2\beta db + 2\delta db + 2\beta\gamma d + 2\delta\gamma d + 2\gamma db + \beta\delta b + b^2\gamma + b\gamma^2 + b^2 d + bd^2 + \delta^2\gamma + \delta\gamma^2 + \delta^2 d + \delta d^2 + \beta^2\delta + \beta\delta^2 + \beta^2\gamma + \beta\gamma^2 + \beta^2 d + \beta d^2] > 0.$$

dan

$$\det(H_3) = \left[\beta\delta\gamma + \beta\delta d + \alpha\beta\gamma + \alpha\delta\gamma + \alpha b\gamma + \alpha\beta\delta + \alpha\beta d + \alpha\delta d + \alpha b d + \alpha^2\gamma + \alpha^2\beta + \alpha^2\delta + \alpha^2 b + \alpha^2 d + \alpha^3 - \beta \frac{d\alpha\delta p}{\beta + \alpha} \right] \left([8\alpha^3 + 8\alpha^2(\delta + d + \gamma + \beta + b) + \alpha(6\beta\gamma + 6\delta\gamma + 6b\gamma + 6\beta d + 6\delta d + 6bd + 6\beta\delta + 4d\gamma + 4\delta b + 4\beta b + 2b^2 + 2\delta^2 + 2\beta^2 + 2d^2 + 2\gamma^2) + 2\beta\gamma\delta + 2\beta d\delta + 2\beta\gamma b + 2\delta\gamma b + 2\beta db + 2\delta db + 2\beta\gamma d + 2\delta\gamma d + 2\gamma db + \beta\delta b + b^2\gamma + b\gamma^2 + b^2 d + bd^2 + \delta^2\gamma + \delta\gamma^2 + \delta^2 d + \delta d^2 + \beta^2\delta + \beta\delta^2 + \beta^2\gamma + \beta\gamma^2 + \beta^2 d + \beta d^2 - \beta \frac{d\alpha\delta p}{\beta + \alpha}] \right) > 0.$$

Karena memenuhi syarat dari kriteria *Routh-Hurwitz*, sehingga semua nilai eigennya adalah negatif yang artinya titik kesetimbangan non endemik stabil.

Matriks jacobian dari titik kesetimbangan endemik $E_1 = (s^*, e^*, i^*, c^*)$ yaitu sebagai berikut:

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} -(\beta + \alpha - di^*) & b & ds^* & 0 \\ \beta & -(\delta + \alpha + b - di^*) & de^* & 0 \\ 0 & \delta & -(\gamma + \alpha + d) + 2di^* & 0 \\ 0 & 0 & \gamma + dc^* & -(\alpha - di^*) \end{bmatrix}$$

Kemudian, dilakukan simulasi untuk titik setimbang non endemik atau tidak ada individu yang terkena penyakit *Toxoplasmosis* dengan parameter yang diberikan pada Tabel 1 dengan nilai awal populasi yang diberikan pada Tabel 2.

