

**DINAMIKA POPULASI PADA MODEL KOMPETISI  
*RHINOPLAX VIGIL* DAN *ACEROS CORRUGATUS* DI  
KALIMANTAN TIMUR**

**Abdul Wahab<sup>1\*</sup>, Latifah Uswatun Khasanah<sup>1</sup>, Baso Indar<sup>1</sup>, Moh. Nurul  
Huda<sup>1</sup>, Fidia Deny Tisna Amijaya<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas  
Mulawarman, Indonesia

*Corresponding author:* abwhb280799@gmail.com

**Abstrak.** Burung Enggang Gading merupakan spesies satwa yang saat ini keberadaannya sangat jarang ditemui serta termasuk kategori satwa terancam punah. Penelitian ini bertujuan untuk mengontruksi model kompetisi tentang kepunahan populasi Enggang Gading (*Rhinoplax vigil*) dengan interaksi Julang Jambul Hitam (*Aceros corrugatus*) di Kalimantan Timur. Dalam Model ini, diperoleh tiga titik kesetimbangan yaitu: titik kesetimbangan kepunahan kedua populasi, titik kesetimbangan kepunahan enggang gading, titik kesetimbangan kedua populasi eksis. Titik kesetimbangan ini menyatakan arah kekonvergenan populasi burung Enggang Gading dengan burung Julang Jambul Hitam dari waktu ke waktu.

**Kata Kunci:** *Aceros corrugatus*, analisis dinamik, model kompetisi, *Rhinoplax vigil*, stabil lokal.

## **1 PENDAHULUAN**

Indonesia merupakan negeri yang memiliki keanekaragaman burung yang tinggi. Daftar Burung Indonesia No. 2 mendaftar 1.598 spesies burung yang dapat ditemukan di wilayah Indonesia. Jumlah tersebut menunjukkan bahwa Indonesia merupakan negara nomor empat di dunia terkaya akan jumlah spesies burungnya setelah Columbia, Peru, dan Brazil. Dari jumlah tersebut, 372 (23,28%) spesies di antaranya adalah spesies burung endemik dan 149 (9,32%) spesies adalah burung migran [13].

Salah satu jenis burung endemik di Indonesia khususnya di pulau Kalimantan adalah burung Enggang Gading (*Rhinoplax vigil*). Berdasarkan data *IUCN Red List* 2015, burung *Rhinoplax vigil* statusnya ditetapkan kritis (*CE/Critically Endangered*) atau satu langkah menuju kepunahan di alam liar. Padahal jika dilihat dari tahun sebelumnya, statusnya adalah *Near Threatened* (NT) atau mendekati terancam punah. Investigasi Rangkong Indonesia dan Yayasan Titian yang didukung oleh Dana Konservasi Chester Zoo pada 2012, menyebutkan sekitar 6.000 rangkong gading dewasa mati diambil kepalanya di Kalimantan Barat. Di Indonesia sendiri, dari data yang dihimpun KLHK bersama Rangkong Indonesia dan *Wildlife Conservation Society Indonesia Program*, sepanjang tahun 2011 hingga 2017 penegak hukum telah berhasil menyita 1.347 paruh rangkong gading [10].

Hal tersebut menjadi salah satu penyebab populasi Enggang Gading menurun sehingga dikategorikan menjadi hewan yang sangat terancam punah. Oleh karena itu, habitat burung Enggang sendiri itu menjadi sempit. Selain itu menurut [5] jenis-jenis spesies enggang di Kalimantan saling bersaing dalam mencari makanan. Tumpang tindih sumber pakan paling sering terjadi antara *Rhinoplax vigil* dengan *Aceros corrugatus* (0,222) dan paling jarang dengan *Berenicornis comatus* (0,04) serta *Rhyticeros undulatus* (0,049).

Pemodelan matematika sering kali digunakan untuk menjelaskan fenomena ekologi seperti khususnya dalam dinamika populasi burung di alam bebas. Lebreton dan Clobert (1991) membahas manajemen dan pelestarian populasi burung dengan metode matriks Leslie. Dalam beberapa literatur telah dibahas model matematika tentang ekologi. Chatterjee dan Chattopadhyay (2007) membahas model eko-epidemiologi sederhana mengenai peran migrasi populasi burung. McKinney, Kick dan Fulkerson (2010) membahas prediksi ancaman ekologis untuk spesies burung dan mamalia dengan persamaan struktural. Boggess, Collignon & Riederer (2015) membahas simulasi re-introduksi merpati dengan menggunakan sistem persamaan diferensial dan spasial eksplisit. Ilahi, Sutimin dan Soewono (2016) yang memodelkan persaingan antara populasi Badak Jawa (*Rhinoceros sondaicus*) dan Banteng (*Bos javanicus*).