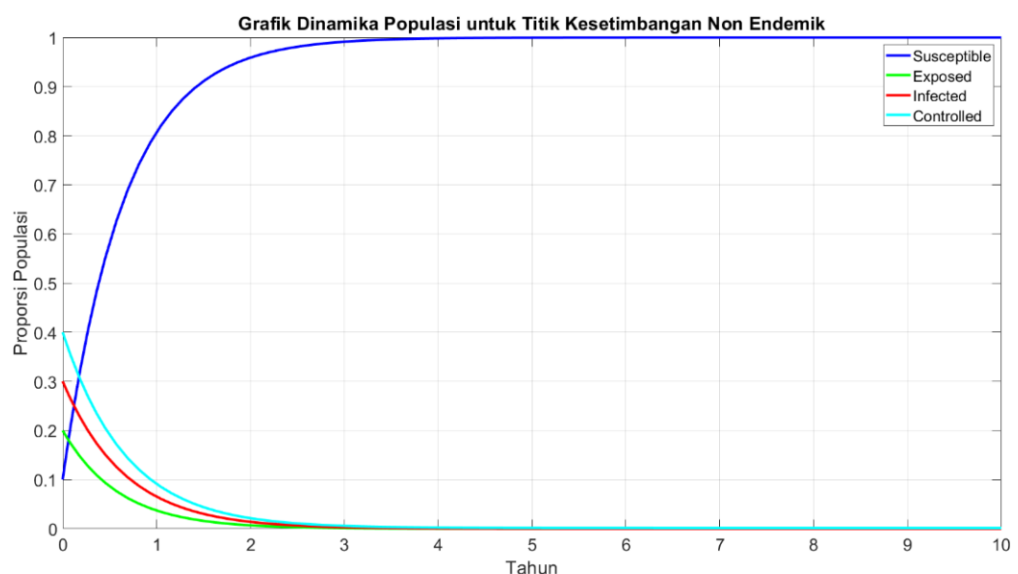
Tabel 1. Nilai-Nilai Parameter Non Endemik Penyakit *Toxoplasmosis*

Parameter	Nilai
α	1.5
p	1
μ	0.0006
β	0
b	0.1
δ	0.1
d	0.1
γ	0.002

Tabel 2 Nilai Awal Penyebaran Penyakit *Toxoplasmosis*

Sub Populasi Ketika $t = 0$	Nilai Awal
s	0.1
e	0.2
i	0.3
c	0.4

Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 1 dan nilai awal pada Tabel 2 diperoleh grafik simulasi untuk titik setimbang non endemik penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* terhadap waktu yang disajikan pada Gambar 2.



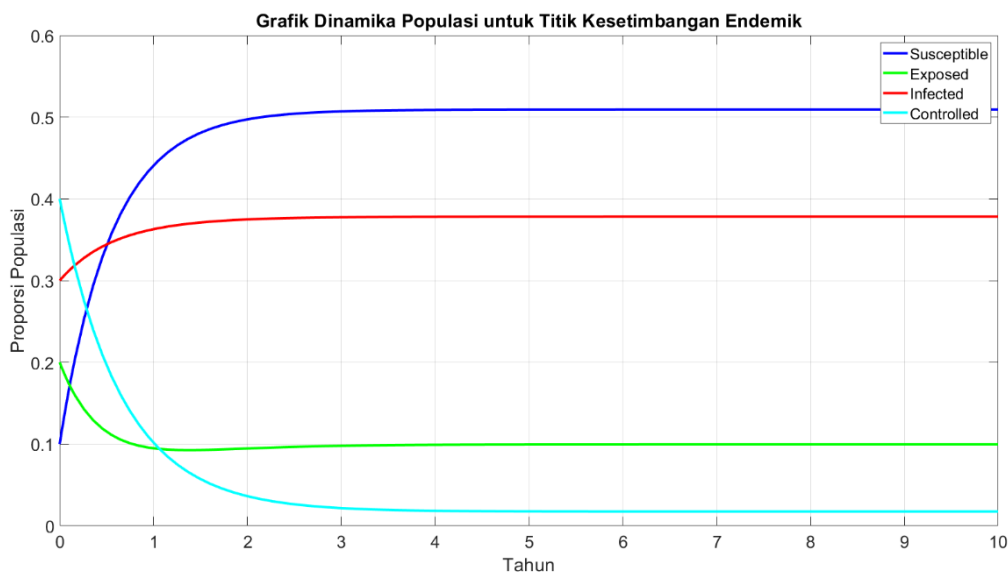
Gambar 2. Grafik simulasi model untuk titik setimbang non endemik

Berdasarkan hasil simulasi yang dinyatakan pada Gambar 2 diperoleh bahwa trayektori solusi konvergen ke titik kesetimbangan non endemik $E_0 = (s, e, i, c) = (1,0,0,0)$ sehingga (E_0) bersifat stabil asimtotik. Simulasi ini sesuai dengan hasil analisis sebelumnya yaitu pemilihan nilai-nilai parameter untuk titik kesetimbangan non endemik memenuhi syarat dari sifat stabil asimtotik. Selanjutnya, dilakukan simulasi untuk keadaan endemik dengan nilai-nilai parameter yang diberikan pada Tabel 3.