Berdasarkan permasalahan dan penelitian di atas, pemodelan matematika dapat diaplikasikan untuk mengontrol jumlah populasi hewan. Oleh karena itu, penelitian ini akan memodifikasi model dari Ilahi, Sutimin dan Soewono (2016) dengan mengubah persamaan logistik dengan persamaan logistik Richard. Penelitian pada model difokuskan dalam aplikasi burung Enggang Gading (*Rhinoplax vigil*) dengan interaksi Julang Jambul Hitam (*Aceros corrugatus*) yang terdapat di hutan

Kalimantan Timur. Pada penelitian ini diharapkan dapat memberi informasi dan masukan kepada lembaga terkait dalam mempertahankan dan melestarikan populasi burung langka yang terancam punah di Indonesia.

## 2 METODOLOGI

### 2.1 Rancangan Model

Penelitian ini mengembangkan model dari Ilahi, Sutimin dan Soewono (2016) yang memodelkan persaingan antara populasi Badak Jawa (*Rhinoceros sondaicus*) dan Banteng (*Bos javanicus*). Dalam model ini ada dua populasi, yaitu Enggang Gading (*Rhinoplax vigil*) dan Julang Jambul Hitam (*Aceros corrugatus*). Pemodelan dilakukan dengan mengubah persamaan logistiknya yaitu dengan persamaan Ricard's [14] pada populasi Julang Jambul Hitam. Sehingga, konstruksi model kedua populasi dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{dR}{dt} = \mu_r R \left(1 - \left(\frac{R}{C}\right)^\alpha\right) - (d + e)R \quad (2.1)$$

$$\frac{dB}{dt} = \mu_b B \left(1 - \frac{B}{K}\right) - dB \quad (2.2)$$

Berturut-turut  $R, B, t, \mu_r, \mu_b, d, e, C$  dan  $K$  adalah jumlah populasi burung Enggang Gading, jumlah populasi burung Julang Jambul Hitam, waktu (tahun), laju pertumbuhan populasi burung Enggang Gading, laju pertumbuhan populasi burung Julang Jambul Hitam, laju kematian alami, laju perburuan dan *carrying capacity* (daya dukung lingkungan) burung Enggang Gading dan burung Julang Jambul Hitam. Adapun fungsi daya dukung lingkungan untuk kedua populasi adalah sebagai berikut:

$$C = C_o \left(1 - \frac{B}{\gamma + \beta}\right) \quad (2.3)$$

$$K = K_o \left(1 - \frac{R}{\theta + R}\right) \quad (2.4)$$

di mana  $C$  dan  $K$  adalah daya dukung awal Enggang Gading dan Julang Jambul Hitam,  $\gamma$  adalah pengaruh keberadaan Enggang Gading kepada daya dukung Julang Jambul Hitam,  $\theta$  pengaruh keberadaan Julang Jambul Hitam kepada daya dukung Enggang Gading.

### 2.2 Prosedur Penelitian

Beberapa tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

#### 1) Studi Literatur

Pada tahap ini dikaji hal-hal yang berkaitan dengan proses penelitian, meliputi: literatur tentang kasus pelestarian burung Enggang, macam-macam model logistik, ekologi populasi burung Enggang, sistem *autonomous*, kestabilan sistem, metode numerik dan lain sebagainya.

#### 2) Konstruksi Model

Dari studi literatur yang didapat, selanjutnya dilakukan konstruksi model populasi burung Enggang Gading (*Rhinoplax vigil*) dengan interaksi burung

Julang Jambul Hitam (*Aceros corrugatus*) dengan beberapa asumsi sebagai batasan masalahnya.

- 3) Analisis Dinamik  
 Analisis dinamik dilakukan untuk mencari titik-titik kesetimbangan dari model. Selanjutnya, dilakukan analisis eksistensi dan kestabilan dari titik-titik kesetimbangan tersebut.
- 4) Observasi Data  
 Observasi data dilakukan untuk mendapatkan informasi tentang burung Enggang di Taman nasional Kutai Kalimantan Timur. Observasi data ini dilakukan dengan cara melakukan wawancara dengan Balai Taman Nasional Kutai Kalimantan Timur.
- 5) Simulasi Numerik  
 Simulasi Numerik digunakan untuk menggambarkan secara numerik konstruksi model yang telah dibuat. Simulasi numerik dari model menggunakan ODE45 dengan *software* MatLab dan Maple.
- 6) Interpretasi hasil dan pembahasan  
 Pada tahap akhir dilakukan interpretasi hasil simulasi numerik dan pembahasan tentang hasil interpretasi model tersebut.