Tabel 3 Nilai-Nilai Parameter pada Keadaan Endemik

Parameter	Nilai
α	1.5
p	0.6
μ	0.0006
β	0.325
b	0.1
δ	0.1
d	0.1
γ	0.05

Berdasarkan nilai parameter pada Tabel 3 dan nilai awal pada Tabel 2 diperoleh grafik endemik penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* terhadap waktu yang disajikan pada Gambar 3.



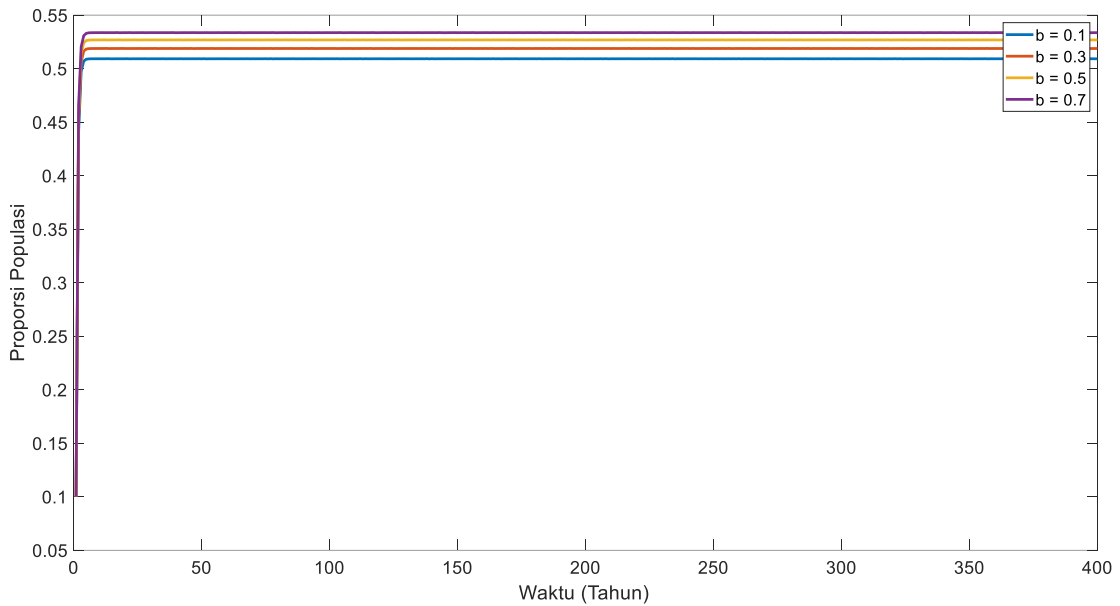
Gambar 3. Grafik simulasi model untuk titik setimbang endemik

Berdasarkan Gambar 3, titik kesetimbangan endemik $E_1 = (s^*, e^*, i^*, c^*) = (0.5092, 0.0995, 0.3783, 0.0129)$ terlihat stabil asimtotik. Selanjutnya, untuk mengetahui pengaruh parameter pengobatan yang diberikan pada kompartemen *Exposed*, pada penelitian ini dilakukan simulasi titik-titik setimbang dengan nilai-nilai parameter tingkat pengobatan berbeda untuk melihat efek pengobatan yang disajikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Variasi Nilai Parameter Tingkat Pengobatan (b)