### 3 PEMBAHASAN

#### 3.1 Konstruksi Model

Dimisalkan  $R = C_o r$  dan  $B = K_o b$ , sehingga sistem persamaan (2.1), (2.2), serta dengan persamaan daya dukung lingkungan (2.3) dan (2.4) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{dr}{dt} = \mu_r r \left( 1 - \frac{r^\alpha (\gamma + B)^\alpha}{\gamma^\alpha} \right) - (d + e)r \quad (3.1)$$

$$\frac{db}{dt} = \left( \mu_b \left( 1 - b - \frac{bR}{\theta} \right) - d \right) b \quad (3.2)$$

#### 3.2 Titik Kesetimbangan

Titik keseimbangan yang diperoleh dari persamaan (3.1) dan (3.2) ketika  $\frac{dB}{dt} = \frac{dr}{dt} = 0$ , yang dituliskan sebagai berikut

$$f = \mu_r r \left( 1 - \frac{r^\alpha (\gamma + K_o b)^\alpha}{\gamma^\alpha} \right) - (d + e)r = 0, \quad (3.3)$$

$$g = \left( \mu_b \left( 1 - b - \frac{bC_o r}{\theta} \right) - d \right) b = 0. \quad (3.4)$$

Dari persamaan (3.3) dan (3.4) menghasilkan tiga titik kesetimbangan yaitu  $E_0, E_1$  dan  $E_2$ . Syarat eksistensi dari  $E_1 \left( 1 - \frac{d}{\mu_b}, 0 \right)$  yaitu  $\frac{d}{\mu_b} < 1$ . Sedangkan titik  $E_2 = (b^*, r^*)$  dengan  $b^* = \frac{\theta(\mu_b - d)}{\mu_b(\theta + C_o r^*)}$  dan  $r^*$  didapatkan dari akar positif dari persamaan kuadrat berikut:

$$r^2 + r \left( \frac{\theta}{C_o} + \frac{K_o \theta}{C_o \gamma} - \frac{K_o \theta d}{C_o \gamma \mu_b} - \frac{A}{\gamma} \right) - \frac{\theta A}{C_o} = 0$$

yaitu  $r^* = \frac{\frac{\theta}{C_o} + \frac{K_o\theta}{C_o\gamma} - \frac{K_o\theta d}{C_o\gamma\mu_b} - \frac{A}{\gamma} + \sqrt{\left(\frac{\theta}{C_o} + \frac{K_o\theta}{C_o\gamma} - \frac{K_o\theta d}{C_o\gamma\mu_b} - \frac{A}{\gamma}\right)^2 + \frac{4\theta A}{C_o}}}{2}$ . Sedemikian sehingga syarat eksistensi dari titik  $E_2$  yaitu  $\mu_b > d$ .

### 3.3 Analisis kestabilan Titik Kesetimbangan

Matriks Jacobian ( $J$ ) dari sistem (4.1) dan (4.2) diperoleh sebagai berikut:

$$J = \begin{pmatrix} \mu_r - (\alpha + 1)\mu_r r^\alpha \left(\frac{\gamma + K_o b}{\gamma}\right)^\alpha - (d + e) & -\mu_r r^\alpha \left(r + \frac{r K_o b}{\gamma}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{r K_o}{\gamma}\right) \\ \frac{-\mu_b b^2 C_o}{\theta} & \mu_b - 2\mu_b b - \frac{2\mu_b b r C_o}{\theta} - d \end{pmatrix}.$$

Substitusi titik kesetimbangan  $E_0 = (0,0)$  pada matriks Jacobi  $J$  diperoleh

$$J_0 = \begin{pmatrix} \mu_r - (d + e) & 0 \\ 0 & \mu_b - d \end{pmatrix}.$$

Persamaan karakteristik dari matriks Jacobi  $J_0$  adalah  $|J_0 - \lambda I| = (\mu_r - (d + e) - \lambda)(\mu_b - d - \lambda) = 0$  sehingga diperoleh nilai  $\lambda_1 = \mu_r - (d + e)$  dan  $\lambda_2 = \mu_b - d$ . Dengan nilai  $\lambda$  yang diperoleh, sistem akan stabil asimtot lokal dengan syarat  $d + e > \mu_r$  dan  $d > \mu_b$ . Selanjutnya substitusi titik kesetimbangan  $E_1 = \left(1 - \frac{d}{\mu_b}, 0\right)$  pada matriks Jacobi  $J$  diperoleh

$$J_1 = \begin{pmatrix} \mu_r - (d + e) & 0 \\ \frac{-\mu_b \left(1 - \frac{d}{\mu_b}\right) C_o}{\theta} & \mu_b - 2\mu_b \left(1 - \frac{d}{\mu_b}\right) - d \end{pmatrix}.$$