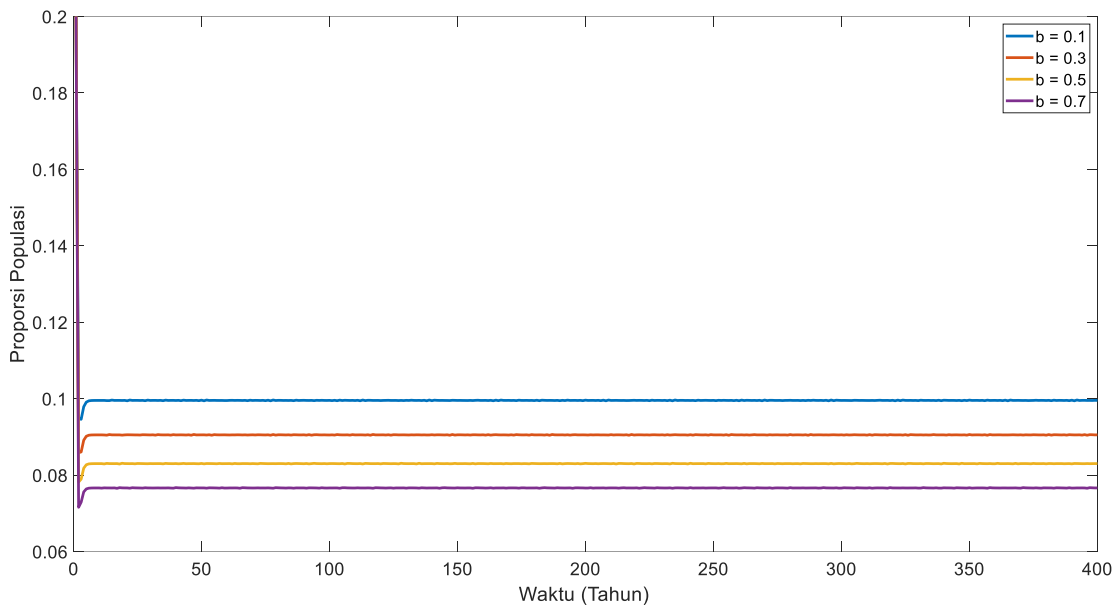
b	Titik Kesetimbangan (s^*, e^*, i^*, c^*)
0.1	(0.5092, 0.0995, 0.3783, 0.0129)
0.3	(0.5188, 0.0905, 0.3778, 0.0129)
0.5	(0.5268, 0.0830, 0.3773, 0.0129)
0.7	(0.5335, 0.0766, 0.3769, 0.0129)

Gambar hasil simulasi untuk kompartemen s dapat dilihat pada Gambar 4.



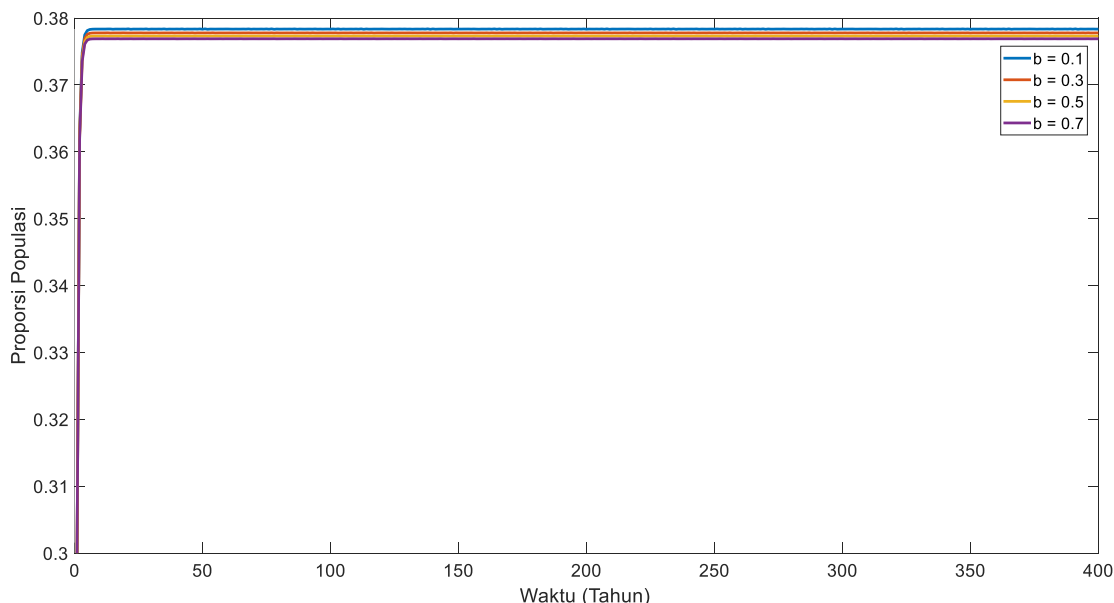
Gambar 4. Simulasi kompartemen s dengan empat skenario nilai yang b berbeda