Adapun persamaan karakteristik dari matriks Jacobi  $J_1$  adalah  $(\mu_r - (d + e) - \lambda) \left(\mu_b - 2\mu_b \left(1 - \frac{d}{\mu_b}\right) - d - \lambda\right) = 0$ . Selanjutnya, didapatkan akar karakteristik yaitu  $\lambda_1 = \mu_r - (d + e)$  dan  $\lambda_2 = d - \mu_b$ . Dengan nilai  $\lambda$  yang diperoleh, sistem akan stabil dengan syarat  $d + e > \mu_r$  dan  $\mu_b > d$ .

Matriks Jacobi  $J$  untuk titik kesetimbangan  $E_2 = (b^*, r^*)$  adalah

$$J_2 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix},$$

dengan

$$a_{11} = \mu_r - (\alpha + 1)\mu_r r^{*\alpha} \left(\frac{\gamma + K_o b^*}{\gamma}\right)^\alpha - (d + e),$$

$$a_{12} = -\mu_r r^{*\alpha} \left(r^* + \frac{r^* K_o b^*}{\gamma}\right)^{\alpha-1} \cdot \left(\frac{r^* K_o}{\gamma}\right),$$

$$a_{21} = \frac{-\mu_b b^{*2} C_o}{\theta},$$

$$a_{22} = \mu_b - 2\mu_b b^* - \frac{2\mu_b b^* r^*}{\theta} - d.$$

Persamaan karakteristik dari matriks Jacobi  $J_2$  adalah  $|J_2 - \lambda I| = 0$ . Dalam bentuk yang sederhana diperoleh  $(a_{11} - \lambda)(a_{22} - \lambda) - a_{12} \cdot a_{21} = 0$  sehingga diperoleh  $\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21} = 0$ . Adapun nilai karakteristiknya yaitu:

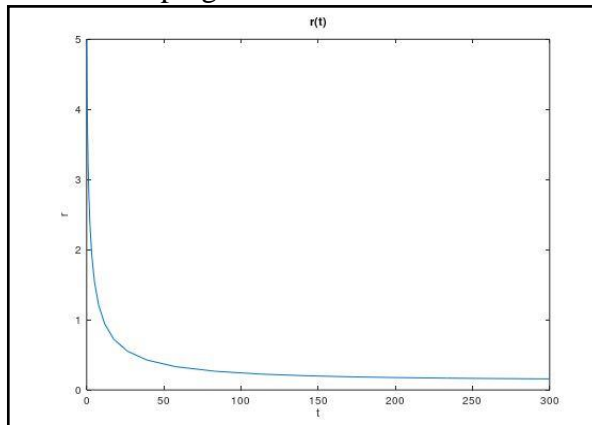
$$\lambda_{1,2} = \frac{(a_{11} + a_{22}) \pm \sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 - 4(a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21})}}{2}$$

Sistem (2.1) dan (2.2) akan stabil dengan syarat

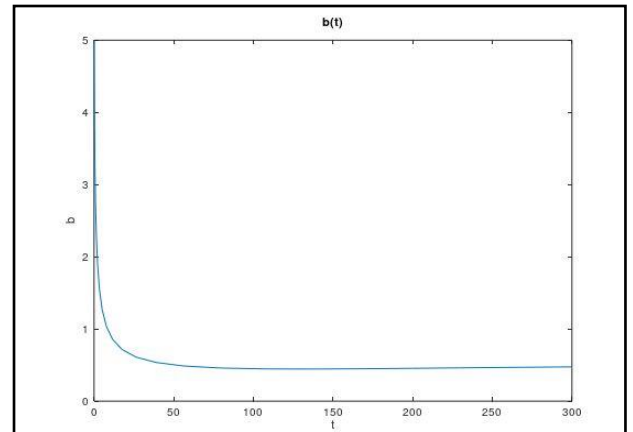
1.  $a_{11} + a_{22} < 0$ ,
2.  $\sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 - 4(a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21})} < -(a_{11} + a_{22})$ ,
3. dan  $(a_{11} + a_{22})^2 > 4(a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21})$ .