Berdasarkan Gambar 4, didapat bahwa semakin besar nilai b , maka populasi rentan semakin tinggi atau dengan kata lain proporsi atau persentase rentan juga akan naik. Selanjutnya, hasil simulasi untuk kompartemen e disajikan pada Gambar 5.



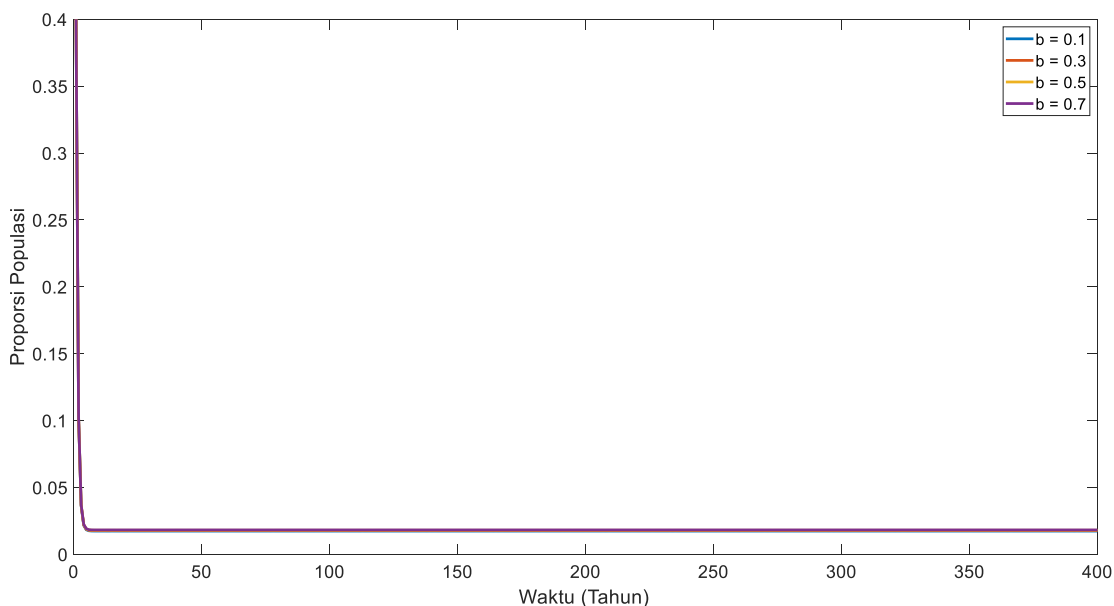
Gambar 5. Simulasi kompartemen e dengan empat skenario nilai yang b berbeda

Berdasarkan Gambar 5 didapat bahwa semakin besar nilai b , maka nilai e semakin berkurang atau dengan kata lain proporsi atau persentase populasi terpapar akan semakin berkurang. Selanjutnya, gambar grafik hasil simulasi pada kompartemen i dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. Simulasi kompartemen i dengan empat skenario nilai yang b berbeda

Berdasarkan Gambar 6 didapat bahwa semakin besar nilai b , maka nilai i semakin berkurang atau dengan kata lain proporsi atau persentase populasi terinfeksi akan semakin berkurang. Kemudian, diperoleh juga gambar grafik hasil simulasi pada kompartemen c yang disajikan pada Gambar 7.



Gambar 7. Kompartemen c dengan empat skenario b berbeda

Berdasarkan Gambar 7 diperoleh bahwa dengan digunakannya empat skenario berbeda pada nilai parameter b , grafik yang dihasilkan menunjukkan perbedaan yang tidak terlalu signifikan.

PENUTUP

Model penyebaran penyakit *Toxoplasmosis* dapat dikonstruksi dalam bentuk persamaan differensial non linier yang terdiri dari empat persamaan. Model pada penelitian ini mempunyai dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan non

endemik dan titik kesetimbangan endemik. Kemudian, pada penelitian ini diperoleh bahwa dua titik kesetimbangan bersifat stabil asimtotik. Dari hasil simulasi numerik terlihat bahwa trayeksi solusi konvergen ke titik setimbangnya dan sesuai dengan hasil analisis kestabilan titik setimbang. Kemudian, dari simulasi numerik juga didapat bahwa semakin besar tingkat pengobatan pada populasi terpapar yang dalam hal ini sembuh namun tidak kebal, maka populasi rentan akan semakin naik dan juga populasi terpapar akan semakin turun seiring berjalannya waktu.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Dubey, J.P. (2010). *Toxoplasmosis of Animal and Humans*. Second Edition. Taylor and Francis Group. United States of America.
- [2] Widagdo. (2011). *Masalah dan Tatalaksana Penyakit Infeksi pada Anak*. Jakarta: CV Agung Seto.
- [3] Torgerson, P.R, & Mastroiacovo, P. (2013). The Global Burden of Congenital Toxoplasmosis: A Systematic Review. *Bulletin of the World Health Organization*, 91, 501-508.
- [4] Merkin, D. R. (1997). *Introduction to The Theory of Stability*. New York: Springer.
- [5] Novia Aditama, Nurjazuli, R. A. D. (2016). *Determinan Lingkungan dan Perilaku Berhubungan dengan Terjadinya Penyakit Infeksi Toksoplasmosis di Wilayah Kota Semarang*. 4, 1-23.
- [6] Palgunadi, B. U. (2011). Toxoplasmosis dan Kemungkinan Pengaruhnya terhadap Perubahan Perilaku.
- [7] Olsder, G. J. (2003). *Mathematical System Theory, second edition*. Netherland: Delpht University Press.
- [8] Utami, R. I., & Sriningsih, R. (2018). Model Matematika Penyebaran Penyakit Toksoplasmosis. *Model Matematika Penyebaran Penyakit Toksoplasmosis*, 1(0751), 54-58.
- [9] Zill, D. G. & Cullen, M. R. (2009). *Differential Equation With Boundary-Value Problem, seventh edition*. Canada: Nelson Education Ltd.
- [10] Aranda, D. F., Villanueva, R. J., Arenas, A.J., & Gonzales-Parra, G.C. (2008). Mathematical modelling of Toxoplasmosis disease in varying size populations. Varying Size Populations. *Computers and Mathematics with Applications* 56, 690-696.
- [11] Pei, Y., Ji, X., Li, C., & Gao, S. (2018). Dynamics of model of Toxoplasmosis disease in cat and human with varying size populations. *Math Comput Simul*, 144, 52-59.
- [12] Rusdiani, R., Kusnanto, A., & Sianturi, P. (2022). Analisis Dinamika Model Penyakit Toksoplasmosis pada Populasi Kucing dan Manusia. *Jurnal Matematika*, 11(2), 75. <https://doi.org/10.24843/jmat.2021.v11.i02.p138>