### 3.4 Simulasi Numerik

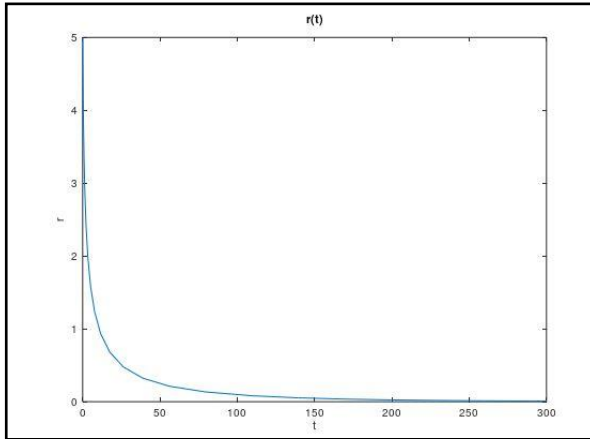
Simulasi 1 menggunakan nilai-nilai parameter  $\mu_r = 0.03$ ,  $\mu_b = 0.03$ ,  $\gamma = \theta = 500$ ,  $C_o = K_o = 1000$ ,  $d = 0.025$ ,  $e = 0.001$ ,  $\alpha = 0.8$ . Dari parameter tersebut didapatkan  $\mu_b = 0.03 > d = 0.025$  maka titik kesetimbangan  $E_2(b^*, r^*)$  eksis. Syarat kestabilan  $a_{11} = 0$ ,  $a_{12} = 1$ ,  $a_{21} = 9$ ,  $a_{22} = 0.9$ . Simulasi 1 ditampilkan pada Gambar 1 dan Gambar 2. Dari Gambar 1 dan Gambar 2 dapat dijelaskan bahwa dalam jangka waktu yang panjang kedua populasi dapat hidup berdampingan.



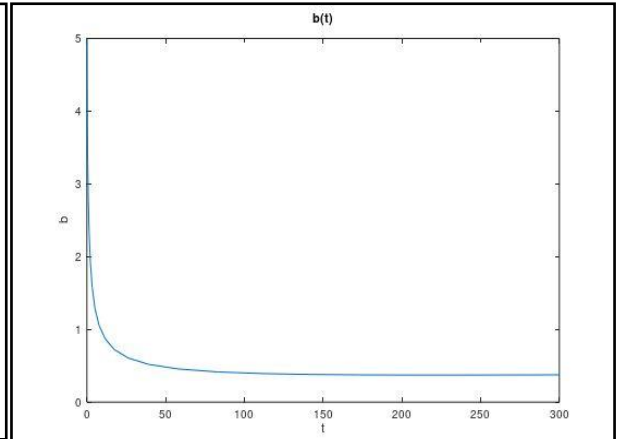
Gambar 1: Grafik Perubahan Jumlah populasi  $r$  terhadap  $t$  (waktu)



Gambar 2: Grafik Perubahan Jumlah populasi  $b$  terhadap  $t$  (waktu)



Gambar 3: Grafik Perubahan Jumlah populasi  $r$  terhadap  $t$  (waktu) untuk  $E_1$



Gambar 4: Grafik Perubahan Jumlah populasi  $b$  terhadap  $t$  (waktu) untuk  $E_1$

Pada simulasi 2, nilai-nilai parameternya yaitu  $\mu_r = \mu_b = 0.02$ ,  $\gamma = 400$ ,  $\theta = 500$ ,  $C_o = 1000$ ,  $K_o = 1200$ ,  $d = 0.01$ ,  $e = 0.02$ ,  $\alpha = 0.8$ . karena  $\frac{d}{\mu_b} = 0.5 < 1$  maka titik kesetimbangan  $E_1$  eksis. Kemudian menurut parameter tersebut diperoleh  $d + e = 0.03 > \mu_r = 0.02$  dan  $\mu_b = 0.02 > d = 0,01$  maka titik  $E_2(b^*, r^*)$  stabil asimtotik lokal. Simulasi 2 ditampilkan pada Gambar 3 dan Gambar 4, dan dapat dijelaskan bahwa dalam jangka waktu yang panjang populasi Enggang Gading punah dan populasi Julang Jambul Hitam hidup.

Berdasarkan hasil wawancara dengan pihak Balai Taman Nasional Kutai, diketahui bahwa spesies Enggang Gading sangat langka atau jarang dijumpai di kawasan Taman Nasional Kutai. Sedangkan populasi Julang Jambul Hitam masih ditemukan di kawasan tersebut. Hal ini menunjukkan bahwa populasi Enggang Gading dapat dikatakan punah dan populasi Julang Jambul Hitam *survive* walaupun dalam jumlah kecil. Hal ini sesuai dengan kondisi pada titik kesetimbangan  $E_1$ .

## 4 PENUTUP

### 4.1 Kesimpulan

Berdasarkan tujuan dari penelitian ini yang telah diuraikan, maka dapat disimpulkan bahwa terdapat tiga titik kesetimbangan yang eksis yaitu  $E_0$ ,  $E_1$  dan  $E_2$ . Setelah dilakukan analisis kestabilan didapatkan hasil bahwa semua titik kesetimbangan stabil asimtotik lokal. Berdasarkan hasil observasi lapang di Taman Nasional Kutai Kalimantan Timur, maka simulasi numerik yang mendekati dengan kasus yaitu simulasi 2 populasi Enggang Gading punah dan populasi Julang Jambul Hitam *survive* (titik kesetimbangan  $E_1$ ).

### 4.2 Saran

Diharapkan untuk penelitian selanjutnya ditambahkan analisis kestabilan global dan ditambahkan fungsi respon untuk kompetisi antara dua populasi tersebut.

#### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Boggess, E., Collignon, J., & Riederer, A. (2015). *Mathematical modelling in ecology: Simulating the reintroduction of the extinct passenger pigeon (Ectopistes migratorius)*, 1-37.
- [2] Chatterjee, S., & Chattopadhyay, J. (2007). *Role of migratory bird population in a simple eco-epidemiological model*, 100-113.
- [3] Ghorpade, Sudhir R. & Balmohan V. Limaye.(2006). *A Course in Calculus and Real Analysis*. Springer: New York.
- [4] Ilahi, F., Sutimin., & Soewono, E. (2016). *Logistic model as a representation of Rhinoceros sondaicus and Bos javanicus Population at Ujung Kulon National Park*, 1-5.
- [5] Kinnaird, M.F., & O'Brien, T.G. (2007). *The Ecology and Conservation of Asian Hornbills: Farmers of the Forest*. The University of Chicago Press.
- [6] Konsultasi Publik Regional Kalimantan Penyusunan Strategi dan Rencana Aksi Konservasi Rangkong Gading. (2017). [http://ksdae.menlhk.go.id/assets/publikasi/Bahan\\_WEB\\_KSDAE\\_KP\\_RG\\_Kalimantan.pdf](http://ksdae.menlhk.go.id/assets/publikasi/Bahan_WEB_KSDAE_KP_RG_Kalimantan.pdf) (diakses pada Sabtu, 13 Oktober 2018 pukul 14:48).
- [7] Lebreton, J.D., & Clobert, J. (1991). *Bird population dynamics, management and conservation: the role of mathematical modelling* (Eds.), pp.105-125. Oxford University Press, England.
- [8] McKinney, L.A., Kick, E.L., & Fulkerson, G.M. (2010). World system, anthropogenic, and ecological threats to bird and mammal species: A structural equation analysis of biodiversity loss. *Organization & Environment*, 23(1), 3-31.
- [9] Ramadhan, S. (2015). Keanekaragaman burung Rangkong (*bucerotidae*) yang terdapat di pegunungan Gugop sebagai referensi dalam pembelajaran mata kuliah ornitologi, 1-63.
- [10] Rangkong Indonesia. (2016). <http://rangkong.org/profil-rangkong/> (diakses pada Minggu, 4 November 2018 pukul 22:39).
- [11] Robinson, R. Clark. (2004). *An Introduction to Dynamical Systems: Continuous and Discrete*. Pearson Education: New Jersey
- [12] Sari, I.L. (2017). Transformasi bentuk burung enggang dikombinasikan dengan ragam hias Dayak Iban pada karya seni batik. *Jurnal Karya Seni*, 3-14.
- [13] Sukmantoro, W., Irham, M., Novarino, W., Hasudungan, F., Kemp, N., dan Muchtar, M. (2007). *Daftar Burung Indonesia no. 2*. Buku Indonesian Ornithologists' Union. Bogor.
- [14] Tsoularis, A. (2001). Analysis of logistic growth model. *Res. Lett. Inf.Math. Sci*, 2, 23-46.